

教材教法工作坊

幾何、代數思維與統計

國立台中教育大學 數學教育學系
謝闡如

1



01

空間與形狀


02

代數思維

03

資料與不確定性


2



第一部分
Part One

空間與形狀

3



空間與形狀 - 內容



國小空間與形狀課程及相
關理論敘述



教學活動設計

4

教學活動設計

01 依108課綱學習表現 (12則)

02 教學活動設計

A 由數學學習舊經驗引入

B 由生活經驗引入

C 由故事情境引入

5

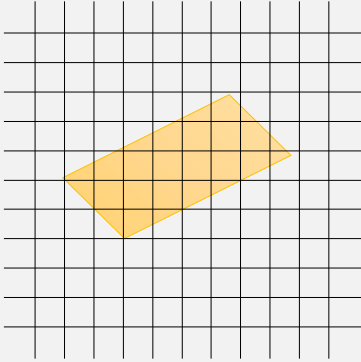
由數學學習舊經驗引入 (3則)

教學活動設計以學生曾學過的數學舊經驗為起始點，透過學生的舊經驗無法有效或快速的解決新問題，進而引出學習新概念的**需求**。

- s-I-1 從操作活動，初步認識物體與常見幾何形體的幾何特徵
- s-II-1 理解正方形和長方形的面積與周長公式與應用。
- s-III-1 理解三角形、平行四邊形與梯形的面積計算。

6

s-III-1 理解三角形、平行四邊形與梯形的面積計算



設計理念：

1. 學生已經學過用平方公分板計算面積。
2. 平行四邊形在不同的擺放方式下，用平方公分板所求得的面積不一定相同。
3. 引出如何更精準的找出平行四邊形的面積。

7

透過提問，達到核心素養指標

- 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。
- 數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。

教師提問

- 學生出現不同的數據，教師提問哪一個數據比較正確？為什麼？
- 透過平方公分板測量面積，要求學生可以將無法將不完整格子拼成完整格子的數量減到最低。
- 如果沒有平方公分板，要怎麼知道平行四邊形的面積？

8

由生活經驗引入 (4則)

透過**生活情境**，引發學生的**好奇心**，除了數學概念的學習外，同時讓學生連結生活與數學，讓數學不僅僅只是學校中學習的學科而已。

- s-II-2 認識平面圖形全等的意義。
- s-II-4 在活動中，認識幾何概念的應用，如旋轉角、展開圖與空間形體。
- s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。
- s-III-3 從操作活動，理解空間中面與的關係簡單立體形性質。

9

s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。



設計理念：

1. 透過汽機車里程表，引起學生關於里程計算方法的好奇心。
2. 透過輪胎標示，引發學生探討圓周與圓直徑的關係。

10

透過提問，達到核心素養指標

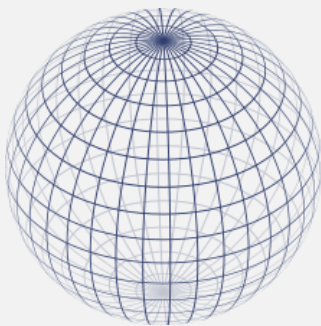
- 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。
- 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

教師提問

- 教師詢問是否看過汽機車上的里程表，詢問學生里程表上的距離，在不可能直接測量的情況下，是怎麼算出來的。
- 輪胎通常只標示直徑，要怎麼知道轉一圈有多遠？
- 教師詢問有可能知道直徑就知道圓周長嗎？

11

s-III-3 從操作活動，理解空間中面與的關係簡單立體形性質。



學習內容：

能透過觀察操作，認識 (1) 球心、(2) 半徑、(3) 過球心之任何截面的截痕都是以球心為圓心，球的半徑長為圓的半徑長所成的圓，及 (4) 球的任何截面截痕都是圓，但半徑不一定等於球半徑。

12

s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。

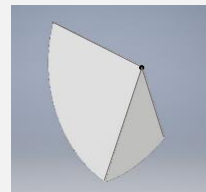
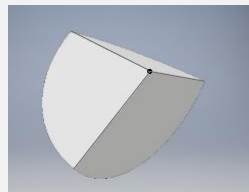
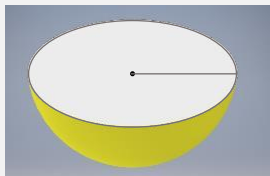
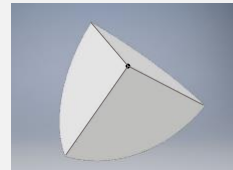
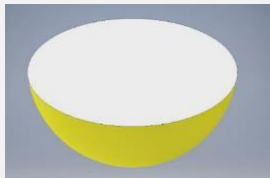


