

## 十、附件

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整

研習名稱	數學備觀議教學實務(1)				
研習時間	民國 108 年 01 月 08 星期二 下午 15:40-下午 17:20				
研習講師	彰化縣二水鄉復興國民小學許扶堂退休教師/前彰化縣數學輔導團				
一、研習內容規劃					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
1. 研習時數安排	91%	9%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者希望能夠再多安排研習時數讓他們能夠吸收更多內容以精進未來教學品質。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 研習內容規劃符合個人需求	91%	9%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 研習辦理方式	91%	9%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
二、講師授課情形					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
1. 講師與學員有互動及回應	91%	9%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				

	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂	100%	0%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
3. 講師整體演講的方式與內容	91%	9%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
三、學員自我幫助					
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
1. 對於學員專業成長有所幫助	100%	0%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
2. 對於教學或學習資源發展有所幫助	91%	0%	9%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助	100%	0%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者大多認為研習課程非常受用，希望可再多安排類似研習。				

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整

研習名稱	在職教師數學備觀議教學實務(1)				
研習時間	民國 108 年 01 月 19 星期 六 上午 09:00-上午 12:10				
研習講師	彰化縣二水鄉復興國民小學許扶堂退休教師/前彰化縣數學輔導團				
四、研習內容規劃					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 研習時數安排	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者希望能夠再多安排研習時數讓他們能夠吸收更多內容以精進未來教學品質。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 研習內容規劃符合個人需求	92%	8%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 研習辦理方式	94%	6%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者認為場地有點小，建議場地可以大一點討論會更為方便。				
五、講師授課情形					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 講師與學員有互動及回應	92%	8%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				

	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
3. 講師整體演講的方式與內容	95%	5%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者認為講師示範性教學很好，也感謝老師提供班級經營策略。				
六、學員自我幫助					
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
1. 對於學員專業成長有所幫助	92%	8%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
2. 對於教學或學習資源發展有所幫助	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者大多認為研習課程非常受用，希望可再多安排類似研習。				

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整

研習名稱	有效教學-分數(1)				
研習時間	108 年 03 月 05 日(星期二)下午 03:40-05:30				
研習講師	南投縣數學輔導團 毛炳楠 專任輔導員				
<b>一、 研習內容規劃</b>					
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
研習時數安排	92%	8%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
研習內容規劃符合個人需求	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
研習辦理方式	93%	6%	1%	0%	0%
建議改善事項	無。				
<b>二、 講師授課情形</b>					
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
講師與學員有互動及回應	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1

講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
講師整體演講的方式與內容	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	講師真的非常認真演講，收穫良多，希望能夠多安排此類活動。				
<b>三、 學員自我幫助</b>					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
對於學員專業成長有所幫助	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
對於教學或學習資源發展有所幫助	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
對於日後的教學或學習工作有所幫助	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				

### 有效教學—分數（四）

台灣南投 毛炳楠  
 Mail: t00850@gmail.com  
 發展解題能力數學工作坊  
 時間: 2019/3/5  
 地點: 台中教育大學



#### 猜想一

三年級老師要學生在小白板上畫出 $\frac{3}{4}$ 包。  
 你覺得學生可能怎麼畫？  
 把你認為的可能都畫下來！

#### 猜想二



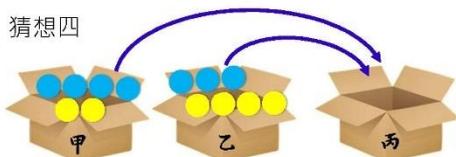
這兒有三條紙條，如果要拿出 $\frac{2}{3}$ 條。  
 你覺得學生可能怎麼拿？  
 把你認為的可能都畫下來！

#### 猜想三



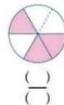
這兒有四盒麻糬，如果要拿出 $\frac{3}{4}$ 盒。  
 你覺得學生可能怎麼拿？  
 把你認為的可能都畫下來！

#### 猜想四



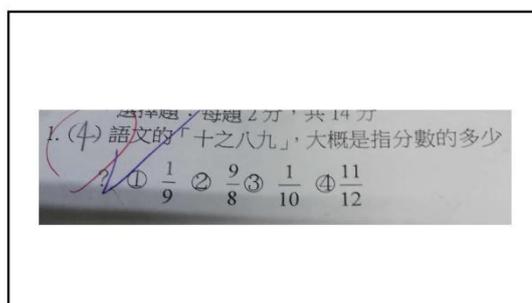
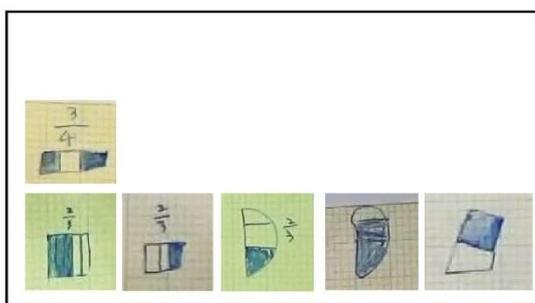
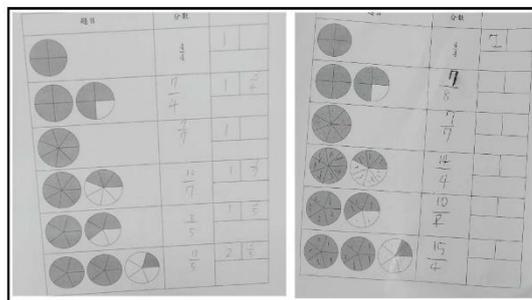
甲箱裡有 $\frac{4}{6}$ 箱藍色球，乙箱中有 $\frac{3}{6}$ 箱藍色球，把甲箱和乙箱中所有的球都倒進丙箱中，請問丙箱中的藍色球可說是多少箱？  
 你覺得學生可能怎麼說？把你認為的可能都畫下來！

學生的可能答案是什麼？把你想到的寫下來！



### 怎麼引入分數概念

- 生活中的分數，你想到什麼？
- 生活中分數意義多屬於哪一種？
- 生活中的分數計算多屬哪一種？
- 分數的異分母分數加減、乘、除該怎麼有意義的導入數學課堂？



### 認識分數怎麼教？



[https://img.alicdn.com/imgextra/i3/53505533/32390/ucruWB\\_uN/SszgXb8Vka\\_153505533.jpg](https://img.alicdn.com/imgextra/i3/53505533/32390/ucruWB_uN/SszgXb8Vka_153505533.jpg) <https://shop.r10s.com/3ad/ad1/f66b/3628/d07/2/c2/d95d/11f2e787262c600c7376cd.jpg>

### 分數數詞的意義？

分子      孩子      怎麼拿  
 分母      媽媽      怎麼分



**108 年度師資培育之大學數學領域教學研究中心-小學組  
活動回饋意見調查表彙整**

研習名稱	數學備觀議教學實務(2)				
研習時間	民國 108 年 03 月 12 星期 二 下午 15:40-下午 17:20				
研習講師	彰化縣二水鄉復興國民小學許扶堂退休教師/前彰化縣數學輔導團				
四、研習內容規劃					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 研習時數安排	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 研習內容規劃符合個人需求	90%	10%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 研習辦理方式	93%	7%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
五、講師授課情形					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 講師與學員有互動及回應	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				

項					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂	90%	10%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 講師整體演講的方式與內容	90%	10%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
六、學員自我幫助					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
1. 對於學員專業成長有所幫助	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 對於教學或學習資源發展有所幫助	94%	6%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助	90%	10%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者認為課程讓他滿載而歸，希望日後有更多研習可以來參與，增強自己的教學專業能力，感謝數教系師長的籌辦研習活動，謝謝！				

**108 年度師資培育之大學數學領域教學研究中心-小學組  
活動回饋意見調查表彙整**

研習名稱	有效教學-空間與圖形(1)				
研習時間	108 年 03 月 19 日(星期二)下午 03:40-05:30				
研習講師	臺中市南屯區永春國民小學 魏麗枝主任				
一、 研習內容規劃					
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
研習時數安排	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
研習內容規劃符合個人需求	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
研習辦理方式	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
二、 講師授課情形					
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
講師與學員有互動及回應	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	很滿意 5	滿意 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1

講師整體演講的方式與內容	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	講師讓學員出去觀察生活中的幾何，非常有趣。				
三、 學員自我幫助					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
對於學員專業成長有所幫助	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
對於教學或學習資源發展有所幫助	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	普通 3	不滿意 2	非常不滿意 1
對於日後的教學或學習工作有所幫助	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	生活應用很多，可將課堂活動做為未來授課規劃。				

**數學有效教學-  
空間與圖形**

臺中市南屯區永春國民小學 魏麗枝

**課程安排(10/2、11/6及3/19)**

π

π

> 數學課程脈絡研討

一、九年一貫課綱各年級「幾何」之分年細目及詮釋

二、12年國教領綱「幾何」教學目標(學習重點)

三、「幾何」標準用詞及解釋

> 各年級「幾何」之有效教學探討

一、九年一貫「幾何」之分年細目與詮釋

二、12年國教領綱「空間與形狀」之學習內容條目及說明

三、教科書教材安排探究及有效教學探討

**領綱「幾何」教學目標(學習重點)**

π

π

> 第一學習階段(國民小學1-2年級)：能初步掌握數、量、形的概念，其重點在自然數及其運算、**長度與簡單圖形的認識**。

> 第二學習階段(國民小學3-4年級)：在數方面，能確實掌握自然數的四則與混合運算，培養流暢的數字感，並初步學習分數與小數的概念。在量方面，以長度為基礎，學習量的常用單位及其計算。**在幾何方面，發展以角、邊要素認識幾何圖形的能力，並能以操作認識幾何圖形的性質。**

**領綱「幾何」教學目標(學習重點)**

π

π

> 第三學習階段(國民小學5-6年級)：確實掌握分數與小數的四則計算，能以常用的數量關係，解決日常生活的問題，**能認識簡單平面與立體形體的幾何性質，並理解其面積與體積的計算**。能製作簡單的統計圖表。

> 第四學習階段(國民中學7-9年級)：在數方面，能認識負數與根式的概念與計算，並理解坐標表示的意義。在代數方面，要熟悉代數式的運算、解方程式及簡單的函數。**在平面幾何方面，各年級分別學習直觀幾何(直觀、辨識與描述)、測量幾何、推理幾何；空間幾何略晚學習**。能理解統計與機率的意義，並認識基本的統計方法。

**九年一貫課綱幾何標準用詞**

π

年級	標準用詞
一年級	三角形、正方形、長方形、圓形
二年級	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 正方體、長方體</li> <li>• 頂點、角、邊、平面</li> <li>• 邊長、正三角形</li> </ul>
三年級	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 內部、外部、周界、周長</li> <li>• 直角</li> <li>• 圓心、圓周、半徑、直徑</li> </ul>

其中年級為該名詞必須出現之最晚時間，除非綱要註釋另有規定，否則教師也可以斟酌提前使用。

**九年一貫課綱幾何標準用詞**

π

年級	標準用詞
四年級	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 垂直、平行</li> <li>• 平角、周角</li> <li>• 順時針、逆時針</li> <li>• 等腰三角形、直角三角形、平行四邊形、梯形</li> <li>• 銳角、鈍角、銳角三角形、鈍角三角形</li> <li>• 頂角、底角、腰</li> <li>• 對邊、鄰邊、對角(四邊形)</li> <li>• 全等</li> </ul>

其中年級為該名詞必須出現之最晚時間，除非綱要註釋另有規定，否則教師也可以斟酌提前使用。

九年一貫課綱幾何標準用詞	
年級	標準用詞
五年級	<ul style="list-style-type: none"> <li>圓心角、扇形</li> <li>線對稱</li> <li>球、正四面體、直圓柱、直圓錐、直角柱、正角錐</li> </ul>
六年級	放大、縮小、比例尺
七年級	<ul style="list-style-type: none"> <li>坐標、數線、數對、直角坐標、坐標平面、x軸、y軸、象限</li> </ul>

其中年級為該名詞必須出現之最晚時間，除非綱要詮釋另有規定，否則教師也可以斟酌提前使用。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
角	共同端點的兩射線所成的角。
銳角	角度小於90度的角稱為銳角。
鈍角	角度大於90度的角稱為鈍角。
直角	角度等於90度的角稱為直角。
平角	180度的角稱為平角。
周角	360度的角稱為周角。
順時針、逆時針	順著時針轉動方向移動稱為順時針，反之稱為逆時針。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
互補	兩角度數和為180度。
互餘	兩角度數和為90度。
對頂角	兩直線相交而成不相鄰的兩角。兩對頂角相等。
銳角三角形	三個內角皆為銳角的三角形。
鈍角三角形	有一個內角為鈍角的三角形。
直角三角形	有一個內角為直角的三角形。
等腰三角形	有兩邊相等的三角形。此相等的兩邊稱為腰。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
頂角、底角	等腰三角形兩腰的夾角稱為頂角，另外兩角稱為底角。若頂角為直角則稱為等腰直角三角形。
畢氏定理	直角三角形斜邊平方等於兩股平方和又稱商高定理或勾股定理。
平行四邊形	兩雙對邊互相平行的四邊形。
菱形	四邊等長的四邊形。
等形	有兩組鄰邊相等的四邊形。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
梯形	只有一組對邊(稱為上底與下底)平行的四邊形。非上底與下底的两邊，稱為梯形的腰。
等腰梯形	兩腰等長的梯形。
矩形(長方形)	四個角均為直角的四邊形。
正方形	四個角均為直角且四邊等長的四邊形。
多邊形對角線	多邊形內一頂點和不相鄰頂點的連線段。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
多邊形內角	多邊形內由一頂點和兩夾邊所建成的角。
多邊形外角	若一內角小於180度時，由此角一邊向頂點外側所做的角。若一內角大於180度時，不定義外角。
垂直	兩直線交角90度稱兩直線互相垂直。
垂足	兩垂直線的交點。
平行	平面上兩直線沒有交點，稱此兩直線互相平行。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
周長	一圖形周界之長度。
尺規作圖	利用直尺(沒有刻度)、圓規繪製幾何圖形稱為尺規作圖。
中點	線段上一點到兩端點等距離，稱該點為此線段的中點。
垂直平分線	過一線段中點且垂直的線稱為此線段的垂直平分線，又稱為中垂線。
角平分線	將一角分成兩相等角的線稱為角平分線，又稱分角線。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
周長	一圖形周界之長度。
尺規作圖	利用直尺(沒有刻度)、圓規繪製幾何圖形稱為尺規作圖。
中點	線段上一點到兩端點等距離，稱該點為此線段的中點。
垂直平分線	過一線段中點且垂直的線稱為此線段的垂直平分線，又稱為中垂線。
角平分線	將一角分成兩相等角的線稱為角平分線，又稱分角線。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
全等	兩圖形可完全疊合，稱兩圖形全等。相對應之點、邊、角稱為對應點、對應邊、對應角。
對稱軸	若兩圖形或一圖形對一直線對稱，則此直線稱為對稱軸，相對應之點、邊、角，則稱為對稱點、對稱邊、對稱角。
截線	
同位角	

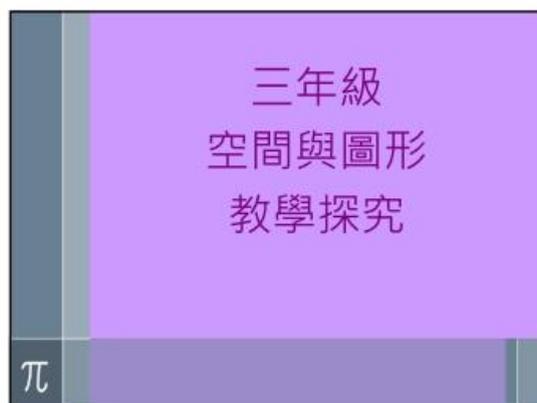
九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
同位角	
同側內角	
內錯角	
比例線段	
相似	
三角形中線	
切線	

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
圓	平面上和一固定點等距離的所有點形成的圖形稱為圓。 此「固定點」稱為圓心；此「距離」稱為半徑；此「圖形」稱為圓周；圓周上兩點最長的距離稱為直徑。
弦	圓周上任兩相異點的相連線段。
弦心距	圓心到弦的距離。
公切線	

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
圓周率	圓周長與直徑之比值成為圓周率，常用的近似值為3.14。
(圓)弧	圓周的一段。
弓形	由一弦和一弧所圍的圖形。
扇形	圓的兩半徑和一弧所圍成的圖形。
圓心角	以圓心為頂點兩半徑為邊所組成的角
圓周角	圓上一點和通過此點的兩弦所形成的角。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
弦切角	
外接圓	過一多邊形所有頂點的圓，稱此圓為多邊形的外接圓。
內切圓	多邊形內部中，與各邊相切的圓，稱為多邊形的內切圓。
外心	
內心	
三角形重心	
正四面體	四面均為正三角形的四面體，亦稱正三角錐。

九年一貫課綱幾何標準用詞解釋	
標準用詞	解釋
正方體	六面均為正方形的正四角柱體。
長方體	六面均為方形的正四角柱體。
直圓柱	上下底為兩等圓的直柱體。
直圓錐	由一扇形和圓組合而成的圖形。
表面積	一立體圖形的所有面的面積總和。
側面積	一直柱體的表面積，扣除上下兩底面積稱為直柱體的側面積。一直錐體的表面積，扣除底面積稱為直錐體的側面積。



三年級「空間與形狀」之學習內容	
π	<p>〈S-3-1 角與角度（同N-3-13）〉：以具體操作為主。初步認識角和角度。角度的直接比較與間接比較。認識直角。</p> <p>備註：同N-3-13備註。用直尺或三角板的直角來認識與複製直角。教學應處理角大小與邊長短或面積大小混淆之常見錯誤。</p>

三年級「空間與形狀」之學習內容	
π	<p>〈S-3-2 正方形和長方形〉：以邊與角的特徵來定義正方形和長方形。</p> <p>備註：知道如何判斷斜擺的長方形或正方形依舊是長方形或正方形。</p> <p>〈S-3-3 圓〉：「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。能使用圓規畫指定半徑的圓。</p> <p>備註：知道圓心是認識圓的重要定義元素，但是圓心並不屬於圓。</p>

三年級「空間與形狀」之學習內容	
π	<p>〈S-3-4 幾何形體之操作〉：以操作活動為主。平面圖形的分割與重組。初步體驗展開圖如何黏合成立體形體。知道不同之展開圖可能黏合成同一形狀之立體形體。</p> <p>備註：以操作體驗平面圖形關係與空間感為目標，啟發學生探討與發現之興趣，但不做任何數學知識的歸納。展開圖活動只是初步體驗，勿做過多複雜推理活動。本條目不做操作以外的紙筆評量。</p> <p>參考教具：多種展開圖。</p>

$\pi$ 

## 三年級「幾何」之分年細目

- >3-s-01 能認識平面圖形的內部、外部與其周界。
- >3-s-02 能認識周長，並實測周長。
- >3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。
- >3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同3-n-17)

 $\pi$ 

## 三年級「幾何」之分年細目

- >3-s-05 能認識面積單位「平方公分」，並做的實測與計算。(同3-n-18)
- >3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。
- >3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。

 $\pi$ 

## 三年級「幾何」之分年細目詮釋

- 3-s-01 能認識平面圖形的內部、外部與其周界。

說明：

- 以周界(輪廓線)來區分平面圖形的內部、外部，強調平面圖形本身的封閉性質，並讓學童理解周界為該圖形的組成要素。
- 原則上，只考慮常見的平面圖形。不考慮如「環」狀圖形，也不處理複雜如「螺旋形」的圖形。

 $\pi$ 

## 三年級「幾何」之分年細目詮釋

- 3-s-02 能認識周長，並實測周長。

說明：

- 認識周長是平面圖形周界(輪廓線)的長度。這裡強調的是以實測的方式來測量周長，其精確度可到毫米。
- 實測對象以長方形等的簡單平面圖形為主。
- 當圖形形狀簡單時，例如：正方形，且其邊長為整數或一位小數時(在三年級的限制下)，也可透過連加或乘法來計算其周長。

 $\pi$ 

## 三年級「幾何」之分年細目詮釋

- 3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。

說明：

- 認識圓心是圓的中心位置。可以讓學生觀察生活中常見的圓形物體，如：時鐘、鍋蓋、光碟片、腳踏車輪子、汽車方向盤，讓學童能大致辨識出圓心的位置。

 $\pi$ 

## 三年級「幾何」之分年細目詮釋

- 3-s-03 能使用圓規畫圓，認識圓的「圓心」、「圓周」、「半徑」與「直徑」。

說明：

- 圓規的針尖處是「圓心」，筆尖與針尖的距離是「半徑」，旋轉一周所畫出之圖形為「圓」(只考慮此曲線時為「圓周」)。知道圓心與圓周上任一點之距離皆等長(半徑)。若圓周上兩點連線過圓心，則此兩點的距離為「直徑」，是半徑的兩倍。
- 也可以讓學童理解，利用圓規筆尖與針尖間的距離為單位，來測量線段的長度。

π 三年級「幾何」之分年細目詮釋

3-s-04 能認識角，並比較角的大小。(同3-n-17)

說明：

- 能認識角的構成要素為頂點與兩邊，學生能據此畫出一角，並能複製角。
- 透過直尺、三角板、正方形、長方形認識直角。
- 能做角的直接比較，尤其要能比較一角和直角之大小。

π 三年級「幾何」之分年細目詮釋

3-s-05 能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。(同3-n-18)

說明：

- 透過平方公分板的操作，點數簡易幾何圖形的面積(含正方形、長方形)。
- 透過圖形拼排的操作，認識簡單三角形的面積，如兩個一樣的等腰直角三角形可合併成一正方形。

π 三年級「幾何」之分年細目詮釋

3-s-05 能認識面積單位「平方公分」，並做相關的實測與計算。(同3-n-18)

說明：

- 能透過乘法計算平方公分板上長方形的面積。

此處不應歸結出長方形面積之公式，僅為其前置經驗。可先提示學童「一列有幾個格子？有幾列？」

π 三年級「幾何」之分年細目詮釋

3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

說明：

- 由1-s-04的前置經驗，可透過全等操作(平移、翻轉)，將已分割之平面圖形，重組為另一已知的平面圖形。本細目的差別在於，學童必須自己推敲組成的方式。
- 本細目的另一重點為練習平面圖形的簡單切割，如將一個長方形切割成兩個一樣大的三角形，可以組合成幾種圖形？這可以讓學童同時學習平面的全等操作、面積的保留概念與分數。

π 三年級「幾何」之分年細目詮釋

3-s-06 能透過操作，將簡單圖形切割重組成另一已知簡單圖形。

說明：

- 長方形切割成兩個三角形後，可以再由兩個切割出來的三角形拼回原來的長方形。而兩個三角形的面積亦為原來長方形面積的 $1/2$ 。

π 三年級「幾何」之分年細目詮釋

3-s-07 能由邊長和角的特性來認識正方形和長方形。

說明：

- 知道四邊相等、且四角為直角的四邊形為正方形，例如：知道斜置之正方形(看起來像菱形)也是正方形。
- 知道兩對邊相等、且四角為直角的四邊形為長方形。
- 此為4-s-01之前置經驗。

教科書「幾何」主題教材安排~三年級

π

<b>K版本</b>	<b>H版本</b>
>一、角	◎一、周界和周長
>二、周界與周長	◎二、圓和角
>三、圓	◎三、毫米
>四、長度	◎四、面積
>五、面積	

**N版本**

>一、角、正方形和長方形

>二、幾毫米

>三、周界和周長

>四、圓

>五、面積

教學活動探究

π

一、教具：  
三角板、扇子、紙、尺、繩子(毛根)、方格板  
圓形(錢幣、時鐘、車輪、杯子、色紙、...)、  
圓規、棋盤、平方公分板、

二、教學活動：

認識角	認識毫米
角的大小比較	認識圓
認識直角	圓心、圓周、直徑和半徑
正方形和長方形	用圓規畫圓
認識周界	認識面積、1平方公分
周長的測量	圖形切割重組

四年級  
空間與圖形  
教學探究

π

四年級「空間與形狀」之學習內容

π

>S-4-1 角度：「度」(同N-4-10)。量角器的操作。實測、估測與計算。以角的合成認識180度到360度之間的角度。「平角」、「周角」。指定角度作圖。  
備註：同N-4-10備註。量角器教學須包括從量角器左右兩側進行量角之活動。  
參考教具：量角器。

四年級「空間與形狀」之學習內容

π

>S-4-2 解題：旋轉角。以具體操作為主，並結合計算。以鐘面為模型討論從始邊轉到終邊所轉的角度。旋轉有兩個方向：「順時針」、「逆時針」。「平角」、「周角」。  
備註：不處理超過360度的問題。  
參考教具：鐘面教具、量角器。

四年級「空間與形狀」之學習內容

π

>S-4-3 正方形與長方形的面積與周長：理解邊長與周長或面積的關係，並能理解其公式與應用。簡單複合圖形。  
備註：邊長限整數。最後學生的計算是依據定義以乘法計算，而非測量合成之結果。簡單複合圖形限兩圖形之組合。

π

### 四年級「空間與形狀」之學習內容

›S-4-4 體積：以具體操作為主。在活動中認識體積的意義與比較。認識1立方公分之正方體，能理解並計數正方體堆疊的體積。

備註：同N-4-12備註。教學應注意體積不容易做直接與間比較，應和1立方公分之正體一起教學。

參考教具：正方體教具。

π

### 四年級「空間與形狀」之學習內容

›S-4-5 垂直與平行：以具體操作為主。直角是90度。直角常用記號。垂直於一線的兩線相互平行。平行線間距離處處相等。作垂直線；作平行線。

備註：透過操作和觀察知道平行線間距離處處相等，非數學證明。

參考教具：三角板、直尺。

π

### 四年級「空間與形狀」之學習內容

›S-4-6 平面圖形的全等：以具體操作為主。形狀大小一樣的兩圖形全等。能用平移、旋轉、翻轉做全等疊合。全等圖形之對應角相等、對應邊相等。

備註：在具有平移或旋轉對稱特性的圖形上，學生可察覺豐富的全等模式。平移、旋轉、翻轉描述操作的方式，非名詞教學，名詞不應出現。

參考教具：具有平移對稱、旋轉對稱的圖形。

π

### 四年級「空間與形狀」之學習內容

›S-4-7 三角形：以邊與角的特徵認識特殊三角形並能作圖。如正三角形、等腰三角形、直角三角形、銳角三角形、鈍角三角形。

參考教具：各種三角板(扣條)。

›S-4-8 四邊形：以邊與角的特徵(含平行)認識特殊四邊形並能作圖。如正方形、長方形、平行四邊形、菱形、梯形。

備註：作圖包含正方形、長方形、平行四邊形。

參考教具：各種四邊形(扣條)。

π

### 四年級「幾何」之分年細目

- ›4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素，辨認簡單平面圖形。
- ›4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。
- ›4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。
- ›4-s-04 能認識「度」的角度單位，使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同4-n-16)

π

### 四年級「幾何」之分年細目

- ›4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義。
- ›4-s-06 能理解平面上直角、垂直與平行的意義。
- ›4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。
- ›4-s-08 能利用三角板畫出直角與兩平行線段，並用來描繪平面圖形。
- ›4-s-08 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同4-n-18)

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素辨認簡單平面圖形。

說明：■小學前三年與後三年的幾何教學定位不同(參見附錄一幾何主題說明)。本細目一方面是針對前階段的檢查性細目，但也是後階段幾何教學的開始。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素辨認簡單平面圖形。

說明：■在2-s-01、2-s-05中，先在操作觀察中認識給定平面圖形的構成要素。本細目則在強調，由構成要素來刻畫一簡單幾何圖形。在順序上，前者是先給定圖形，再做實測並認識(例如：正方形在實測中，邊長可能略有誤差)。但本細目，則在強調用構成要素的性質來「刻畫」一理想的幾何圖形(例如四邊相等且四角為直角的四邊形為正方形)。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-01 能運用「角」與「邊」等構成要素辨認簡單平面圖形。

說明：■在國小教學時，由於學生認知心理尚未成熟，因此並不強調正方形是長方形的一種，但這是數學上的重要事實將從國中開始學習，因此在小學做評量時，切忌詢問「正方形是不是長方形？」這類會導致與日後認知衝突的問題。(※不宜評量)

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-02 能透過操作，認識基本三角形與四邊形的簡單性質。

說明：■本細目開始探討基本三角形與四邊形的簡單性質。操作可使用直尺、三角板、量角器、圓規、模型(圖形板的或骨架的)、摺紙、剪裁等。  
■基本三角形如：正三角形、等腰三角形等，其簡單性質如：正三角形三邊相等；等腰三角形兩底角相等。  
■基本四邊形如：平行四邊形等，其簡單性質如：平行四邊形沿對角線分開之兩三角形全等。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。

說明：■此為「檢查細目」，可在相關幾何教學中進行，不一定要自成單元(或章節)。  
■在先前之幾何操作(1-s-04、3-s-06)如平移、旋轉、翻轉中，學童早已開始運用全等的直覺。本細目在將全等的概念定義得更清楚，印證學童的經驗。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-03 能認識平面圖形全等的意義。

說明：■簡單平面圖形的全等意指兩平面圖形在疊合時，其頂點、邊、角完全重合。  
■能以「對應頂點」、「對應角」與「對應邊」的關係來描述三角形全等的意義  
■理解平面圖形的性質(參見4-s-02)，在全等的操作下皆不變。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-04 能認識「度」的角度單位，使用量角器實測角度或畫出指定的角。(同4-n-16)

- 說明：
- 要注意學童以為度數隨角的邊長增加而增加的常犯錯誤(這是與面積混淆所產生的錯誤)。
  - 學童在學習使用量角器時，經常有無法對準中心及角的一邊未對齊0度線的問題，教師應仔細檢查。
  - 學童初步熟悉30度、45度、60度、90度、120度、135度、150度、180度的角度即可
  - 在做角度估測時，不應要求太嚴格。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義

- 說明：
- 旋轉角是角度學習的應用，在旋轉時，由始邊轉到終邊構成一個角，因此可應用角度來描述旋轉程度的大小，但因為旋轉有兩個可能的方向(順時針旋轉或逆時針旋轉)，因此描述時，要用順時針旋轉90度或逆時針旋轉120度的說法才完整。
  - 教學時可藉由最常見的鐘面上時針或分針的旋轉，讓學生認識旋轉現象，知道順時針與逆時針的意義，並認識旋轉中心、始邊、終邊與旋轉角的關係。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-05 能理解旋轉角(包括平角和周角)的意義

- 說明：
- 老師之教學重點，在結合原來的角度概念與旋轉現象，而不是將旋轉角當做新的專有名詞來定義。
- 常用之旋轉例子：如「向右轉」通常視為順時針轉90度，「向左轉」視為逆時針90度，「向後轉」則是轉了180度(稱為平角)，且順、逆時針的結果都一樣。也可考慮說明旋轉一整圈是順時針或逆時針轉了360度(稱為周角)的結果

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-06 能理解平面上直角、垂直與平行的意義。

- 說明：
- 能利用三角板來輔助垂直的理解，並由窗格知道，垂直相交的兩線段所成的四角相等(對稱)，都是直角。
  - 可由窗格門柵的例子，知道平行線等寬或者說平行線的距離處處相等的事實。並將平行總結為：「兩線(段)同時垂直於某線(段)」(注意本細目只討論平面上的情況)可進行門寬之實測，結合長度、垂直和平行的關係。
  - 在圓平分的例子中，做兩次對半分割(即4等分)，認識垂直就是4等分割時的自然結果，並與分數中的4等分相互加強。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-07 能認識平行四邊形和梯形。

- 說明：
- 平行四邊形為兩組對邊平行的四邊形
  - 梯形為只有一組對邊平行的四邊形。

4-s-08 能利用三角板畫出直角與兩平行線段，並用來描繪平面圖形。

- 說明：
- 例：學童會使用直尺或三角板畫出直角或兩平行線段，進而用來繪製直角三角形、正方形、長方形、平行四邊形與梯形。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-09 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同4-n-18)

- 說明：
- 這裡所有長方形與正方形的邊長皆為整數。
  - 長方形面積公式=長×寬，  
周長=(長+寬)×2。
  - 正方形面積公式=邊長×邊長，  
周長=邊長×4。

π

## 四年級「幾何」之分年細目詮釋

4-s-09 能理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。(同4-n-18)

說明：■教師應與學童討論兩面積公式之間的關係。也應討論長方形面積相等，形狀卻不一定相同(因數的前置經驗)；若長方形周長相等，形狀也不一定相同。

■可讓學童計算由長方形與正方形組成的簡單複合圖形，只處理相接而不相重疊的圖形。

π

## 教科書「幾何」主題教材安排~四年級

## K版本

- >一、角度(上學期)
- >二、三角形(上學期)
- >三、四邊形(下學期)
- >四、周長與面積(下學期)
- >五、體積(下學期)

## H版本

- ◎一、角度(上學期)
- ◎二、三角形(上學期)
- ◎三、四邊形(下學期)
- ◎四、周長與面積(下學期)
- ◎五、體積(下學期)

## N版本

- >一、角度(上學期)
- >二、三角形(上學期)
- >三、四邊形(下學期)
- >四、周長與面積(下學期)
- >五、立方公分(下學期)

π

## 教學活動探究

## 一、教具：

時鐘、量角器、三角板、各種三角形圖卡、扣條、七巧板、各種四邊形圖卡、方格板、色紙、白色積木、長方體及正方體立體形體。

## 二、教學活動：

1. 量角器認識、報讀、測量角和畫角  
銳角、直角、鈍角和平角  
旋轉角、角的合成與分解
2. 三角形：正三角形和等腰三角形  
直角、銳角和鈍角三角形  
全等圖形、(畫出基本三角形)

π

## 教學活動探究

## 二、教學活動：

3. 四邊形：垂直和平行  
認識四邊形及其性質  
分割四邊形、對角線、畫四邊形(全等圖形)
4. 周長：長方形、正方形周長公式  
面積：長方形、正方形面積公式  
(周長與面積關係)  
認識平方公尺、平方公尺和平方公分互換  
複合圖形的面積
5. 認識體積、立方公分  
點數複合形體的體積

π

## 「幾何」的遊戲

- >七巧板拼圖圖形接力(誰最像)
- >七巧板拼圖~國數無雙
- >立體做造型
- >連接方塊~疊疊樂

π

## 「幾何」的遊戲

- >五連方拼圖
- >桌遊~烏邦果
- >桌遊~方格遊戲
- >骰子方格圍棋
- >圍地盤



**五年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-5-1 三角形與四邊形的性質：操作活動與簡單推理。含三角形三內角和為180度。三角形任意兩邊和大於第三邊。平行四邊形的對邊相等、對角相等。

備註：簡單推理，例如：四邊形四內角和為360度，三角形不可能有兩鈍角。

參考教具：量角器、直尺、(扣條)。

**五年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-5-2 三角形與四邊形的面積：操作活動與推理。利用切割重組，建立面積公式，並能應用。

備註：計算面積的問題，若採用分數或小數之邊長與高，必須在分數和小數的乘法後教學(N-5-5、N-5-8)。

參考教具：三角形、四邊形。

**五年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-5-3 扇形：扇形的定義。「圓心角」。扇形可視為圓的一部分。將扇形與分數結合(幾分之幾圓)。能畫出指定扇形。

備註：扇形含圓心角大於180度的情況。理解如「圓心角90度的扇形是1/4圓」等的結論。畫出指定扇形包括「給定一圓，能畫出1/3圓、1/6圓等扇形」、「畫出指定半徑與圓心角的扇形」。

參考教具：圓形、扇形。

**五年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-5-4 線對稱：線對稱的意義。「對稱軸」、「對稱點」、「對稱邊」、「對稱角」。由操作活動知道特殊平面圖形的線對稱性質。利用線對稱做簡單幾何推理。製作或繪製線對稱圖形。

備註：同N-4-12備註。教學應注意體積不容易做直接與間比較，應和1立方公分之正體一起教學。

參考教具：具線對稱之圖形、剪紙工具、格紙、平面圖形。

**五年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-5-4 線對稱：線對稱的意義。「對稱軸」、「對稱點」、「對稱邊」、「對稱角」。由操作活動知道特殊平面圖形的線對稱性質。利用線對稱做簡單幾何推理。製作或繪製線對稱圖形。

備註：同N-4-12備註。教學應注意體積不容易做直接與間比較，應和1立方公分之正體一起教學。

參考教具：具線對稱之圖形、剪紙工具、格紙、平面圖形。

### 五年級「空間與形狀」之學習內容

>S-5-5 正方體和長方體：計算正方體和長方體的體積與表面積。正方體與長方體的體積公式。

備註：能算長方體的表面積，但不記成公式。

參考教具：單位正方體。

### 五年級「空間與形狀」之學習內容

>S-5-6 空間中面與面的關係：以操作活動為主。生活中面與面平行或垂直的現象。正方體（長方體）中面與面的平行或垂直關係。用正方體（長方體）檢查面與面的平行與垂直。

備註：強調操作與概念的合理性，不做嚴格定義。不用三角板檢查面與面的垂直，因為學生容易誤用。

參考教具：正方體、長方體、柱體、錐體。

### 五年級「空間與形狀」之學習內容

>S-5-7 球、柱體與錐體：以操作活動為主。認識球、（直）圓柱、（直）角柱、（直）角錐、（直）圓錐。認識柱體和錐體之構成要素與展開圖。檢查柱體兩底面平行；檢查柱體側面和底面垂直，錐體側面和底面不垂直。

備註：應知球的截面截痕是圓、球的球心與半徑（「截面」「截痕」一詞不出現）。「直」或「正」之用語可不出現。角柱只介紹三角柱、四角柱、五角柱、六角柱。角錐只介紹三角錐、四角錐、五角錐、六角錐（S-9-13）。

參考教具：兩半球（出現球心與半徑）、圓柱（瘦高、矮扁）、角柱、角錐、展開圖。

### 五年級「幾何」之分年細目

- >5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為180度。
- >5-s-02 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。
- >5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。
- >5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。

### 五年級「幾何」之分年細目

- >5-s-05 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。（同5-n-18）
- >5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。
- >5-s-07 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。（同5-n-20）

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-01 能透過操作，理解三角形三內角和為180度。

說明：■先嘗試測量不同形狀的三角形。認識許多三角形的三內角和為180度。

■以剪裁拼貼的方法，讓學生稍微理解內角和都等於180度的理由。

■知道正三角形的三內角都是60度。知道常用兩種三角板的三內角為45-45-90度與30-60-90度。

■「內角」一詞不必在課文中出現。

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-02 能透過操作，理解三角形任意兩邊和大於第三邊。

- 說明：
- 嘗試測量不同形狀的三角形，歸納出結果。
  - 如果學童理解兩點間的線段長度是最短距離，也可以用推理知道為什麼這個性質是正確的。(※討論活動題，不宜評量)