設計理念：

1. 透過日常可見汁柳丁切片，引發學生學習興趣。
2. 透過實作，觀察球心、切面、球半徑與切面半徑之關係。

13

保麗龍球切割



14

透過提問，達到核心素養指標

- 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。
- 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

教師提問

- 教師詢問現在需要看起來越大越好的一片柳丁片作為裝飾（前提是師傅的刀工很好，每片都一樣厚），要怎麼切？
- 比較 $1/2$ 球、 $1/4$ 球、 $1/8$ 球等的半徑是否相等。為什麼？

15

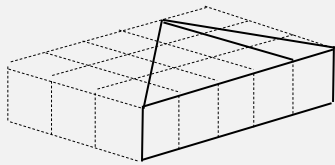
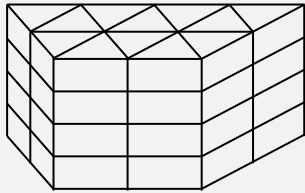
由故事情境引入 (5則)

學生的舊經驗或生活經驗不一定能與即將學習的數學概念直接連結，此時可透過他人的生活情境（即故事情境）引入，透過解決他人的問題引出學習的必要性。

- s-II-3 透過平面圖形的構成要素，認識常見三角形、常見四邊形與圓。
- s-III-4 理解角柱（含正方體、長方體）與圓柱的體積與表面積的計算方式。
- s-III-5 以簡單推理，理解幾何形體的性質。
- s-III-6 認識線對稱的意義與其推論。
- s-III-7 認識平面圖形縮放的意義與應用。

16

s-III-4 理解角柱（含正方體、長方體）與圓柱的體積與表面積的計算方式。



設計理念：

1. 透過他人生活經驗，引起學生解題興趣。
2. 透過切割重組，連結三角柱與長方體。
3. 柱體的圖形呈現較現行課本圖形更能解釋公式的來由

17

透過提問，達到核心素養指標

- 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。
- 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

教師提問

- 說說看，三角柱體積的算式，和底面三角形面積的算式，哪裡一樣，那個算式代表什麼意思？
- 綜合上面的例子，柱體體積的算式，如何用底面圖形的面積和柱體的高表示？

18

第二部分
Part Two

代數思維

19

代數思維 - 內容



代數思維理論



代數思維的內容



建構與分析函數思維
的工具



代數思維的教學實踐



代數思維與生活經驗

20

教學活動設計

01 依108課綱學習內容

02 教學活動設計(3則)

A 不同等號概念解題教學

B 圖形規律一般化問題解題

C 等量公理:加減法的運算

21

不同等號概念解題教學



設計理念：

1. 研究指出，學生常把等號視為是種運算工具，解釋成「發現總和」或「將答案放在一起」的概念。
2. 透過操作活動，協助學生發展等號的等價概念。

22

透過操作觀察，達到核心素養指標

- 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。
- 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

教學活動發展

- 由具體物操作，讓學生理解天平二邊需要放相同的白色積木才會平衡，介紹等號的概念。
- 利用半抽象的花片圖卡，操作等號二邊需要相等。
- 運用數字解決數學問題，如 $() = 9 - 6$ 、 $() = 5 + 3$ 問題。

23

第三部分

Part Three

資料與不確定性

24

資料與不確定性 - 內容



25

教學活動設計

- 01 依資料分析以及不確定性區分
- 02 教學活動設計(3則)
 - A 資料分析
 - B 不確定性

26

不確定性

Chance

設計理念：

1. 透過真實不確定性事件可能性的判斷，讓學生在資料分析技能學習前建立可能性大小處理的意義化。進而培養學生資料與不確定性的統計素養。
2. 呼應Moore (1990)，「統計是一個探索的基本方法，一般的思考方式比學科教學中的任何特定技巧都來得重要。」

27

透過操作觀察，達到核心素養指標

- 數-E-A3 能觀察出日常生活問題和數學的關聯，並能嘗試與擬訂解決問題的計畫。在解決問題之後，能轉化數學解答於日常生活的應用。
- 數-E-C1 具備從證據討論事情，以及和他人有條理溝通的態度。

活動討論以下事件為「一定會發生」、「一定不會發生」或「可能會發生」，透過辨識生活中確定事件與不確定性事件，以及不確定性事件發生的可能性大小。：

1. 明天太陽會從東邊升起。
2. 星期五太陽會從北方落下。
3. 不小心把玻璃杯從桌上掉到水泥地，杯子會破。
4. 下回統一發票開獎時，爸媽會中獎。
5. 下課鈴響後，第8個從教室前門走過的會是女生。
6. 因為地球的暖化，海水一直上升，威尼斯會被海水淹沒。

28