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-03 能認識圓心角，並認識扇形。

- 說明：
- 先認識圓心角與扇形的意義，知道圓心角的大小和扇形的大小是不同的概念。
  - 能將圓心角與圓形模型之分數相結合，知道半圓之圓心角為180度、1/4圓的圓心角是直角90度、1/8圓的圓心角是45度、1/3圓的圓心角是120度、1/6圓的圓心角是60度等。
  - 也可透過圓心角與旋轉角的結合，再認識180度與360度的意義。(參見 4-s-05)

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。

- 說明：
- 能在具體示例中判斷一圖形是否為線對稱圖形，並能找出該圖形的對稱軸(可能不只一條)。
  - 知道具有對稱性的常見平面圖形：等腰三角形、長方形、正方形、菱形、正多邊形(至少正五邊形與正六邊形)圖。

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-04 能認識線對稱與簡單平面圖形的線對稱性質。

- 說明：
- 能指認一點之對稱點，並知道線對稱圖形的對應邊相等、對應角相等，並知道對稱軸兩側圖形全等(不需要證明)。
  - 知道如何描繪一平面圖形對一對稱軸的線對稱圖形。

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-05 能運用切割重組，理解三角形、平行四邊形與梯形的面積公式。(同 5-n-18)

- 說明：
- 從長方形面積出發，以3-s-06為前置經驗，運用切割重組與簡單幾何圖形的性質，來推導這些圖形的面積。
  - 三角形面積公式=(底 $\times$ 高) $\div$ 2
  - 平行四邊形面積公式=底 $\times$ 高
  - 梯形面積公式=(上底+下底) $\times$ 高 $\div$ 2

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。

- 說明：
- 本細目之目標，在於以平面圖形之知識初步認識常見立體圖形之幾何結構，瞭解立體圖形表面之意義。教學應以活動操作為主，且不牽涉量的計算。
  - 球為常見的立體圖形，學生僅需認識球有球心、過球心之各截面為半徑相同的圓，並理解球半徑的意義即可。

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。

說明：■除了球之外，在小學階段，立體圖形只需認識最自然的直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐的教學，「直」、「正」一詞皆不需在教學時出現。

■可由實際生活中之屋柱，認識直圓柱和直角柱的基本意義。並由展開圖或剪貼之操作，認識圖形之基本構成要素。例如：將長方形捲曲再加上全等兩圓，可構成直圓柱；兩全等多邊形與適當之諸長方形可構成直角柱。

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-06 能認識球、直圓柱、直圓錐、直角柱與正角錐。

說明：■在直圓錐與正角錐的學習中，認識到圖形是由底邊之正多邊形或圓，與其「中心上方一點」所構成。由展開圖或剪貼知道，由底圓與適當之扇形可構成直圓錐；由底正多邊形與適當之諸等腰三角形可構成正角錐。

■展開圖在此僅作為活動操作之工具，藉以讓學生初步認識各構成要素如何構造出立體圖形，不應作為紙筆評量之題材(此為國中之範圍)。

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-07 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同5-n-20)

說明：■長方體體積公式=長×寬×高

■正方體體積公式=邊長×邊長×邊長

■應能理解長方體和正方體表面積的計算方法，這裡不強調表面積的公式，學童能合理求出表面積即可。

### 五年級「幾何」之分年細目詮釋

5-s-07 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同5-n-20)

說明：■教師與學童可討論長方體與正方體兩體積公式間的關係。

■可讓學童計算由長方體與正方體組成的簡單複合圖形，只處理相接而不相內嵌的圖形。

### 教科書「幾何」主題教材安排~五年級

K版本

- > 一、多邊形與扇形(五上)
- > 二、面積(五上)
- > 三、柱體、錐體和球(五上)
- > 四、體積(五下)
- > 五、線對稱圖形(五下)
- > 六、表面積(五下)

N版本

- > 一、多邊形(五上)
- > 二、線對稱圖形(五上)
- > 三、平行四邊形、三角形和梯形的面積(五上)
- > 四、扇形(五下)
- > 五、正方體和長方體(五下)
- > 六、柱體和錐體(五下)

H版本

- 一、平面圖形(五上)
- 二、面積(五上)
- 三、線對稱圖形(五上)
- 四、長方體和正方體的體積(五下)
- 五、表面積(五下)
- 六、立體形體(五下)

### 「幾何」的教學及遊戲

- > 數學好好玩：形以類聚 探究平面圖形性質
- > 數學好好玩：整型平行四邊形 VS 平行四邊形、梯形與三角形面積公式
- > 幾何智慧片、磁力片及展開圖
- > 磁力棒、磁力片探究立體圖形性質
- > 展開圖與表面積



**六年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-6-1 放大與縮小：比例思考的應用。「幾倍放大圖」、「幾倍縮小圖」。知道縮放時，對應角相等，對應邊成比例。

備註：知道常見平面圖形的縮放仍然是同一類圖形（含圓），並能說明其原因。

參考教具：。

**六年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-6-2 解題：地圖比例尺。地圖比例尺之意義、記號與應用。地圖上兩邊長的比和實際兩邊長的比相等。

備註：含處理兩張地圖之間的長度關係。處理以為「比例分母愈大，相對邊長也愈大」的常見錯誤。

參考教具：地圖。

**六年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-6-3 圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：（1）圓心角：360；（2）扇形弧長：圓周長；（3）扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用（1）求弧長或面積。

備註：由於圓周率取成3.14，在計算時應以概念理解為原則，避免陷入複雜計算。可利用活動說明一般不規則區域的面積要如何理解和估計，但不評量。扇形面積與弧長只處理直接問題（如已知幾分之幾圓或圓心角求面積或弧長），不處理逆推或過多推理步驟的問題（屬於國中範圍，S-9-5）。

參考教具：圓形分割圖（說明面積）。

**六年級「空間與形狀」之學習內容**

π

›S-6-4 柱體體積與表面積：含角柱和圓柱。利用簡單柱體，理解「柱體體積＝底面積×高」的公式。簡單複合形體體積。

備註：柱體體積不用說明所有情況，即可告知體積公式為底面積×高。柱體限三角柱、四角柱、圓柱。複合形體之體積以兩形體組合為限。柱體表面積只處理底面為圓、長方形直角三角形、平行四邊形、的情況，且應注意底面邊長的正確性。表面積不宜過度評量。表面積不處理複合形體。

參考教具：柱體（含挖空）。

**六年級「幾何」之分年細目**

π

›6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

›6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。

›6-s-03 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。（同6-n-14）

›6-s-04 能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。

›6-s-05 能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。（同6-n-15）

**六年級「幾何」之分年細目詮釋**

6-s-01 能利用幾何形體的性質解決簡單的幾何問題。

說明：

- 例：由三角形的內角和為180度(參見5-s-01)，推知四邊形之內角和為360度。
- 例：能計算複合、重疊、嵌入圖形的面積或體積，如下圖：



**六年級「幾何」之分年細目詮釋**

6-s-02 能認識平面圖形放大、縮小對長度、角度與面積的影響，並認識比例尺。

說明：

- 從影印機的縮小放大(如50%)，利用實測，知道任兩點之間的距離也以相同的比例縮小放大(如變成一半)，但是角度沒有變化。
- 介紹地圖的使用，認識比例尺，並經由地圖的實測來計算距離。

**六年級「幾何」之分年細目詮釋**

6-s-03 能理解圓面積與圓周長的公式，並計算簡單扇形的面積。(同6-n-14)

說明：

- 先介紹圓周率的概念，知道這是圓周長對直徑的比值。
- 圓面積可用扇形剖分的方式，大致說明圓面積等於半徑 $\times$ 圓周長之半，因此等於圓周率 $\times$ 半徑 $\times$ 半徑。也可用直接告知的方式。
- 利用比例的概念，說明簡單扇形(1/2圓、1/3圓、2/3圓、1/4圓、1/6圓等等)。

**六年級「幾何」之分年細目詮釋**

6-s-04 能認識面與面的平行與垂直，線與面的垂直，並描述正方體與長方體中面與面、線與面的關係。

說明：

- 學生先具體觀察，知道長方體對面互相平行、鄰面互相垂直，對面與對應頂點連邊垂直。再利用長方體為工具，說明一般空間形體面與面垂直、面與面平行的意義。但不必說明面垂直與面平行的嚴格定義。

**六年級「幾何」之分年細目詮釋**

6-s-05 能理解簡單直柱體的體積為底面積與高的乘積。(同6-n-15))

說明：

- 由長方體或立方體說明這類特別柱體的體積等於底面積乘以高。
- 可舉一例如：平行四邊形，說明當初以切割說明平行四邊形面積的切割步驟，也可用來計算以平行四邊形為底之直柱體體積並由此說明簡單直柱體的體積為底面積乘以高。
- 最後告知或略微說明圓柱體體積也是底面積乘以高。

**教科書「幾何」主題教材安排~六年級**

K版本	H版本
>一、圓周率 and 圓周長(六上)	◎一、圓周長與扇形弧長(六上)
>二、圓面積(六上)	
>三、縮圖、放大圖和比例尺(六上)	◎二、縮放圖與比例尺(六上)
>四、形體關係、體積與表面積(六下)	◎三、圓與扇形面積(六上)
N版本	◎四、角柱與圓柱(六下)
>一、圓周率 and 圓面積(六上)	
>二、扇形面積(六上)	
>三、形體關係和柱體表面積((六上)	
>四、柱體的體積(六下)	
>五、縮圖與比例尺(六下)	

$\pi$ 

## 「幾何」的教學及遊戲

- › 數學好好玩：長得像的圖形、三角族趴趴熊傳奇 VS 縮圖、放大圖與比例尺
- › 數學好好玩：線對稱之多胞胎會戰、不只老鼠會打洞 VS 線對稱
- › 數學好好玩：透視推理 VS 視圖與體積
- › 數學好好玩：湊圖任務 VS 扇形及圓心角

## 看見幾何

 $\pi$  $\pi$ 

## 幾何之美

- › 建築之美：[客家圓樓](#)、[埃及金字塔](#)
- › [5 Zentangle Patterns #2 | Angga Art Tutorials](#)
- › [原點女王—草間彌生](#)
- › 幾何之美影片：[旋轉](#)
- › [幾何之美教學與設計](#)：  
桃園縣仁和國小 林徽輝老師

 $\pi$ 

## 尋找生活中的幾何

- › 幾何來自於大自然，幾何也是用以探索與理解自然的方式，
  - › 請走出教室探索各種不同主題的幾何，請拍下照片分類整理，下次報告
- 一、規律的線條
  - 二、簡單平面圖形
  - 三、複合圖形
  - 四、簡單立體圖形及多面體
  - 五、複合圖形
  - 六、對稱圖形

**108 年度師資培育之大學數學領域教學研究中心-小學組  
活動回饋意見調查表彙整**

研習名稱	在職教師數學備觀議教學實務(2)				
研習時間	民國 108 年 03 月 23 星期 六 上午 09:00-上午 12:10				
研習講師	彰化縣二水鄉復興國民小學許扶堂退休教師/前彰化縣數學輔導團				
七、研習內容規劃					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
4. 研習時數安排	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者建議能夠安排一整天的研習，能夠汲取更多教學的建議。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 研習內容規劃符合個人需求	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 研習辦理方式	90%	10%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
八、講師授課情形					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
4. 講師與學員有互動及回應	95%	5%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1

2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂	95%	5%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 講師整體演講的方式與內容	95%	5%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者認為講師給了他們一場溫暖且豐收的研習。				
九、學員自我幫助					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
1. 對於學員專業成長有所幫助	90%	10%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
2. 對於教學或學習資源發展有所幫助	96%	4%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者希望能夠有更多使用教具的機會以提升實務能力。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助	95%	5%	0%	0%	0%
建議改善事項	參與者大多認為研習課程非常受用，希望可再多安排類似研習。				

## 【108 年度國民小學數學領域教學演示競賽】簡章

### 一、依據：

教育部補助師資培育之大學精進師資素養及特色發展計畫-設置數學領域教學研究中心(小學組)計畫。

### 二、活動目的：

為強化職前教師對於數學學習領域之教學知能，確保能將教學理念轉化為實踐能力，藉此提升課堂教學品質，促進教師專業發展。期以競賽方式帶動師資培訓、教材研究及實務教學，俾使攸關國民基本教育之教學知能得向上提升。透過辦理甄選及發表會活動，將優良教學活動設計，互相分享以提升數學教學專業成長。

三、主辦單位：國立臺中教育大學數學領域教學研究中心、台灣數學教育學會

四、辦理時間：108 年 3 月 30 日(六) 9:00-15:40

五、活動地點：國立臺中教育大學數學樓三樓 C302 教室。

六、報名對象：師資培育大學及一般大學之國民小學師資生、學程生及當年度具有國小師資培育實習生資格者。

### 七、報名方式：

本競賽活動分為初選(第一階段)及決選(第二階段)進行。

報名資訊如下：

#### (一) 初選(第一階段)：

- 1.採書面教案審查，收件截止日 108 年 1 月 18 日(五)，請於截止日前將資料親送或郵寄(郵戳為憑)：40306 台中市西區民生路 140 號(民生校區)數學教育學系數學領域研究中心收，
- 2.本次審查將從初選名單中選出十二組進入決選(第二階段)，錄取名單於 108 年 2 月 22 日(五)公布於本中心網站，請自行查閱，不再另行通知，網址：

<http://mathcenter.ntcu.edu.tw/>

(二)決選(第二階段):108 年 3 月 30 日(六)假國立臺中教育大學數學樓 C302 教室進行現場發表決選，每件發表時間 15 分鐘。

八、聯絡電話：國立臺中教育大學 數學領域中心：04-22183502

### 九、講評委員

- (一) 國立清華大學數理教育研究所林碧珍教授
- (二) 臺北市立大學數學系李源順教授
- (三) 高雄市梓官區梓官國民小學阮正誼老師

## 十、決選議程

## 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽決選議程

時間	內容	地點
09:00-09:20	上午場參賽者報到	國立臺中教育大學 數學樓 C301 教室
09:30-11:10	【教學演示(上午場)】	國立臺中教育大學 數學樓 C302 教室
11:10-11:20	休息	
11:20-12:10	評審委員講評(上午場)	國立臺中教育大學 數學樓 C302 教室
12:10~	賦歸(請上午場參賽者繳回相關資料)	
12:30-12:50	下午場參賽者報到	國立臺中教育大學 數學樓 C301 教室
13:00-14:40	【教學演示(下午場)】	國立臺中教育大學 數學樓 C302 教室
14:40-14:50	休息	
14:50-15:40	評審委員講評(下午場)	國立臺中教育大學 數學樓 C302 教室
15:40~	賦歸(請下午場參賽者繳回相關資料)	

## 十一、教案設計格式範例

### 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽活動 比賽（教案）設計格式範例

#### 壹、設計理念

#### 貳、教學分析

一、教材分析

二、學生分析

三、教學方法分析

四、課程概念架構圖

指標/單元名稱/活動/策略/評量方式（可依上列項目自行繪製概念架構圖）

#### 參、教學活動設計

單元名稱		適用年級	
課程名稱		教學時間	
教材版本			
教學準備			
能力指標	分年細目	單元教學目標	
單元教學目標	教學內容	時間	評量方式
			備註

#### 肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註

#### 伍、教學反思與建議

## 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽活動

### 壹、設計理念

教學現場上教師常以「被除數和除數同時刪掉 0」作為口訣進行教學，當學生未完全理解兩者同時刪掉 0 所代表的意義時，對於刪掉 0 後的新算式各數所代表的意思不甚了解，在整除的題型或許不會出現問題，可是一旦面對有餘數的狀況，「餘數究竟需不需要補 0？」常是學生混淆的癥結點，「若餘數補 0 則商數是否要補 0？」也常是學童疑惑的問題。

本節活動設計以「過年包紅包」作為主要情境，結合學生生活經驗，利用硬幣及鈔票的概念進行引導，使學生理解被除數及除數同時刪掉 0 實際上是在進行「被除數和除數同時轉換為另一個單位」(位值轉換)的動作，並說明刪掉 0 後的新算式中各數代表的含意，那麼學童在面對有餘數的問題時就不會產生上述問題。

### 貳、教學分析

#### 一、教材分析

本單元以第七冊「四位數乘以一位數」、「乘數是二位數」、「一、二位數乘以三位數」的直式乘法計算以及「四位數除以一位數」、「二、三位數除以二位數」的直式除法計算為基礎，進而熟練較大位數的乘除直式計算問題。

此外，透過具體情境理解並熟練末位為 0 的整數乘除直式算則與紀錄方式。

#### 二、學生分析

學生在進行大數之除法直式計算時，未充分理解簡化數字的原因，只是記得在計算的程序上可以「先將被除數和除數刪掉末位相同個數的 0」以簡化計算，但是不理解此舉其實是在進行「計數單位的轉換」。

在除數能夠整除被除數的情況下，即使學童未理解先將被除數和除數同時刪掉末位相同個數的 0 是在進行計數單位轉換依然能夠順利解題；在除數無法整除被除數的情況下，學生若選擇直接以原題目之數字進行運算則能順利解題，但若學童選擇以簡化算式之方法進行計算，在不理解先將被除數和除數同時刪掉末位相同個數的 0 是進行了計數單位轉換時，對於餘數所代表的意義概念不清，「餘數是

否需要補 0？」、「補 0 表示什麼意思？」常是學童產生迷思之處。

#### 三、教學方法分析

教學過程中不斷和學童討論以下問題：

單位的轉換

學童要能說出被除數及除數所轉換的單位(由「一」轉換為以「一千」為計數單位)。

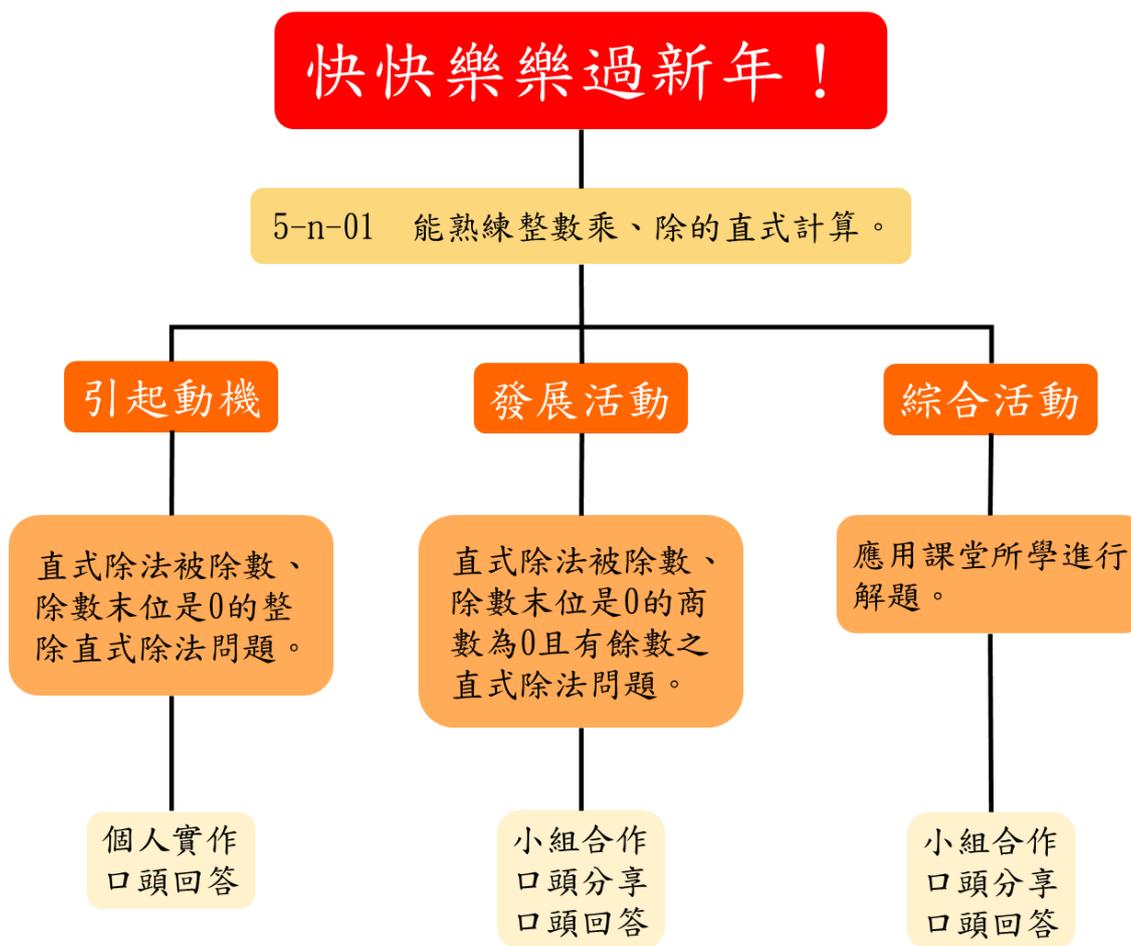
簡化問題後，新題目中各數所代表的意義

「 $39000 \div 2000$ 」並改寫為「 $39 \div 2$ 」後，學生需理解「39」所代表的意義是「39」個「一千」，「2」所表示的是「2」個「一千」。

新問題計算所得的結果(商數和餘數)在原題中的意義

「 $39 \div 2 = 19 \cdots 1$ 」，餘數「1」所代表的意涵是「1」個「一千」。

## 四、課程概念架構圖



## 參、教學活動設計

單元名稱	乘法和除法	適用年級	五年級		
課程名稱	快快樂樂過新年！	教學時間	40 分鐘		
教材版本	107 年康軒版國小數學第九冊				
教學準備	佈題條、千元假鈔、一元硬幣				
能力指標	分年細目		單元教學目標		
N-3-01 能熟練整數乘、除的直式計算。	5-n-01 能熟練整數乘、除的直式計算。		1. 能熟練被除數、除數末位是 0 的整除直式除法問題。 2. 能熟練被除數、除數末位是 0，商是整數且有餘數的直式除法問題。		
單元教學目標	教學內容		時間	評量方式	備註
能熟練被除數、除數末位是 0 的整除直式除法問題。	<p>一、引起動機</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 複習「被除數、除數末位是 0」且能整除的直式除法問題。</li> </ul> <p><b>佈題 1</b></p> <p>「新年要到了，爸爸準備了 9000 元，打算每 3000 元包成一包紅包，請問可以包成幾包紅包？」請將做法用直式記下來。</p> <p>1. 學生可能作法：</p> <p><b>作法 1</b></p> $\begin{array}{r} 3 \\ 3000 \overline{) 9000} \\ \underline{9000} \\ 0 \end{array}$ <p><b>作法 2</b></p> $\begin{array}{r} 3 \\ \cancel{3000} \overline{) \cancel{9000}} \\ \underline{\phantom{3000}9} \\ 0 \end{array}$ <p>2. 教師針對作法 2 進行提問：「刪掉 0 所表示的是什麼意思？」 學生回答：「9000 元是 9 個一千元，3000 元是 3 個一千元，所以是 9 個一千除以 3 個一千。」</p> <p>3. 教師小結：「題目的被除數 9000 元跟除數 3000 元都是以一元為單位，將兩者同時刪掉 0 是把它們從原本的 9000 個一元看作 9 個一千</p>		5'	能熟練被除數、除數末位是 0 的直式紀錄意義。	個人實作
					口頭回答

能熟練被除數、除數末位是 0，商是整數且有餘數的直式除法問題。

## 二、發展活動

- 教導「被除數、除數末位是 0，商是整數且有餘數」的直式除法問題。

### 佈題 2

「爺爺準備了 39000 元作為新年紅包，每 2000 元包成一包紅包，最多可以包成幾包紅包？還剩下幾元？」請將做法用直式記下來。

1. 學生可能作法。

### 作法 1

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 2000 \overline{) 39000} \\
 \underline{2000} \\
 19000 \\
 \underline{18000} \\
 1000
 \end{array}$$

答：可以包成 19 包紅包，剩下 1000 元。

### 作法 2

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 \cancel{2000} \overline{) \cancel{39000}} \\
 \underline{2} \\
 19 \\
 \underline{18} \\
 1
 \end{array}$$

答：可以包成 19 包紅包，剩下 1 元。

### 作法 3

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 \cancel{2000} \overline{) \cancel{39000}} \\
 \underline{2} \\
 19 \\
 \underline{18} \\
 1000
 \end{array}$$

答：可以包成 19 包紅包，剩下 1000

30'

能理解題意，並知道如何列式。

小組合作

	<p>元。</p> <p>2. 各組分享。</p> <p>T:「我們來看看各組的解法。」</p> <p>S1:「我們直接用<math>39000 \div 2000</math>，得到 19 餘 1000，所以爺爺包了 19 包紅包，還剩下 1000 元。」</p> <p>S2:「我們先把 0 刪掉了，所以變成<math>39 \div 2</math>，等於 19 餘 1，所以爺爺包了 19 包紅包，剩下 1 元。」</p> <p>S3:「我們也是先把 0 刪掉，所以<math>39 \div 2 = 19 \dots 1</math>，這個 1 是 1 張千元鈔票，答案是 19 包紅包，剩下 1000 元。」</p> <p>3. 教師引導。</p> <p>T:「各組都算出最多可以包成 19 包紅包，但是剩下的錢究竟是多少呢？我們一起來驗算看看。」</p> <p><b>作法 1</b> 驗算</p> $2000 \times 19 + 1000 = 39000$ <p><b>作法 2</b> 驗算</p> $2000 \times 19 + 1 = 38001$ <p><b>作法 3</b> 驗算</p> $2000 \times 19 + 1000 = 39000$ <p>T:「我們來看看第二組的計算過程，為什麼可以先把 0 劃掉？」</p> <p>S:「因為 39000 元是 39 張一千元，2000 元是 2 張一千元。」</p> <p>T:「我們可以把 39000 元除以 2000 元看作 39 張一千元除以 2 張一千元，也就是說每 2 張千元鈔票包成一包紅包，爺爺有 39 張千元鈔票可以包成幾包紅包？還剩下幾張千元鈔票？」</p> <p>S:「可以包成 19 包紅包，剩下 1 張千元鈔票。」</p> <p>T:「所以作法 2 的餘數 1 代表的是？」</p> <p>S:「1 張千元鈔票。」</p> <p>T:「沒錯！就是 1 張千元鈔票，也就是幾元？」</p> <p>S:「1000 元！」</p> <p>T:「是的！作法 2 的餘數 1 表示的是 1 張千元鈔票，但原題目問的是『還剩下多少元？』，不是『還剩下幾張千元鈔票？』，所以我們要回答 1000 元而不是 1 張千元鈔</p>		<p>能說明自己的解題過程。</p> <p>能理解被除數、除數刪除 0 前後所代表的意涵，知道商及餘數所表示的意思。</p>	<p>口頭發表</p> <p>口頭回答</p>
--	--	--	--	-------------------------

	<p>票。」</p> <p>T：「原本的題目是 39000 元除以 2000 元，得到商是 19 包紅包，而餘數是？」</p> <p>S：「1000 元。」</p> $\begin{array}{r} 19 \\ \hline \cancel{2000} \overline{) \cancel{39000}} \\ \underline{2} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 1000 \end{array}$ <p>4. 教師小結。</p> <p>三、綜合活動</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 類題練習</li> </ul> <p><b>佈題 3</b></p> <p>「百貨公司特價每件衣服 600 元，奶奶帶 3500 元準備幫孫子們添購新衣，請問奶奶最多可以買幾件衣服？剩下幾元？」請將做法用直式記下來。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 小組討論，發表各組作法。</li> <li>2. T：「大家的作法都相同，那我們以第一組為例。」</li> </ol> $\begin{array}{r} 5 \\ \hline \cancel{600} \overline{) \cancel{3500}} \\ \underline{30} \\ 500 \end{array}$ <p>T：「為什麼可以刪掉 0？」</p> <p>S：「因為 3500 元看作 35 張百元鈔，600 元看作 6 張百元鈔。」</p> <p>T：「所以 35 張百元鈔除以 6 張百元鈔，最多可以買幾件？還剩下多少元？」</p> <p>S：「最多買 5 件，還剩下 500 元。」</p> <p>T：「很好！大家都清楚每個數字代表的意思，也記得餘數要還原，非常好！」</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 教師總結。</li> </ul>	5'	能熟練被除數與除數末位是 0 的除法直式紀錄意義。	小組合作、口頭發表、口頭回答
--	--	----	---------------------------	----------------

## 肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
1. 能熟練被除數、除數末位是 0 的整除直式除法問題。	個人實作—學生能運用上節課所學習到概念進行解題。 口頭回答—學生能說出被除數和除數同時刪掉 0 的意義。	引起動機
2. 能熟練被除數、除數末位是 0，商是整數且有餘數的直式除法問題。	小組實作—學生能透過小組討論的方式進行解題。 口頭發表—學生能說出小組所列之算式的意義。 口頭回答—學生能根據教師提問回答相關問題。	發展活動 綜合活動

## 伍、教學反思與建議

## 1. 與新課網結合

教之核心素養(E-A2 具備探索問題的思考能力，並透過體融合十二年國驗與實踐處理日常生活問題。)，以貼近學生生活經驗之情境——包紅包，使問題更具體，讓學生更易理解本節教學重點：先將被除數與除數刪掉末位相同個數的 0 是在進行計數單位轉換之概念。

## 2. 利用分組合作學習引導學生思考

比起教師直接進行講述教學，本節採取分組討論的方式進行，希望讓學生在討論中能自行發現直式除法運算中先將被除數與除數同時刪掉 0 的意義，教師再透過提問進行引導，此教學方法應能讓學生對本節教學重點更為理解。此外，合作學習的方式亦能使學生學習與他人進行數學語言之溝通，並理解他人想法，與十二年國教之概念(E-C2 具備理解他人感受，樂於與人互動，並與團隊成員合作之素養。)相符。

## 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽活動

### 比賽教案設計-優等 良「乘」即時

#### 壹、設計理念

本節課主題為乘法(二)中「3的乘法」。由於乘法的概念是由加法中的連加而來，因此本節課主要會從學生的先備知識「3個一位數的連加(1下第2單元)」，運用前導組織來連結起舊經驗，並透過學生到糖果店的「情境模擬」作為本節課「3的乘法」的引起動機。

引起動機的方式將會以師生共同合作。其中，教師為糖果店老闆，學生為消費者，透過實際的體驗，台上與台下的學生可以具體地看到所購買的數量，包括買了4盒(單位量)與每盒有3條(單位數)的概念。此外，台上學生在模擬購買時，教師會在旁輔佐學生如何回應。透過師生間飾演角色的問答，提升學生數學的邏輯與語言的理解，同時，學生其實已在練習口述情境擬題的步驟，並埋下「學生擬題」的伏筆，此為後半節課的重點。

關於教學活動的部分，「活動一」是直接針對上述的情境來回答問題。首先，教師會以最基本的數數原則(1、2、3...、12)來開始；接續，以加法的方式來呈現算式。過程中，教師會逐步引導學生思考多元解題的策略，例如：有 $3+3+3+3$

、 $3+3=6$   $6+3=9$   $9+3=12$  等...。最後，將加法的重點回到 $3+3+3+3$ ，並詢問學生這裡的3是指什麼，3有幾個，是3的幾倍，並複習先前單元學過的「被乘數」、「乘數」與「積」，最後引出本單元的核心「乘法」 $3 \times 4$ 的算式。

「活動二」是學生解題。題目是以兩階段評量的方式來設計，教師刻意將錯誤的算式「 $4 \times 3$ 」拿來詢問學生正確與否，藉此確認學生是否有「迷思概念」。當學生產生迷思時，教師會透過「認知衝突」的方式來破除學生的疑惑，以釐清

「 $3 \times 4$ 」與「 $4 \times 3$ 」的意義不同。此外，教師也考量到有低成就的學生儘管理解上兩算式的不同，但卻無從判斷該用何種算式。針對此問題，教師會以「畫圖」配合「主角」設定的方式來逐步理解題意並寫出算式及答案。

「活動三」是請學生上台擬題，教師會出以3為單位量，1-9為單位數的算式，例如：「 $3 \times 8$ 」來請學生擬題。(一盒餅乾有3片，媽媽買了8盒，請問：共有幾片餅乾?)。本活動的目的在於訓練學生對於乘法情境之口語表達的能力，以及除了在正確寫出算式與答案的能力之下，是否能適切地口述教師佈題的情境。

「活動四」是骰子遊戲，以「被乘數」為3，「乘數」為骰子的點數之3的倍數的遊戲。學生丟骰子，骰到的點數即為「乘數」。當學生看到骰出的數字後，必須立刻說出答案(例如：骰出5，就要說三五十五)。其活動目的是藉由遊戲的方式來使學生再次練習3的乘法。

本節課透過教師的問及學生的答來引發學生主動思考，並從中學習到其他同學的想法，以及教師問題背後的意義。教學設計將因材施教，針對學生個別的需求以其他方法呈現教學(例如：「主角」的設定)，情境佈題與解題策略採取多元化教學，目的是希望學生能夠融會貫通，並將乘法的概念運用到生活中，以上為本單元的設計理念。

#### 貳、教學分析

##### 一、教材分析

本節課的教學目標為「能在同數累加的具體情境中，建立『倍』的概念和理解乘法的意義。」透過活動的操作，學生可以「在同數累加的具體情境中，能以幾倍來描述乘法問題」和「透過單位量為3的連加，建立3的乘法概念和認識乘法算式」。

本教材是以一下第二單元「3個一位數的連加」為基礎，以及二上第六單元「2、5、4、8的乘法」的先備經驗來引入本節課的課程，並在本節課學習完畢後，能夠銜接二下第四單元「0、1的乘法」以及二下第七單元「解決兩步驟加、減與乘(不含併式)的問題」。

##### 二、學生分析

學生先備經驗：(1)能做3個一位數之連加計算。

(2)能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。

(3)了解 2、5、4、8 的乘法概念。

### 三、教學方法分析

本節課首先以學生到糖果店買糖果的「情境模擬」作為引起動機。在這部分，我們運用杜威的理念「Learning by doing」，透過讓學生實際的操作，進而了解乘法的概念與生活中實際運用，比起只聆聽老師布題，學生更能留下深刻的記憶。

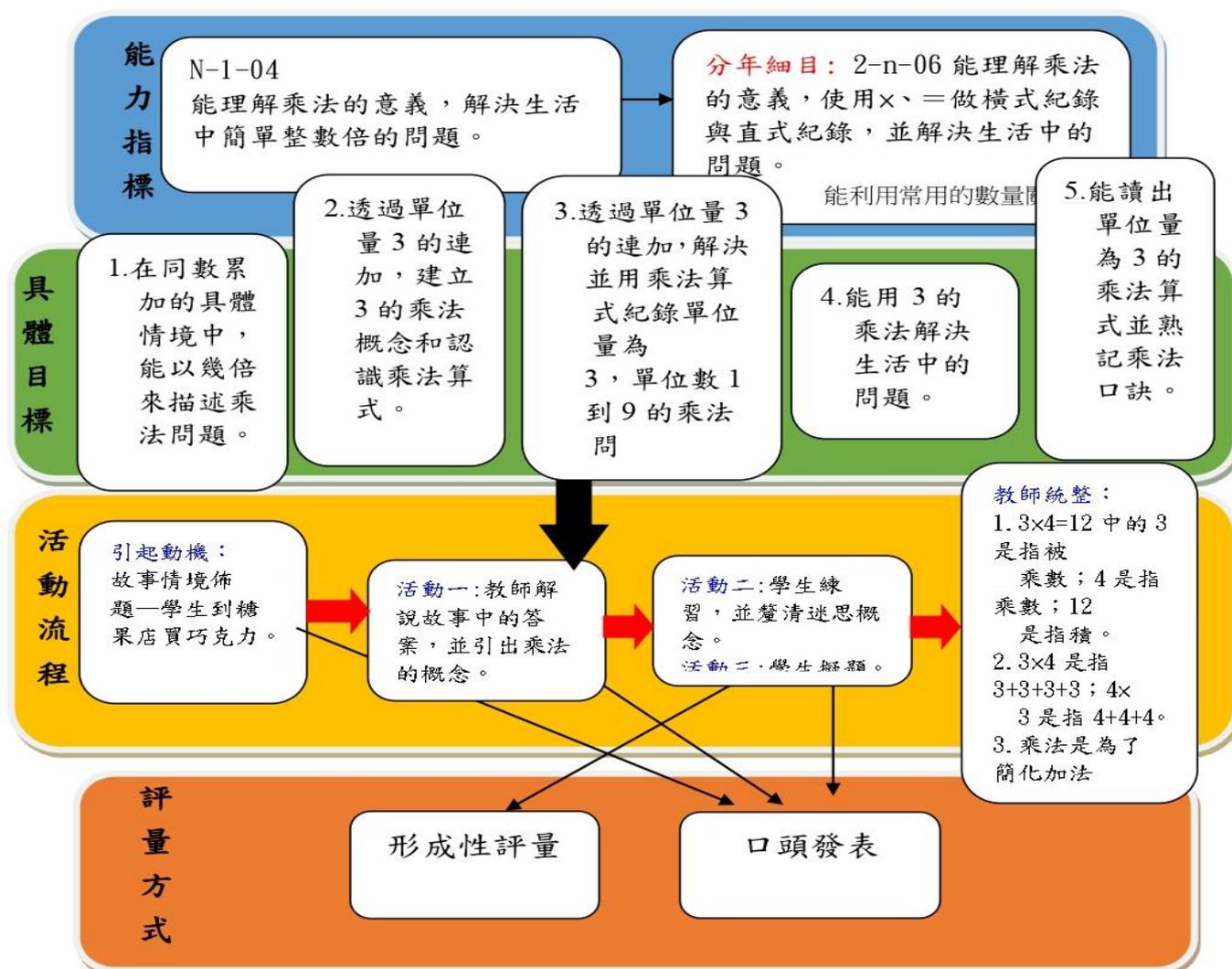
在學生練習的部分，我們了解學生會出現的迷思概念包含在計算時，將單位量與單位數顛倒運算，因此我們運用「認知衝突」的方式來突破學生錯誤的概念，讓他們了解兩者的區別。

接著，我們藉由讓學生自己擬題，了解他們對於乘法的概念是否正確。透過學生的題目，我們可以更加清楚知道學生不熟悉的部分，並對症下藥。

課程的最後，我們利用遊戲的方式幫助學生複習乘法的概念。整堂課我們多次藉由不斷的詢問學生，來達到讓學生思考並找尋答案的目的，以期學生能在摸索答案的過程中，發現數學的樂趣。

### 四、課程概念架構圖

指標/單元名稱/活動/策略/評量方式（可依上列項目自行繪製概念架構圖）



## 參、教學活動設計

單元名稱	第八單元 乘法(二)8-1 3 的乘法	適用年級	二年級		
課程名稱	3 的乘法	教學時間	共一節		
教材版本	南一版國小數學第三冊				
教學準備	課本、巧克力、巧克力盒、骰子、籤筒				
能力指標	分年細目		單元教學目標		
N-1-04 能理解乘法的意義，解決生活中簡單整數倍的問題。	2-n-06 能理解乘法的意義，使用 $\times$ 、 $=$ 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。		1.能在同數累加的具體情境中，建立「倍」的概念和理解乘法的意義，解決3的整數倍問題。 1-1 在同數累加的具體情境中，能以幾倍來描述乘法問題。 1-2 透過單位量3的連加，建立3的乘法概念和認識乘法算式。 1-3 透過單位量3的連加，解決並用乘法算式紀錄單位量為3，單位數1到9的乘法問題。 1-4 能用3的乘法解決生活中的問題。 5-1 能讀出單位量為3的乘法算式並熟記乘法口訣。		
單元教學目標	教學內容		時間	評量方式	備註
1-1 在同數累加的具體情境中，能以幾倍來描述乘法問題。	<b>壹、準備活動</b> 一、教師準備 (一)巧克力、巧克力盒 (二)籤筒 二、學生準備 (一)數學課本 三、引起動機 (一)教師故事佈題 教師故事佈題，學生仔細聆聽故事中的內容。想一想，並寫下故事中黃		4'	口頭發表	巧克力盒

	<p>玟愷同學共買了幾顆巧克力。</p> <p>〈故事情境〉： 在某年某月某日的星期二下午，學校放學了，<u>黃玟愷</u>同學揹著書包準備要出校門回家，在回家的路上突然覺得肚子餓，並且看到有一家糖果店，此時此刻，<u>文愷</u>同學就進去了店裡。 (進到糖果店) 老闆:歡迎光臨，請問你要買什麼? <u>文愷</u>:我要買巧克力。 老闆:一盒有 3 條喔。 <u>文愷</u>:好的，我要買 4 盒。 <u>文愷</u>買完巧克力很開心的回家去了。請問:<u>文愷</u>同學總共買了幾條?</p> <p>(二)教師邀請<u>黃玟愷</u>同學上台飾演邀請班上的<u>黃玟愷</u>同學到講台上與輔導老師(羽茜、于晴老師)一同飾演故事情節，並請學生仔細觀看。</p>	10'	口頭發表	籤筒
<p>1-2 透過單位量 3 的連加，建立 3 的乘法概念和認識乘法算式。</p> <p>1-3 透過單位量 3 的連加，解決並用乘法算式紀錄單位量為 3，單位數 1 到 9 的乘法問題。</p> <p>1-4 能用 3 的乘法解決生活中的問題。</p>	<p><b>貳、教學活動</b></p> <p>一、活動一：教師引出乘法的概念</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>一個一個數： 1、2、3.....、12。</li> <li>用加法的算式表示： (1)<math>3+3=6</math> <math>6+3=9</math> <math>9+3=12</math> (2)<math>3+3+3+3=12</math></li> <li>教師提問： <math>3+3+3+3=12</math> 算式中的 3 是指什麼? 3 有幾個? 是 3 的幾倍? (1)3 是指一盒有 3 顆糖果 (2)3 有 4 個 (3)是 3 的 4 倍</li> <li>用乘法的算式表示: <math>3 \times 4 = 12</math></li> <li>教師提問： 算式 <math>3 \times 4 = 12</math> 中的 3、4 和 12 的名稱各是什麼? (1)3 是被乘數 (2)4 是乘數 (3)12 是積</li> </ol> <p>二、活動二：學生練習</p> <p>(一)教師佈題： 一台三輪車有 3 個輪子，4 台有幾個輪子呢?</p> <p>(二)教師題問： 請問這題我們可以列出式子 <math>4 \times 3</math> 嗎? 覺得可以的請舉手? 覺得不</p>	15'	口頭發表 形成性評量	籤筒
<p>1-2 透過單位量 3 的連加，建立 3 的乘法概念和認識乘法算式。</p> <p>1-3 透過單位量 3 的連加，解決並用乘法算式紀錄單位量為 3，單位數 1 到 9 的乘法問題。</p>				

<p>1-4 能用 3 的乘法解決生活中的問題。</p>	<p>行的請舉手？</p> <p>(三)學生討論及回答： 教師請學生分享自己的看法，並說明為什麼可以這樣列式？為什麼不可以呢？</p> <p>(註):學生可能產生的迷思概念： 學生可能會認為 <math>3 \times 4</math> 與 <math>4 \times 3</math> 的答案一樣，因此 <math>4 \times 3</math> 是對的。</p> <p><b>【教師說明】：</b> 本題設計刻意以 <math>4 \times 3</math> 的算式來引誘學生回答「可以」。透過「兩階段評量」的方式來確認學生是否真正釐清「單位量」與「單位數」的概念。</p> <p><b>【破除迷思】：</b> 針對上述的迷思，教師運用「認知衝突」的方式打破學生的觀念，並透過「主角」的設定來幫助學生解題。</p> <p>一、認知衝突： 教師向學生說明：「題目中有說道『一台三輪車有 3 個輪子，今天有 4 台』。因此，用加法可以表示成：<math>3+3+3+3</math>；用乘法可以表示成：<math>3 \times 4</math>。然而 <math>4 \times 3</math> 的意思我們可以知道是指 <math>4+4+4</math>，也就是說變成一台車有 4 個輪子，然後有 3 台，那這就不符合我們的題目，因為我們題目的車子是「三輪車」，只有 3 個輪子。」</p> <p>從中學生可知道儘管算式的答案一樣，其算式的意義卻不相同。因此，上述的認知衝突可以讓學生明白「<math>3 \times 4</math>」與「<math>4 \times 3</math>」的意義不同。然而，對於學習低成就的學生，即使了解其差異，但可能還是無法針對題目寫出正確的算式，也就是無法正確判斷要寫「<math>3 \times 4</math>」還是「<math>4 \times 3</math>」。針對此問題，教師會以「主角」的設定與畫圖來幫助學生釐清題目中的數字該寫「被乘數」還是「乘數」，而教師的語言會以「前面」和「後面」表示。以下將詳細說明之。</p> <p>二、主角的設定+畫圖： 當學生看完題目時，首先教師會要求學生畫出題目中的內容(題目中的被乘數可以用圈圈表示)，再來要學生找出主角。此時，教師會引導學生說：「所謂的主角就是數字是一樣的」(學生找出主</p>	
------------------------------	---	--

<p>1-4 能用 3 的乘法解決生活中的問題。</p> <p>5-1 能讀出單位量為 3 的乘法算式並熟記乘法口訣。</p>	<p>角)，接續教師說明：「因為這個數字是主角，主角總是站前面，所以將該數字寫『前面』。再來，教師詢問：「總共有幾個主角呀？」（學生找出主角個數，並寫在『後面』），最後算出答案。以下藉由上述的三輪車為舉例：</p> <p>(一)步驟一：畫圖 教師將題目的內容以圖畫的方式表示之。</p>  <p>(二)步驟二：找出主角 圖中的三輪車有 3 個輪子，在上面寫 3。由於主角就是「數字一樣的」因此看到數字一樣的是 3，主角是 3。主角要寫在前面，所以是 3x</p> <p>(三)步驟三：找出主角個數 圖中的主角 3 有 4 個，所以 4 寫在後面，所以寫乘 3x4</p> <p>(四)步驟四：列出算式 <math>3 \times 4 = 12</math></p> <p>透過上述的畫圖與「主角」設定，可以幫助學生循序漸進地寫出算式並求出答案。藉由搭鷹架的方式讓低成就的學生熟悉題目的內容與數字的意義，長期的練習後，盼其能拆除鷹架，而能直接且正確地寫下算式及答案。</p> <p>三、活動三：學生擬題 教師在黑板上寫下「<math>3 \times 8</math>」的算式，並請學生想思考此算式可以列出什麼題目。 學生可能回答：一盒餅乾有 3 片，媽媽買了 8 盒，請問共有幾片餅乾呢？</p> <p>四、活動四：骰子遊戲 以「被乘數」為 3，「乘數」為骰子的點數之 3 的倍數的遊戲。學生丟骰子，骰到的點數即為「乘數」。當學生看到骰出的數字後，必須立刻說出答案(例如：骰出 5，就要說三五十五)，說對答案，教師給予學生加分。</p> <p>(一)玩法一：一顆骰子 <math>6 \times (\text{一顆骰子的點數}) = \text{答案}</math></p>	<p>5'</p> <p>口頭發表</p> <p>形成性評量</p> <p>5'</p> <p>口頭發表</p> <p>形成性評量</p> <p>1'</p>	<p>籤筒</p> <p>籤筒</p> <p>骰子</p>
---	---	---	-------------------------------

	<p>(二)玩法二: 二顆骰子</p> <p><math>6 \times (\text{二顆骰子的點數相加}) = \text{答案}</math></p> <p>參、綜合活動—教師統整</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>3 \times 4 = 12</math> 中的 3 是指被乘數；4 是指乘數；12 是指積。</li> <li><math>3 \times 4</math> 和 <math>4 \times 3</math> 的運算結果雖然都是 12，但所代表的意義卻不相同。<math>3 \times 4</math> 的意思是指 <math>3+3+3+3</math>，代表 3 有 4 個；<math>4 \times 3</math> 的意思是指 <math>4+4+4</math>，代表 4 有 3 個。</li> <li>乘法的出現是為了簡化加法繁雜的運算，透過乘法可以更快算出答案。</li> </ol> <p>【第一節結束】</p>			
--	--	--	--	--

#### 肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
在同數累加的具體情境中，能以幾倍來描述乘法問題。	口頭發表	引起動機
透過單位量 3 的連加，建立 3 的乘法概念和認識乘法算式。	口頭發表 形成性評量	活動一 活動二
透過單位量 3 的連加，解決並用乘法算式紀錄單位量為 3，單位數 1 到 9 的乘法問題。	口頭發表 形成性評量	活動一 活動二
能用 3 的乘法解決生活中的問題。	口頭發表 形成性評量	活動一 活動二 活動三
能讀出單位量為 3 的乘法算式並熟記乘法口訣。	口頭發表 形成性評量	活動四

#### 伍、教學反思與建議

##### 一、在引起動機與概念複習時：

1. 教師教學時，單位的說明要清楚、明確，例如：一「盒」巧克力中有三「條」巧克力、一「台」三輪車中有三「個」輪子等，才不會讓學生混淆。
2. 學生已學過的概念，例如：被乘數、乘數和積，教師要讓學生主動回答，而不用再重新教一次(除非學生不會，教師可再提醒)。

##### 二、在內容教學時：

1. 教師在比較  $3 \times 4$  和  $4 \times 3$  的意義不同時，可以再加入畫圈的圖像式表徵，使學生較能清楚看出其不同。
2. 運用「找主角」的設定，是希望學生能清楚了解題進而列出正確的算式，然而當學生逐漸熟悉數學題意時，教師應該協助學生拆除「找主角」的鷹架，進而以 3 有幾個，是 3 的幾倍的語言來列出算式。

##### 三、在擬題與最後總結時：

1. 在擬題時，題目要寫完整，不能只寫  $3 \times 8$  而是要寫成  $3 \times 8 = ( )$ ，因為學生習慣看到完整的算式。
2. 最好能在擬題時，帶出孩子可能有的錯誤概念。例如孩子的題目是「水果店老闆進了 8 箱水果，每箱有 3 顆，問共有幾顆水果？」可能會有孩子認

為先出現的就是被乘數，因此這題題目是錯的，算式應列為  $8 \times 3$ ，老師可以藉此幫助孩子釐清概念。

3. 總結時，不要將這一堂課的所有內容都覆述一次，而是可以讓孩子回家後，找找看日常生活中哪裡可以運到所學內容，真正做到數學融入生活情境。

## 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽活動

## 比賽教案設計-優等 面面俱到-簡單複合型體的表面積

## 壹、設計理念

經由「油漆家中擺設」的情境，讓學生從觀察最常見的形體(正方體、長方體)的表面、求得表面積，再類推到計算複合形體的的表面積。本節課以簡單複合形體的表面積作為教學重點，透過實體教具的輔助，連結舊經驗，重視學生的反應與分享，幫助學生建構數學知識，希望透過精熟學習，讓學生能夠計算出實體教具以及教師設計的二維圖形的表面積，習得表面積的概念。最後用問題討論進行整個表面積單元的統整複習，並反思在整個單元學習中遇到的問題。

## 貳、教學分析

## 一、教材分析

過去	本單元	未來
<p><b>第六冊第七單元</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 認識面積</li> <li>● 認識平方公分，並以平方公分為單位進行實測</li> </ul> <p><b>第八冊第九單元</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 能理解並使用中文簡記式表示矩形的面積公式與周長公式</li> <li>● 能用平方公尺為單位描述面積大小</li> <li>● 知道平方公尺與平方公分的關係</li> </ul> <p><b>第九冊第七、十單元</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 認識平行四邊形、三角形、梯形面積的求法，進而形成面積公式</li> <li>● 認識正方體、長方體及其展開圖</li> <li>● 認識直角柱、角椎、圓柱和圓錐的構成要素及其展開圖</li> <li>● 認識球</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 認識並計算正方體及長方體表面積</li> <li>● 能計算簡單複合形體的表面積</li> </ul>	<p><b>第十二冊第三單元</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 知道角柱表面積的求法</li> <li>● 知道三角柱和圓柱表面積的求法</li> </ul>

## 二、學生分析

1. 五年級學生 26 位
2. 已熟悉正方體、長方體之展開圖，認識表面積的概念
3. 已熟悉正方體、長方體之表面積計算，並能推導出表面積計算方法

## 三、教學方法分析

主要運用討論教學法及精熟學習法，我們將課程分成數單元，並加以有系統的組織，並針對設定目標，定期評量學生學習情況，幫助學生達到精熟水準。並讓學生透過小組內的討論及分享解題策略，加深學生的學習深度與廣度。

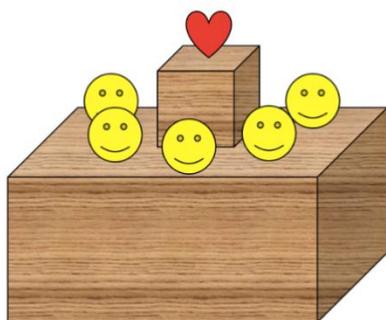
## 四、課程概念架構圖



## 參、教學活動設計

<b>單元名稱</b>	簡單複合形體的表面積	<b>適用年級</b>	五年級			
<b>課程名稱</b>	面面俱到—複合形體的表面積	<b>教學時間</b>	40 分鐘			
<b>教材版本</b>	康軒第十冊第六單元—表面積					
<b>教學準備</b>	凸形複合形體教具、ppt					
<b>能力指標</b>	<b>分年細目</b>			<b>單元教學目標</b>		
N-3-20 能理解正方體和長方體的體積公式。 (S-3-05)	數與量 5-n-20 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。 幾何 5-s-07 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。			1. 能計算凸形複合形體的表面積 2. 能小組合作進行解題，培養溝通表達能力		
<b>單元教學目標</b>	<b>教學內容</b>			<b>時間</b>	<b>評量方式</b>	<b>備註</b>
	<b>一、引起動機</b> 老師延續上節課的佈題情境：油漆家中的擺設。 老師：老師有搜集很多玩具公仔，所以老師買了一個展示箱，可是買回來的時候是沒有塗顏色的木頭箱子，所以老師想要用油漆塗成藍色的，需要塗哪些面呢？			3 分鐘		

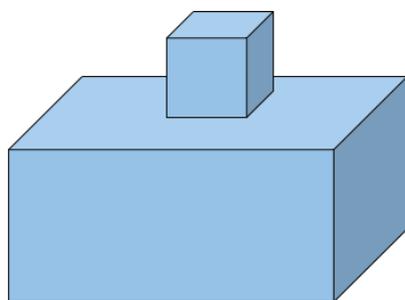
能計算  
凸形複  
合形體  
的表面  
積



17分  
鐘

## 二、發展活動一：凸形複合形體表面積計算

1. 教師運用教具，引導學生觀察兩塊物體重疊部分以及平面上的立體圖形被隱藏的表面積。



教師：你們覺得小塊的箱子需要塗幾個面呢？老師覺得塗三個面就好了

學生可能回答：三個面（錯誤回答），五個面（正確回答）

教師：請回答五個面的同學上台來指給大家看，是哪五個面。（拿出立體教具）

教師：ppt 上的平面圖，我們只能看得到有三個面，有哪幾個面被藏起來呢？在真實的世界中，小塊箱子其實有五個面有露出來喔。

教師：那請問大塊的箱子需要塗幾個面呢？

學生可能回答：五個（錯誤回答），六個（錯誤回答）

教師使用教具展示大塊箱子需要塗油漆的面，並點出大塊箱子跟小塊箱子重疊的地方

教師：這塊被小箱子蓋住的地方，要塗嗎？

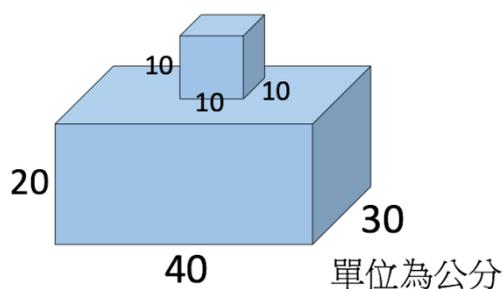
學生可能回答：不用

教師：所以這一面我們只要哪裡要漆油漆？要怎麼計算有多大呢？

學生可能回答：完整的長方形面積減掉被蓋住的那一塊

2. 教師佈題請學生計算展示箱（凸形複合形體）的表面積。

形成性評量/  
學生能正確計  
算凸形複合形  
體表面積

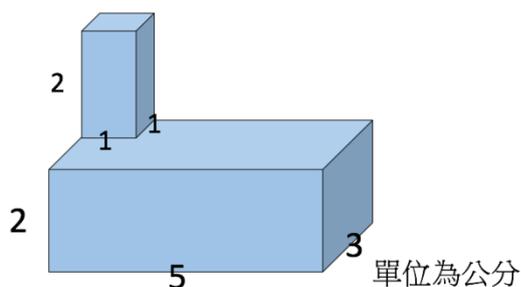


3. 教師請學生分享不同做法：
- 甲、數每面面積的方法：學生先數此型體的面共有幾個，並計算出各面的面積，求得表面積
- 小的：
- $$10 \times 10 \times 5 = 500$$
- 大的：
- $$20 \times 30 \times 2 = 1200$$
- $$40 \times 20 \times 2 = 1600$$
- $$40 \times 30 = 1200$$
- $$40 \times 30 - 10 \times 10 = 1100$$
- $$1100 + 1200 + 1600 + 1200 = 5100$$
- 全部：5100 + 500 = 5600 平方公分
- 乙、第一種分割的方法：分別算出大的和小的，再扣掉兩者重疊的面積（重疊兩次要減兩次）
- 小的：
- $$10 \times 10 \times 6 = 600$$
- 大的：
- $$20 \times 40 \times 2 = 1600$$
- $$20 \times 30 \times 2 = 1200$$
- $$40 \times 30 \times 2 = 2400$$
- $$1600 + 1200 + 2400 = 5200$$
- 重疊：10 × 10 × 2 = 200
- 全部：5200 + 600 - 200 = 5600 平方公分
- 丙、補的方法：把小的上面面積補到大的和小的重疊處，組成一個完整的大的表面積，算出來後，再加上小的四個側面的表面積，即為答案
- 大的：
- $$40 \times 30 \times 2 = 2400$$
- $$40 \times 30 \times 2 = 1600$$
- $$20 \times 30 \times 2 = 1200$$
- $$2400 + 1600 + 1200 = 5200$$
- 小的剩下：
- $$10 \times 10 \times 4 = 400$$
- 全部：400 + 5200 = 5600 平方公分
4. 教師佈題，請學生進行凸形複合形體表面積計

形成性評量/  
學生能正確計  
算凸形複合形  
體表面積

能小組合作進行解題，培養溝通表達能力

算。



5. 依據學生作答情況，討論不同的解題策略和容易出錯的部分。

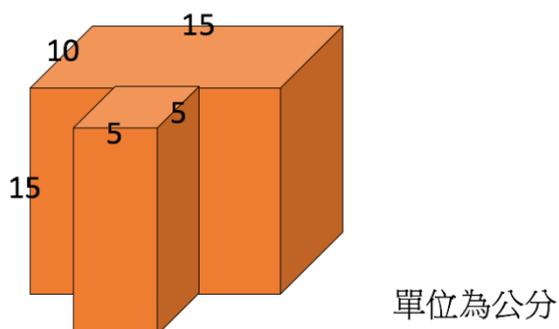
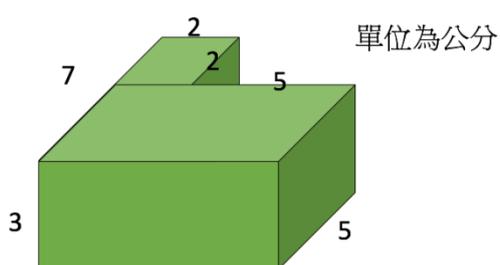
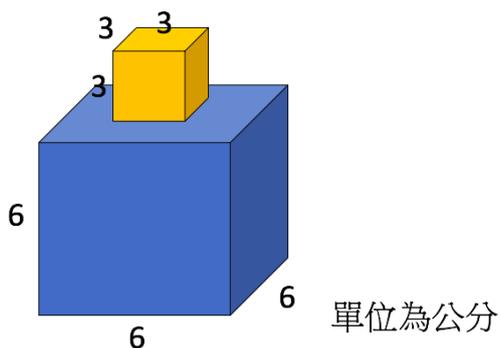
學生可能的錯誤做法：

大方塊的表面積忘記減掉小正方形的面積

忘記把小方塊的表面積跟大方塊的表面積相加

### 三、發展活動二：大展身手

1. 老師向學生講解大展身手活動：老師事先出題，點選學生上前抽題，各個小組計算各形體表面積（單位皆為公分），計算完畢之後，老師抽籤請一組學生上台向全班說明計算過程並檢視是否正確，正確即進行小組加分。



2. 學生小組作答，老師抽小組上台發表做法，詢

15分鐘

總結性評量/  
學生能計算各種凸形複合形體的表面積

口頭評量/  
學生利用口語表達自己的想法

5分鐘

	<p>問其他小組是否正確。</p> <p>3. 教師依據學生討論情況，針對迷思或較難的題目進行問題澄清。</p> <p><b>四、總結</b></p> <p>老師發下小紙條，請學生寫下兩個這個單元自己學到的數學概念，並預告下堂課。</p> <p>老師：現在老師會發下小紙條，每個人要寫下兩個關於這個表面積的單元，你學到了什麼數學概念，將紙條交給老師之後才可以下課，下堂課我們會進到列式與解題，今天這堂課就上到這裡，下課。</p>			
--	--	--	--	--

## 肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
能小組合作進行解題，培養溝通表達能力	口頭評量：學生於討論後上台進行說明，利用口語表達自己的想法或理念、並能回答教師提出之問題。	
能計算凸形複合形體的表面積	形成性評量：學生能正確計算凸形複合形體表面積	
能計算凸形複合形體的表面積	總結性評量：學生能計算各種凸形複合形體的表面積	

## 伍、教學反思與建議

在撰寫此教學教案的過程中，思考了很多如何一步步建立學生數學概念的問題，從生活的例子出發，希望能讓學生感同身受。後來從較簡單的計算複合形體有幾個面，引導學生進而計算複合形體的表面積，而在過程中試著引出需要注意的迷思，例如：平面圖中的立體圖形會有隱藏的面、凸形複合形體重疊的部分。

此外，也透過學生不同做法的分享、學生錯誤計算的觀察，除了讓學生認識到幾何圖形是可以有很多不同計算的思考之外，也刺激學生能夠從觀察別人的算法中，更加的強化自己的幾何概念，建構出自己的算法。

從教學設計完成到錄下教學流暢的影片過程中是一項不小的突破，一次次練習會逐漸加深對教學脈絡的熟悉，也能夠逐步修正口頭禪，回看錄影對於教學者是有助益。思考到未來教學前的練習，除了與夥伴們的討論、向現職老師請益的過程中，得到不少回饋，也給予未來進行課程設計與教學準備諸多能量，改正不足與增進優勢，讓教學活動更加順利完善。

重新觀看教學影片之後，我發現自己在教學表現上有兩個可以再更好的地方，一個是我覺得臉上可以有笑容一點，雖然語氣都很溫和友善，但是因為看過其他更有親和力的同學的演示，跟他們相比之下，發現到自己臉上沒有那麼多笑容，所以希望以後的演示可以展現更多親和力。另外，最後做結束的部分有點太過緊張，結束的有些倉促，希望下次可以試著在時間的壓力下，表現得更從容。

## 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽活動

### 比賽教案設計-佳作 過「分」人莊

#### 壹、設計理念

在國民小學數學課程中，分數占課程中相當重要的一環，而分數概念卻也是多數學生較感困難的部份。分數概念本身的邏輯性複雜，意義也相當多元，學生從一年級入學時，先接觸到整數概念，之後便開始學習到分數概念，從低年級的連續量與離散量的等分與整體量概念，到中年級的單位分數累積而形成了真分數、假分數與分數轉換以及等值分數等概念，高年級時則著重在擴分、約分與比例推理等概念的學習，一連串概念的發展均深深地影響邏輯關係的推理與建構。儘管如此，分數也是國中學習的基礎，若學生未建立起正確的分數概念，將成為其未來數學概念發展之一大阻礙。

其次，在分數的概念學習方面，主要包含以下脈絡：初步認識分數、同分母分數的比較與加減問題、真分數、假分數與帶分數的概念、等值分數以及異分母分數的比較問題等類型。本次的教案則聚焦於三年級時學生會面臨到的同分母分數的加減問題，在本單元的加減法問題中，學生若未建立起分數的正確認知，易將分數的分母與分子同時相加或相減，導致出現了以下的迷思概念：如  $\frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{24}$  以及  $\frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \frac{4}{0}$ ；由此可知，學生若未正確釐清分母分子所代表的意涵，易導致概念上及計算上的錯誤。

針對上述的錯誤類型，學生迷思概念產生的主要原因可能為：無法正確理解題意所要傳達的意思而忽弄帶過、未注意到單位的不同、以及未釐清分數加減法所代表的意涵。因此，為凸顯此問題並加以有效處理，本次選擇了分數同分母加減法的單元作為教學活動設計之基礎。

在此單元中，我們將以康軒版第六冊數學教科書脈絡為主，結合國語文領域中的〈過故人莊〉，設計趣味的情境問題，來撰寫此次的教案設計。本單元將學習同分母加法之基礎概念，學習重點在於引導學生釐清分母及分子在加減運算中代表的意涵，讓學生透過跨領域情境的問題澄清以上的迷思概念，再於課堂的最後再口頭總結並複習整個單元之題目，透過具結構性的教學編排，讓學生更易了解此概念，並學著加以應用於日常生活中。

最後，本次的教案設計主要旨在擺脫傳統數學講述式的教學方式，結合翻轉學習的理念，讓學生從被動的訊息接收者轉變為主動汲取知識的學習者，反覆的引導出學生腦中的想法，透過學生口語發表，以了解學生對於分數的想法及其迷思概念而加以導正。同時在課程設計方面，除了設計觀念講解與說明外，更安排情境式的題型演練，在教學過程中，不斷提問學生問題，藉以引導學生思考，幫助學生在上課的過程中調整自己的思慮不周迷思。

## 貳、教學分析

### (一)教材分析

#### 過去的經驗

2-n-07 能在具體情境中，進行分裝與平分的活動。

3-n-05 能理解除法的意義，運用 $\div$ 、 $=$ 做橫式紀錄(包括有餘數的情況)，並解決生活中的問題。

3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。



#### 現在要學的

3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。



#### 未來會學到

4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。

4-n-09 能認識等值分數，進行簡單異分母分數的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。

4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。

5-n-06 能用約分、擴分處理等值分數的換算。

5-n-07 能用通分做簡單異分母分數的比較與加減。

5-n-08 能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。

5-n-09 能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。

5-n-13 能將分數、小數標記在數線上。

## (二)學生分析

學生已具有以下能力：

1. 學生能用分數表示分裝及平裝活動情境問題。
2. 學生已了解單位分數的意義、已建立小於1的分數數詞序列概念。

## (三)教學方法分析

**喚起舊經驗(先備知識)、連結生活經驗：**  
以過故人莊為佈題背景，讓學生複習同分母分數相加的問題。

### 問答教學：

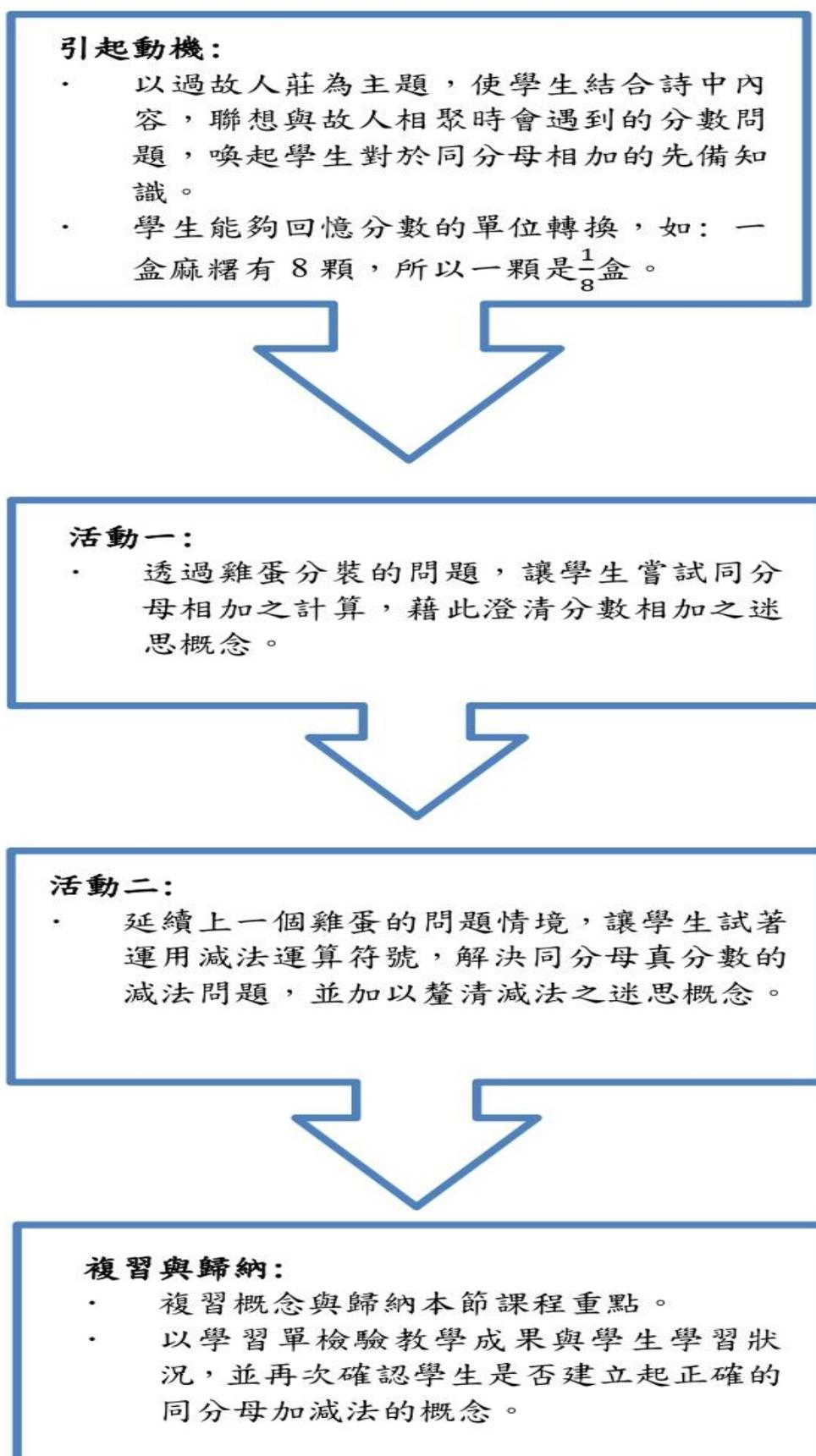
透過生活化的情境題，以提問法引導學生思考同分母加減法類型之題目，並以小白板作為輔助教學的工具，加以讓學生瞭解圖示法的解題方式。

### 複習與歸納：

教師總結此次課堂所學之重點：分數相加或相減，分母皆不變。

發下學習單作為回家作業，使學生運用本單元所學，解決生活中的分數問題。

## (四)課程概念架構圖



## 參、教學活動設計

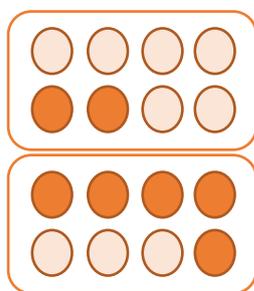
單元名稱	分數	適用年級	三年級		
課程名稱	過「分」人莊	教學時間	一節課 40 分鐘		
教材版本	康軒版第六冊				
教學準備	金沙盒子、乒乓球、小白板、學習單				
能力指標	分年細目		單元教學目標		
N-2-10 能認識真分數、假分數與帶分數，做同分母分數的比較、加減與整數倍計算，並解決生活中的問題。	3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。		<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在具體情境中，能透過數數或列式來計算同分母真分數加法添加型問題。</li> <li>2. 在具體情境中，能計算同分母真分數減法拿走型問題。</li> <li>3. 在具體情境中，學生能學習運用另一種方式(圖示)來解題。</li> </ol>		
單元教學目標	教學內容		時間	評量方式	備註
1	<p><b>壹、引起動機</b></p> <p>在我們班，每個禮拜都要背一首詩，上個星期五，大家才剛剛背過了過故人莊這首詩，這首詩是<u>孟浩然</u>寫的田園詩，透過這首詩的意境我們可以知道，以一頓普通的飯邀請和款待朋友，並一起欣賞美景、享用美食是一件多麼愜意的事情。</p> <p>不知道各位小朋友們有沒有邀請朋友一起來家裡玩的經驗呢？今天我們就要當一次故人，邀請你的朋友們來家裡玩耍，這時候如果我們要像過故人莊中的故人一樣，準備許多的佳餚給朋友的話，就有可能需要用到分數的概念囉！</p> <p>今天<u>小孟</u>想跟好久不見的朋友-<u>阿然</u>相聚，希望可以邀請他來家中作客，<u>小孟</u>想起，<u>阿然</u>最喜歡吃的食物就是甜點，剛好外婆上個星期做了 1 盒手工麻糬給<u>小孟</u>，1 盒手工麻糬有 4 顆，<u>小孟</u>想跟<u>阿然</u>一起享用。</p>		5 分	學生能夠回應教師的提問(口語評量)	

1	<p>老師：1 盒手工麻糬有 4 顆，如果今天 <u>小孟</u> 想要分給 <u>阿然</u> 1 顆手工麻糬，可以稱作幾盒呢？</p> <p>學生：<math>\frac{1}{4}</math>。</p> <p>老師：只有 <math>\frac{1}{4}</math> 嗎？應該說是 <math>\frac{1}{4}</math> 什麼？</p> <p>學生：<math>\frac{1}{4}</math> 盒。</p> <p>老師：對！大家不要忘記要加單位喔！如果今天 <u>小孟</u> 覺得 1 顆太少了，想要分給 <u>阿然</u> 2 顆手工麻糬，可以稱作幾盒呢？</p> <p>學生：<math>\frac{2}{4}</math> 盒。</p> <p>老師：以此類推，<u>小孟</u> 想要分給 <u>阿然</u> 3 顆、4 顆手工麻糬，又可以分別稱作幾盒呢？</p> <p>學生：<math>\frac{3}{4}</math> 盒及 <math>\frac{4}{4}</math> 盒。</p> <p>老師：你們怎麼得出答案的呢？</p> <p>學生：<math>\frac{1}{4}</math>、<math>\frac{2}{4}</math>、<math>\frac{3}{4}</math>、<math>\frac{4}{4}</math>，我們是一個一個往上數算出來的。</p> <p>老師：很好！那你們再想想，也看看圖，<math>\frac{4}{4}</math> 盒手工麻糬又等於幾盒呢？</p> <p>學生：1 盒。</p> <p>老師：沒錯！我們想要和他人一起享用食物的話，可以利用之前學過的累加的方式解決生活中的分數問題，接著，我們就可以更進一步的學習其他概念囉！</p> <p><b>貳、發展活動</b></p> <p><b>【活動一：加法】</b></p> <p>吃完了手工麻糬，<u>阿然</u> 才想到自己帶了自己家裡養的土雞蛋要送 <u>小孟</u>，打開盒子才發現竟然有一些蛋破了，<u>阿然</u> 數一數後發現，幸好還有 <math>\frac{5}{8}</math> 盒蛋是完整的，即使如此，<u>小孟</u> 還是很高興，因為他家裡剛好只剩下 <math>\frac{2}{8}</math> 盒蛋，請問，加上 <u>阿然</u> 給的數量，<u>小孟</u> 現在總共有幾盒蛋？</p> <p>老師：讀完了題目，這一題的題目最後想要問什麼呢？</p> <p>學生：<u>小孟</u> 現在總共有幾盒蛋？</p> <p>老師：沒錯！因為是總共，所以我們該</p>	15 分	學生能夠回答教師的提問，並給予積極回應（口語評量）	
---	--	------	---------------------------	--

	<p>用 +, -, ×, ÷ 哪一個運算呢?</p> <p>學生:用加法, 總共, 算全部的。</p> <p>老師:很好, 所以我們根據題目可以怎麼列式呢?</p> <p>學生:<math>\frac{2}{8} + \frac{5}{8}</math></p> <p>老師:為什麼呢?</p> <p>學生:因為要把小孟原本有的蛋和阿然給的蛋加在一起。</p> <p>老師:沒錯~所以<math>\frac{2}{8} + \frac{5}{8}</math>答案是…?</p> <p>學生:最後答案等於<math>\frac{7}{16}</math>!</p> <p>老師:很好的嘗試, 那可以告訴老師, 你是怎麼算的呢?</p> <p>學生:分子加分子, 分母加分母阿, <math>2+5=7</math>, <math>8+8=16</math>, 就算出來了!</p> <p>老師:好, 同學們我們一起想想看<math>\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{16}</math>合理嗎? 有沒有人想說自己的想法? (有一些同學點頭示意, 表認同)</p> <p>老師:好, 沒關係, 我們一起來看看他的做法是不是正確的。首先我們回顧一下, 分數是什麼意思呢?(拿示意圖)</p> <div data-bbox="434 1160 940 1422" style="border: 1px solid green; padding: 10px; margin: 10px 0;">  </div> <p>我們說分數呢, 就是一個東西分成幾份之後, 我們拿了幾份出來, 因此可以表示為<math>\frac{\quad}{\quad}</math>。分母代表我們把這個東西平分後得到的總數量, 而分子則代表我們取出了幾份。例如<math>\frac{1}{2}</math>的 2, 代表「一個東西被平分成兩等份」, 分子 1 則代表「取出了 1 份」, 換句話說, 因為分母的意思是「平分成 2 等份」所以不能相加, 只要加上共「取出幾份」的分子就好囉!</p> <p>老師:所以<math>\frac{1}{3}</math>是什麼意思呢?</p> <p>學生:1 個東西分成 3 份, 拿出一份就是<math>\frac{1}{3}</math>。</p> <p>老師:很好, 大家的觀念都清楚了, 那</p>		<p>學生是否專注於課堂(觀察評量)</p>	
--	--	--	------------------------	--

	<p>老師再問問你們<math>\frac{1}{8}</math>又是什麼意思呢?學生:<math>\frac{1}{8}</math>是指一個東西平分成 8 等份,取其中 1 份。</p> <p>老師:很好,<math>\frac{1}{8}</math>是 1 個東西分成 8 份,取 1 份。如果是以題目情境做例子的話,<math>\frac{1}{8}</math>是什麼意思呢?</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p>學生:1 盒雞蛋有 8 顆(份),其中 1 顆(份)蛋就是<math>\frac{1}{8}</math>!</p> <p>老師:單位是什麼呢?</p> <p>學生:是<math>\frac{1}{8}</math>盒。</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p>老師:很好,那老師想再問你們<math>\frac{2}{8}</math>是指什麼意思?</p> <p>學生:1 盒雞蛋有 8 顆(份),其中 2 顆蛋就是<math>\frac{2}{8}</math>盒!</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p>老師:很好,所以<math>\frac{2}{8}</math>是幾個<math>\frac{1}{8}</math>呢?</p> <p>學生:1 個..2 個...所以<math>\frac{1}{8}</math>有 2 個<math>\frac{1}{8}</math>。</p> <p>老師:很好,兩個<math>\frac{1}{8}</math>叫做八分之二;那<math>\frac{5}{8}</math>是幾個<math>\frac{1}{8}</math>呢?</p> <p>學生:有 5 個。</p> <p style="text-align: center;">1</p> <p>老師:所以算式相當於多少個<math>\frac{1}{8}</math>加上多</p>			
--	---	--	--	--

3	<p>少個<math>\frac{1}{8}</math>呢?</p> <p>學生:是把<u>小孟</u>的 2 個<math>\frac{1}{8}</math>加上<u>阿然</u>給的 5 個<math>\frac{1}{8}</math>,所以還有 <math>2+5\cdots</math>恩<math>\cdots 7</math> 個<math>\frac{1}{8}</math>。</p> <p>老師:所以 7 個<math>\frac{1}{8}</math>等於?</p> <p>學生:是<math>\frac{7}{8}</math>!</p> <p>老師:很好,那單位是什麼呢?</p> <p>學生:單位是盒,所以是<math>\frac{7}{8}</math>盒!</p> <p>老師:那各位同學,除了直接列式的方式之外,如果我們現在用畫圖的方式,一樣可以解出這個題目嗎?(發下小白板)</p> <p>學生:可以。</p> <p>老師:現在給大家一分鐘的時間,請大家用畫圖的方式表示出來。(一分鐘後)現在請一位自願的同學來發表自己畫的。(學生分享完後)<u>小芳</u>同學畫的非常好,他先把<u>小孟</u>有的蛋畫出來,再把<u>阿然</u>給他的蛋畫出來,兩個加起來就是<u>小孟</u>有的數量。</p>		<p>學生能試著以畫圖方式解題(實作評量)</p>	
---	--	--	---------------------------	--



小孟原本的阿然給的

2	<p style="text-align: center;"><u>小孟</u>最後有的</p> <p>老師:那請問各位同學還有其他畫法嗎?(學生搖頭)好,那透過這個方式,我們可以了解到,當遇到類似的題目時,除了用列式的方式之外,我們還能用圖示的方式來解題。那我們可以發現到同分母的分數相加,我們的運算方式什麼呢?</p> <p>學生:分子直接相加。</p> <p>老師:那分母呢?</p> <p>學生:不變,要一樣!</p> <p>老師:為什麼呢?</p> <p>學生:因為分母的意思是「分成幾等份」,所以不能相加!</p> <p>老師:沒錯,所以我們可以知道同分母的分數相加時,分母不變,只要將分子相加,即可得到分數的和!</p> <p><b>【活動二：減法】</b></p> <p>到了晚餐時間,<u>小孟</u>想想,是時候煮晚餐了,因此他拿出下午<u>阿然</u>送給他加自己原先就有的雞蛋,總共有<math>\frac{7}{8}</math>盒,想來煮番茄炒蛋,決定打3顆雞蛋來料理一番,請問,<u>小孟</u>現在剩下幾盒雞蛋呢?</p> <p>老師:讀完了題目,題目最後想要問什麼呢?</p> <p>學生:<u>小孟</u>現在剩下幾盒雞蛋?</p> <p>老師:沒錯!因為是剩下,所以我們該用+、-、×、÷哪一個運算符號表示呢?</p> <p>學生:用減法,因為要算剩下的。</p> <p>老師:很好,所以我們根據題目可以怎麼列式呢?先列出式子就好,不用寫出答案,那麼現在請小組討論2</p>	15分	學生能夠回答教師的提問,並給予積極回應(口語評量)	學生是否專注於課堂(觀察評量)
---	--	-----	---------------------------	-----------------

3

分鐘，待會老師請一組上來跟大家分享你們的過程及答案喔！

(假設討論完畢，教師課間巡視將與其他組別不同答案的上來分享)

老師:好的!時間到，我們請小組長將各組的小白板拿來貼在黑板上。

老師:我們現在一起來看看大家寫的如何囉!告訴老師你們都怎麼列式的呢?

學生: $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} =$

老師:為什麼呢?

學生:因為要把小孟原本有 $\frac{7}{8}$ 盒蛋，用掉了 $\frac{3}{8}$ 盒，所以要用減法相減。

老師:沒錯~所以最後答案是...?

學生:最後答案是 $\frac{4}{8}$ !

老師:咦!老師怎麼聽到兩種答案呢?我們一起來看看!

老師:小孟的7個 $\frac{1}{8}$ 減掉3個 $\frac{1}{8}$ ，所以還有?

學生:恩...4個 $\frac{1}{8}$ 。

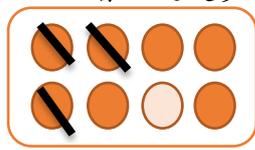
老師:所以是等於?

學生:是 $\frac{4}{8}$ !

老師:沒錯，分子減分子，分母要不變，要一樣!那不變的原因是什麼呢?

學生:因為分母的意思是「分成幾等份」，所以不能相減!這樣就變成0了。

老師:很好，我們如果以這個小白板來看，這是多數組別表示的方式。



老師:所以我們可以知道同分母的分數相減時，分母不變，只要將分子相減，即可得到分數的差!

### 參、綜合活動

透過練習上面的題目之後，我們發現到，利用分數的加法還有減法進行運算時，必須要注意，只有分子才需要進行加減，分母是不會變的，為甚麼?因

5分

	<p>為物品可以容納的總數不會因為個數的增加或減少而改變。</p> <p>在課堂的最後，老師要發下一張學習單當作回家作業給各位同學練習，學習單中的題目就跟我們今天課堂上的題目所練習的非常類似，請大家記住老師剛剛所說的原則，寫作業的時候才不會出錯喔。</p>			
--	--	--	--	--

## 肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
1. 在具體情境中，能透過數數或列式來計算同分母真分數加法添加型問題。	口語評量	教師引導學生進入〈過故人莊〉的情境當中，並以故人具雞黍的情境來引導學生同分母加法問題，進而使學生瞭解同分母分數相加分母不變的原則。
2. 在具體情境中，能計算同分母真分數減法拿走型問題。	口語評量 觀察評量	學生能瞭解同分母減法的運算原則（分數相減，分母不變），進而計算出正確答案。
3. 在具體情境中，學生能學習運用另一種方式（圖示）來解題。	口語評量 觀察評量 實作評量	學生透過教師的引導，從問題情境中思考，並嘗試以圖示法解題。



# 分數在哪裡？絕對難不倒你！

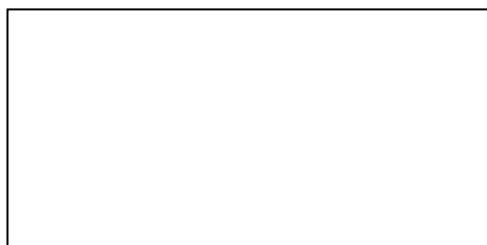
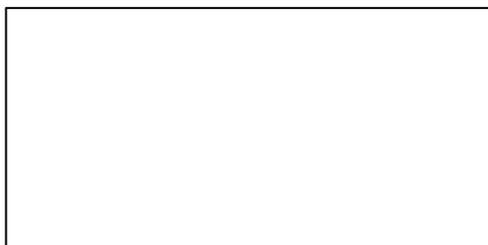
附件一

班級：\_\_\_\_\_年\_\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_。

生活中有很多的分數，只是缺少發現，請各位小偵探好好觀察自己的生活，找找生活中有運用到分數的例子，依照範例的格式，完成空格中的內容，也可以在旁邊的空格畫圖唷！

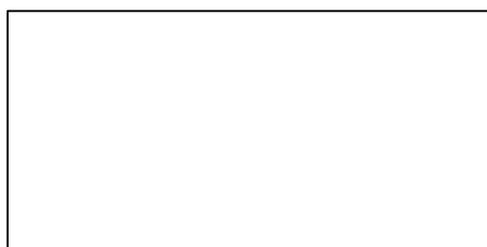
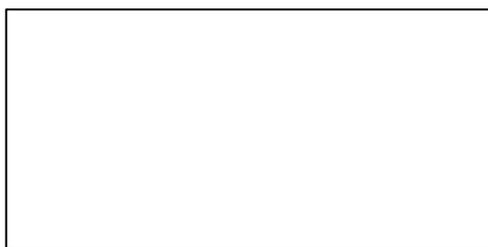
1. 小蘭去到新一的家裡，桌上擺滿了好多的糖果餅乾，其中，一包花生糖有 6 顆，新一家裡有  $\frac{5}{6}$  包，他請小蘭吃了  $\frac{3}{6}$  包，請問新一最後剩下( )包，可以說是剩下( )顆花生糖？

註：( )請以阿拉伯數字表示。左邊框框內請畫下拿走的過程，右邊框框內請畫下剩下的份數。



2. 一年過去了，新年即將到來，在寒冷的年節裡，阿笠博士準備蒸小籠包當作年夜菜之一，每籠有 9 顆，他替每個人都準備了一籠，但在最後收拾晚餐時他發現，柯南只吃了  $\frac{5}{9}$  籠，小蘭吃了  $\frac{7}{9}$  籠，於是他把牠們吃剩的都夾到同一個籠子裡，請問柯南和小蘭吃剩的合起來共有幾籠？

註：( )請以阿拉伯數字表示，左邊框框內請畫下柯南和小蘭吃掉多少還剩下多少的過程，右邊框框內請畫下最後兩人吃剩裝在同一籠裡的數量。



# 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽活動

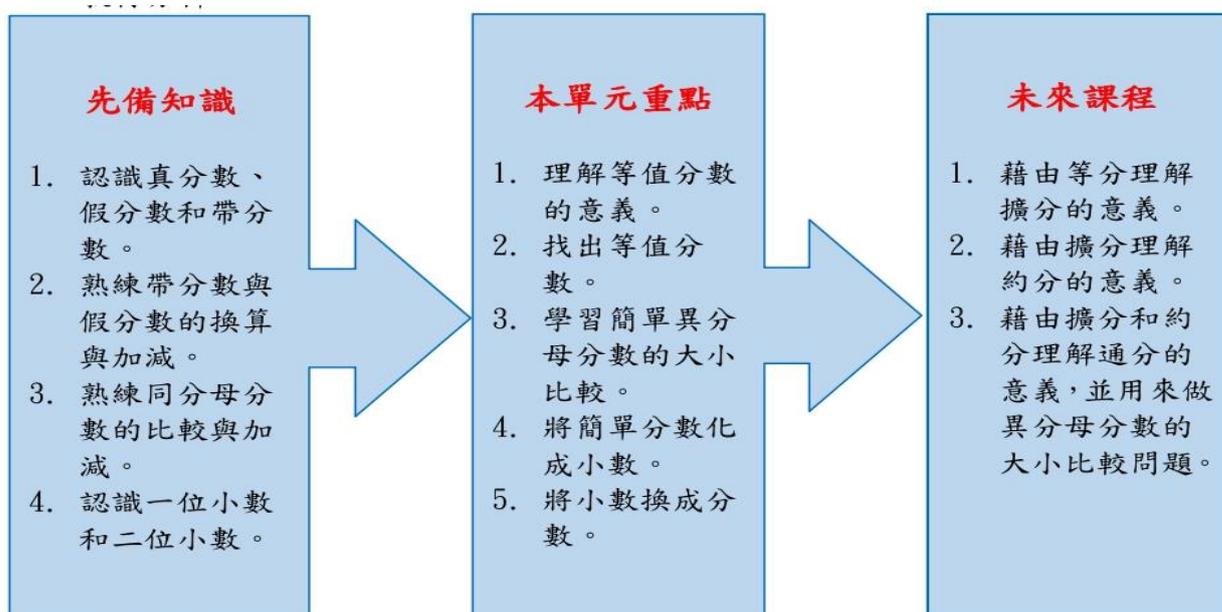
## 比賽教案設計-佳作 認識等值分數

### 壹、設計理念

現在的教學強調的不只是帶的走的能力，帶的走還要會運用，課程結合「生活情境」成為一大重點。本教學設計即由生活情境帶入，接著兩項活動讓學生分組討論、實作發表，從中找出學生的迷思概念並於以澄清，最後再以遊戲的方式強化所學。整節課強調的是學生能以具體的圖像來理解抽象的數學概念，而非一味的計算，釐清了概念，在思考上也更加靈活，靈活的思考才更能運用於生活，期望在本教學設計中，學生不僅能在實作中學習，還能在實作中體會到學數學的樂趣！

### 貳、教學分析

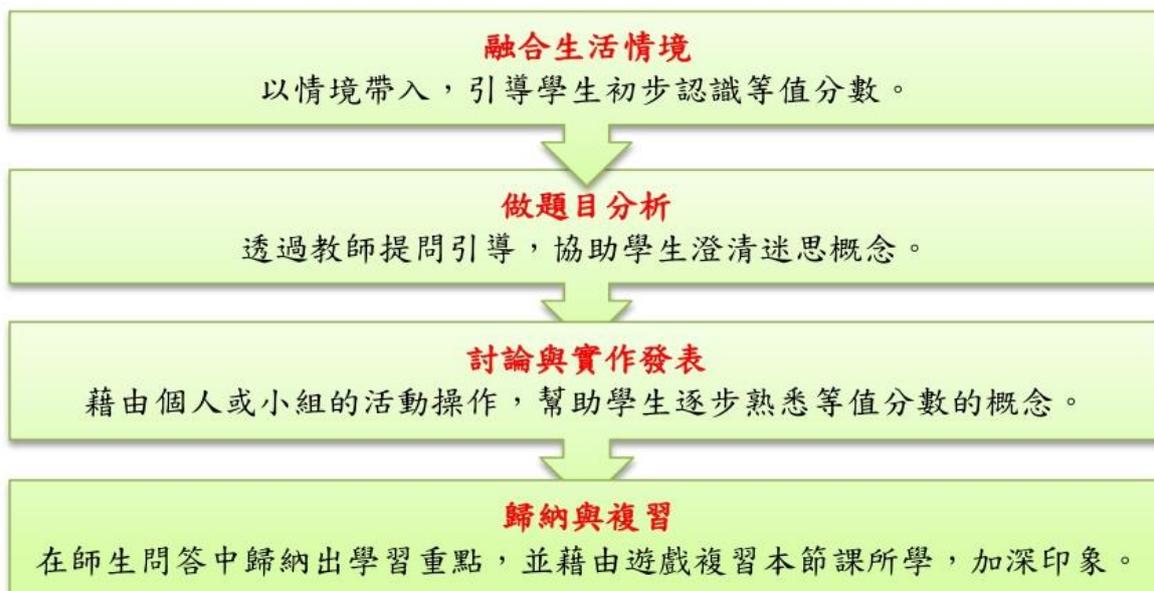
#### 一、教材分析



#### 二、學生分析

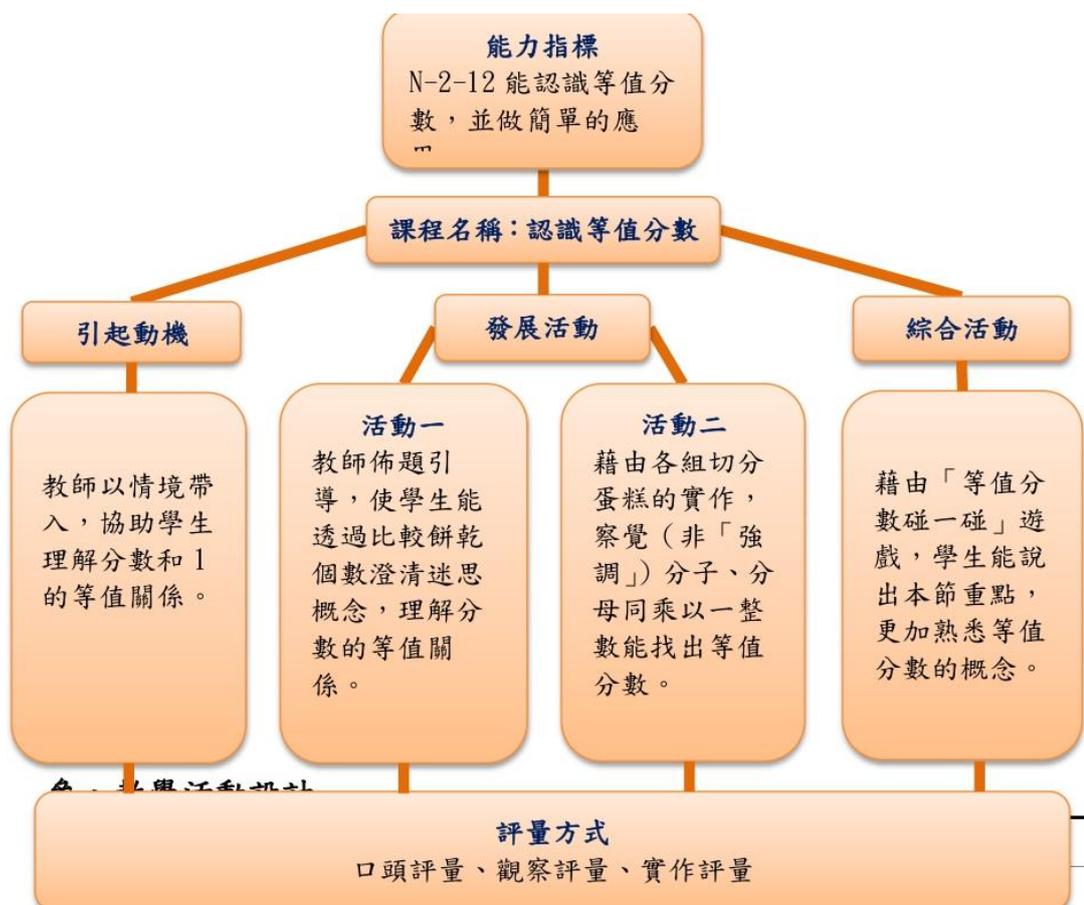
1. 學生能進行帶分數與假分數的換算，理解兩者的關聯。
2. 學生具備分數運算的基礎，能進行同分母分數的比較與加減。
3. 學生具備小數位值的概念和運算基礎，能進行一位及二位小數的加減。

## 三、教學方法分析



## 四、課程概念架構圖

指標/單元名稱/活動/策略/評量方式（可依上列項目自行繪製概念架構圖）



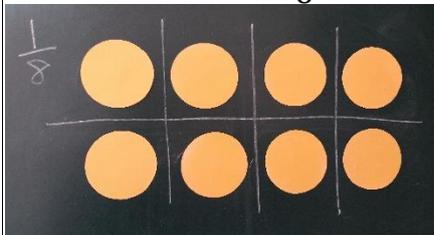
## 參、教學活動設計

單元名稱	等值分數	適用年級	四年級
課程名稱	認識等值分數	教學時間	40 分鐘
教材版本	南一版 第八冊 第九單元		
教學準備	加分板、餅乾剪紙、蛋糕剪紙、分數圖卡、分數字卡		
能力指標	分年細目	單元教學目標	
N-2-12 能認識等值分數，並做簡單的應用。	4-n-9 能認識等值分數，進行簡單異分母的比較，並用來做簡單分數與小數的互換。	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. 在離散量的情境中，學生能透過比較內容物個數，理解分數的等值關係。</li> <li>2. 學生能透過具體圖像再細分的實作，察覺分子、分母同乘以一整數能找出等值分數。</li> <li>3. 學生能透過遊戲，更加熟悉等值分數的概念。</li> </ol>	
單元教學目標	教學內容	時間	評量方式 備註(教具)
	<p><b>一、引起動機</b></p> <p>1. 以情境帶入等值分數            教師：老師很喜歡吃一樣東西，剛烤出來的時候很香，你們猜是什麼啊？            學生：烤肉、烤玉米、麵包……            教師：老師聽到答案了，沒錯，就是麵包！</p> <p>教師提問：老師昨天早上吃了<math>\frac{1}{2}</math>個麵包，晚上又吃了<math>\frac{1}{2}</math>個麵包，請問老師一共吃了幾個麵包？            學生：1 個！            教師：大家都回答的好快喔！為什麼是 1 個呢？            學生：2 個<math>\frac{1}{2}</math>加起來是 1！</p> <p>教師歸納：<math>\frac{1}{2}</math>有 2 個，所以是<math>\frac{2}{2}</math>，<math>\frac{2}{2}</math>等於 1，            以此類推 <math>1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} \dots\dots</math>，一樣大的分數就是「等值分數」喔！            教師：大家回答得很棒！</p> <p>★教學重點：以情境帶入，協助學生理解分數和 1 的等值關係。</p> <p><b>二、發展活動</b></p> <p>1. 活動一</p>	3 分鐘	口頭評量 觀察評量

在離散量的情境中，學生能透過比較內容物個數，理解分數的等值關係。

教師提問：老師有 1 盒餅乾，裡面有 8 個，小季吃了  $\frac{2}{8}$  盒，小真吃了  $\frac{1}{4}$  盒，請問誰吃的比較多？

教師：我們先來看看  $\frac{2}{8}$  盒是幾個餅乾。



(教師先操作並解釋)

教師：先將餅乾分成 8 等份，一份是幾分之幾盒呢？

學生： $\frac{1}{8}$  盒！

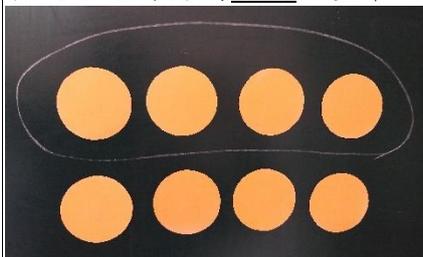
教師：沒錯，1 個餅乾是  $\frac{1}{8}$  盒，那  $\frac{2}{8}$  盒是幾個  $\frac{1}{8}$  盒？

學生：2 個！

教師：所以  $\frac{2}{8}$  盒是幾個餅乾呢？

學生：2 個！

教師：那再來看看小真吃的， $\frac{1}{4}$  盒是幾個餅乾呢？老師想請小新上臺幫老師圈出來。



(小新把 4 個餅乾圈起來)

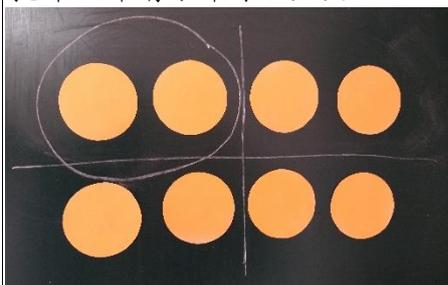
教師：大家覺得小新這樣圈對嗎？

學生：不對！

教師： $\frac{1}{4}$  盒不是一盒餅乾裡的 4 個喔，有哪位小朋友要上臺圈圈看？

(小華舉手)

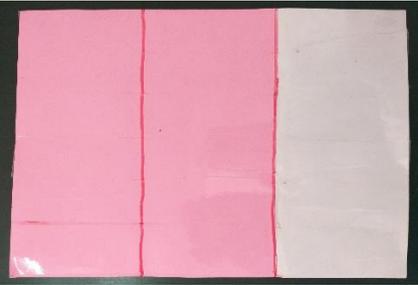
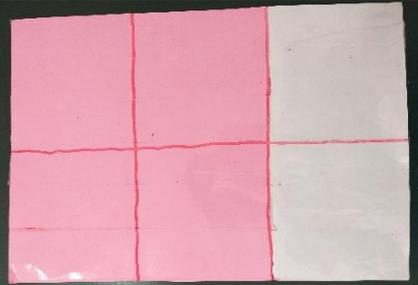
教師：那請小華來試試！



12 分鐘

口頭評量  
觀察評量  
實作評量

加分板  
餅乾剪  
紙

<p>學生能透過具體圖像再細分的實作，察覺分子、分母同乘以一整數能找出等值分數。</p>	<p>(小華把 2 個餅乾圈起來)          教師：大家覺得<u>小華</u>這樣圈對嗎？          學生：對！          教師：<u>小華</u>說一下你為什麼這樣圈？          學生：我把餅乾分成 4 等份，一份是<math>\frac{1}{4}</math>盒，所以是 2 個餅乾。          教師：大家覺得他說得對不對？          學生：對！          教師：回答得很好，整組加一分！          教師：那<math>\frac{2}{8}</math>盒和<math>\frac{1}{4}</math>盒一樣多嗎？          學生：一樣多！          教師歸納：沒錯，都一樣是 2 個餅乾，所以<math>\frac{2}{8}</math>和<math>\frac{1}{4}</math>是等值分數，<u>小季</u>和<u>小真</u>吃一樣多。</p> <p>★<u>教學重點</u>：使學生能透過比較餅乾個數的實際操作澄清迷思概念。</p> <p>2. 活動二          教師提問：老師買了 1 個蛋糕，有草莓奶油的部份剛好是<math>\frac{2}{3}</math>個蛋糕，請各組討論，幫老師找出<math>\frac{2}{3}</math>的等值分數。等一下老師會點幾組上臺發表喔！（發下蛋糕剪紙）</p>  <p>(教師下臺指導各組)          教師：看來各組都討論的差不多了，那請第○組上臺發表！</p>  <p>學生：我們把蛋糕再切一半，原本的 3 等份現在變成 6 等份，一份是<math>\frac{1}{6}</math>個蛋糕，有草</p>	13 分鐘	口頭評量 觀察評量 實作評量	加分板 蛋糕剪紙
--	--	-------	----------------------	-------------

莓奶油的是 4 份，所以是  $\frac{4}{6}$  個蛋糕， $\frac{4}{6}$  和  $\frac{2}{3}$  一

樣大，所以  $\frac{4}{6}$  是  $\frac{2}{3}$  的等值分數。

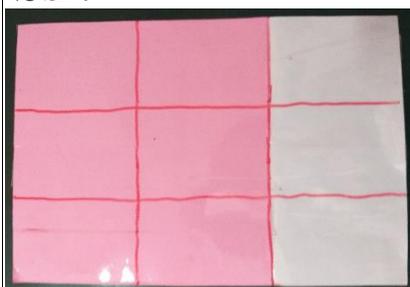
教師：大家覺得第○組說得對不對？

學生：對！

教師：他們說得非常好，加一分！

（教師將第○組的蛋糕剪紙貼上黑板）

教師：老師剛才看到第□組有不同的答案，請第□組上臺發表，其他同學要仔細聽喔！



學生：我們是把蛋糕分成 9 等份，每 1 份是  $\frac{1}{9}$  個蛋糕，草莓奶油的部份是  $\frac{6}{9}$  個蛋糕， $\frac{6}{9}$

和  $\frac{2}{3}$  一樣大，所以  $\frac{6}{9}$  是  $\frac{2}{3}$  的等值分數。

教師：大家覺得第□組說得對不對啊？

學生：對！

教師：他們也回答得很棒，加一分！

（教師將第□組的蛋糕剪紙貼上黑板）

教師：你們看！（指著三個蛋糕剪紙）所

以  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$  對不對？

學生：對！

教師歸納：把分數再等分，得到的新分數會和原來的分數一樣大，就像

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ ，有沒有發現分子、分母同乘以一整數，就能找出等值分數囉，

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times (2)}{3 \times (2)} = \frac{4}{6}, \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \times (3)}{3 \times (3)} = \frac{6}{9},$$

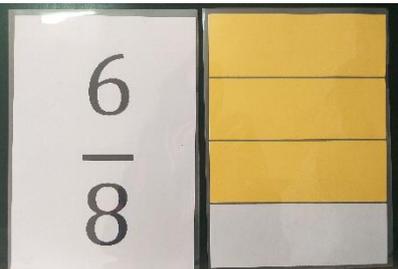
$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times (4)}{3 \times (4)} = \frac{8}{12}.$$

教師：我們來檢查看看  $\frac{2}{3}$  是不是等於  $\frac{8}{12}$ （將

蛋糕剪紙分成 12 等份）所以  $\frac{8}{12}$  是  $\frac{2}{3}$  的等值分數對不對？

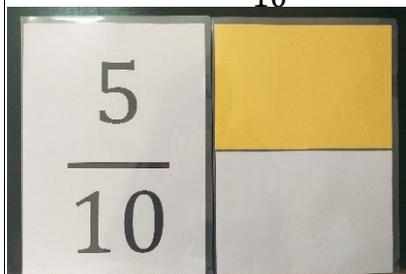
學生：對！

★教學重點：藉由分蛋糕的實作使學生「察覺」（非「強調」，主要還是以圖像來理解）

<p>學生能透過遊戲，更加熟悉等值分數的概念。</p>	<p>找出等值分數的計算方法。</p> <p><b>三、綜合活動</b></p> <p>1. 遊戲：等值分數碰一碰</p> <p>規則：每次一組派一位同學上臺（不可重複），抽出一張分數字卡，在老師喊開始之後，找出和黑板上一樣大的分數圖卡，也就是等值分數，快的整組加 2 分，慢的加 1 分，錯的不加分。</p>  <p>教師：例如老師抽到這張<math>\frac{3}{9}</math>，和它一樣大的是這張被分成 3 等分，其中有 1 格塗上顏色，所以是幾分之幾呢？</p> <p>學生：<math>\frac{1}{3}</math>！</p> <p>教師：沒錯，我們把原本的 3 等份再分，變成 9 等份，一格是<math>\frac{1}{9}</math>，有顏色的地方有 3 格，所以是？</p> <p>學生：<math>\frac{3}{9}</math>！</p> <p>教師：<math>\frac{1}{3}</math>和<math>\frac{3}{9}</math>一樣大，所以是？</p> <p>學生：等值分數！</p> <p>教師：等一下你們就是要找出和抽到的分數一樣大的圖，不能只是搶快，還要答對才有分喔！那請第○組和第□組各派一位小朋友出來！</p> <p>（學生抽分數卡）</p> <p>教師：預備，開始！</p> <p>（學生配對完分數字卡和圖卡）</p> <p>教師：我們來檢查他們拿的圖卡對不對。</p> <p>第○組拿到的是<math>\frac{6}{8}</math>，大家說說看為什麼是這張圖卡？</p> 	12 分鐘	口頭評量 觀察評量 實作評量	加分板 分數圖卡 分數字卡
-----------------------------	---	-------	----------------------	---------------------

學生：這張圖卡是 $\frac{3}{4}$ ，將原本的 4 等份再分，變成 8 等份，一格是 $\frac{1}{8}$ ，有顏色的地方是 6 格，所以是 $\frac{6}{8}$ ， $\frac{6}{8}$ 和 $\frac{3}{4}$ 一樣大。

教師：沒錯，他們是等值分數。那我們再看看第□組，這是 $\frac{5}{10}$ ，配的是這張圖卡嗎？



學生：這張圖卡是 $\frac{1}{2}$ ，將原本的 2 等份再分成 10 等份，一格是 $\frac{1}{10}$ ，有顏色的地方是 5 格，所以是 $\frac{5}{10}$ ， $\frac{5}{10}$ 和 $\frac{1}{2}$ 一樣大，所以是等值分數。

教師：大家都回答的很棒，所以兩組都答對了，剛剛是第○組比較快，加 2 分，第□組加 1 分！

（進行幾回遊戲之後）

教師：大家都很厲害喔，對等值分數的概念愈來愈熟練了！

**★教學重點：**藉由遊戲，使學生說出等值分數的概念，加深其印象。

## 2. 表揚各組

教師：今天每一組都表現得很棒，為自己鼓鼓掌！

## 肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
在離散量的情境中，學生能透過比較內容物個數，理解分數的等值關係。	口頭評量 觀察評量 實作評量	
學生能透過實際操作，察覺分子、分母同乘以一整數能找出等值分數。	口頭評量 觀察評量 實作評量	
學生能透過遊戲，更加熟悉等值分數的概念與簡單計算。	口頭評量 觀察評量 實作評量	

## 伍、教學反思與建議

## 108 年度國民小學數學領域教學演示競賽活動

### 比賽教案設計-佳作 分數好「檢」單

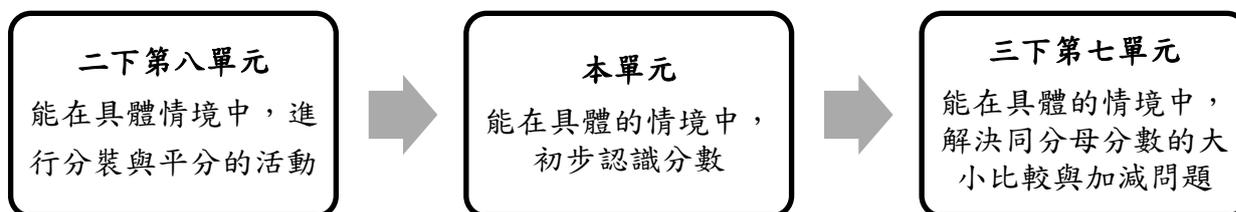
#### 壹、設計理念

本單元為分數單元中的「幾分之幾」，透過活動與課程安排，使學生能正確理解「幾分之幾」概念，以利進行後續分數的累加問題，希望藉由教學情境的適當布置，使課程活動能與學生的生活經驗連結，因此以教室布置的情境引起學生學習的動機與興趣，再透過情境式問題搭建鷹架，使舊經驗成為新經驗的鷹架，將前一單元「平分」與本單元「幾分之幾」做連結。

熱愛遊戲是小學生的天性，遊戲所帶來的樂趣更使其願意投入並熱衷學習，透過自創遊戲「分數檢紅點」，結合遊戲與幾分之幾的分數概念，將學生轉變為主動的學習者，並建立起學習的興趣與動機，透過一系列的配對競賽，在遊戲的過程中加以應用相關概念，達到聽、說、讀、寫、做的素養導向學習，使自然而然能學好本單元之數學概念，利用口語評量、實作評量來檢視學生能否正確唸出、寫出及畫出不同表徵的分數，加以了解符號與讀法的文字表徵、連續量與離散量的圖像表徵，學生得以自主學習、思考與表達，課程中教師扮演引導者的角色，用適當的引導語修正新概念的架構，最後使學生能自主獲得新知識。

#### 貳、教學分析

##### 一、教材分析



## 二、學生分析

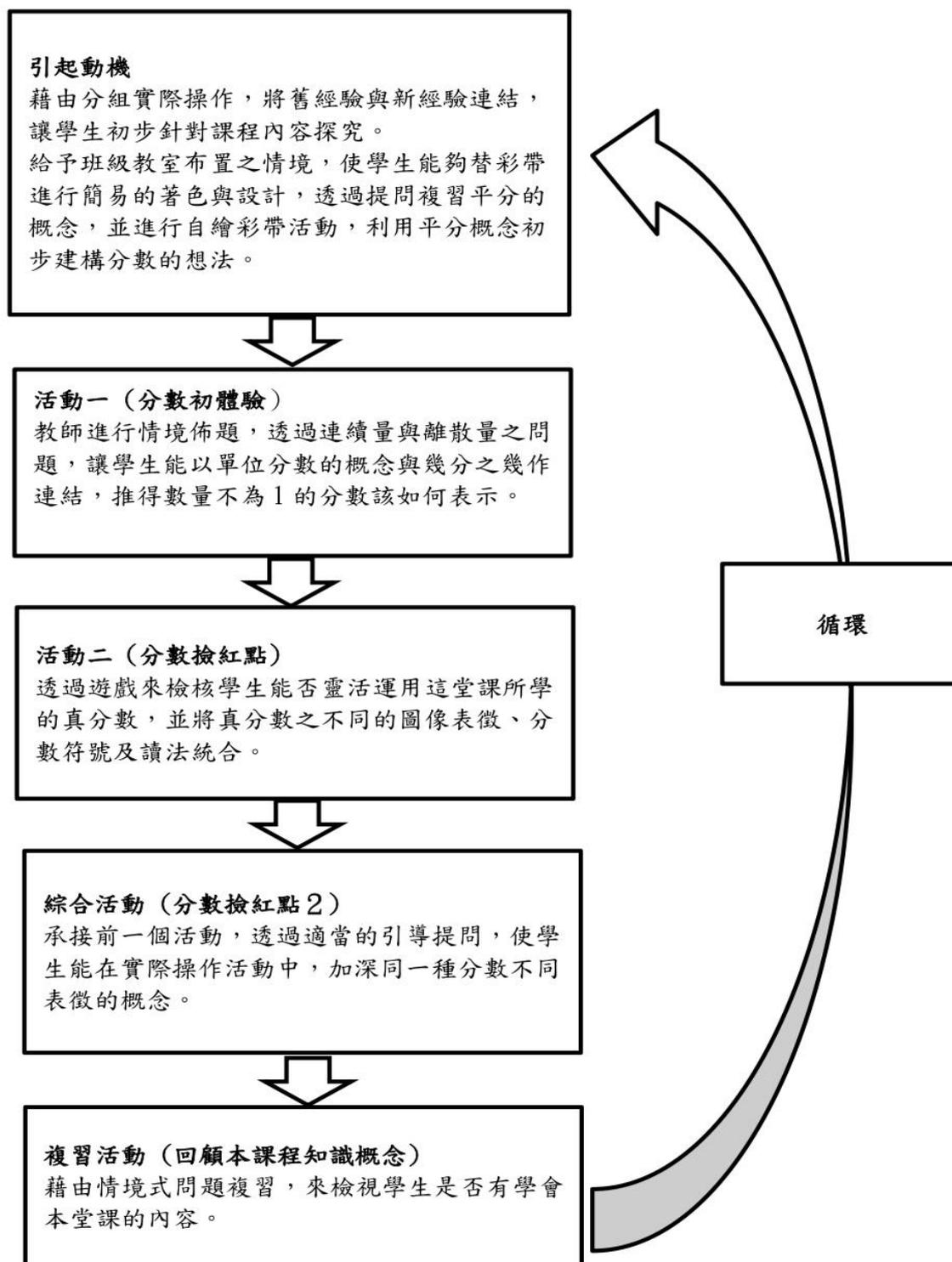
### 1. 學生學習本單元時已具有的先備知識:

- (1) 「平分」的概念。
- (2) 「單位分數」的概念。

### 2. 學生學習本單元時可能有的迷思概念:

- (1) 在用數字表達分數時，分子和分母位置寫相反。
- (2) 在實際動手做離散量與連續量等圖形表徵時，無法正確的畫出。

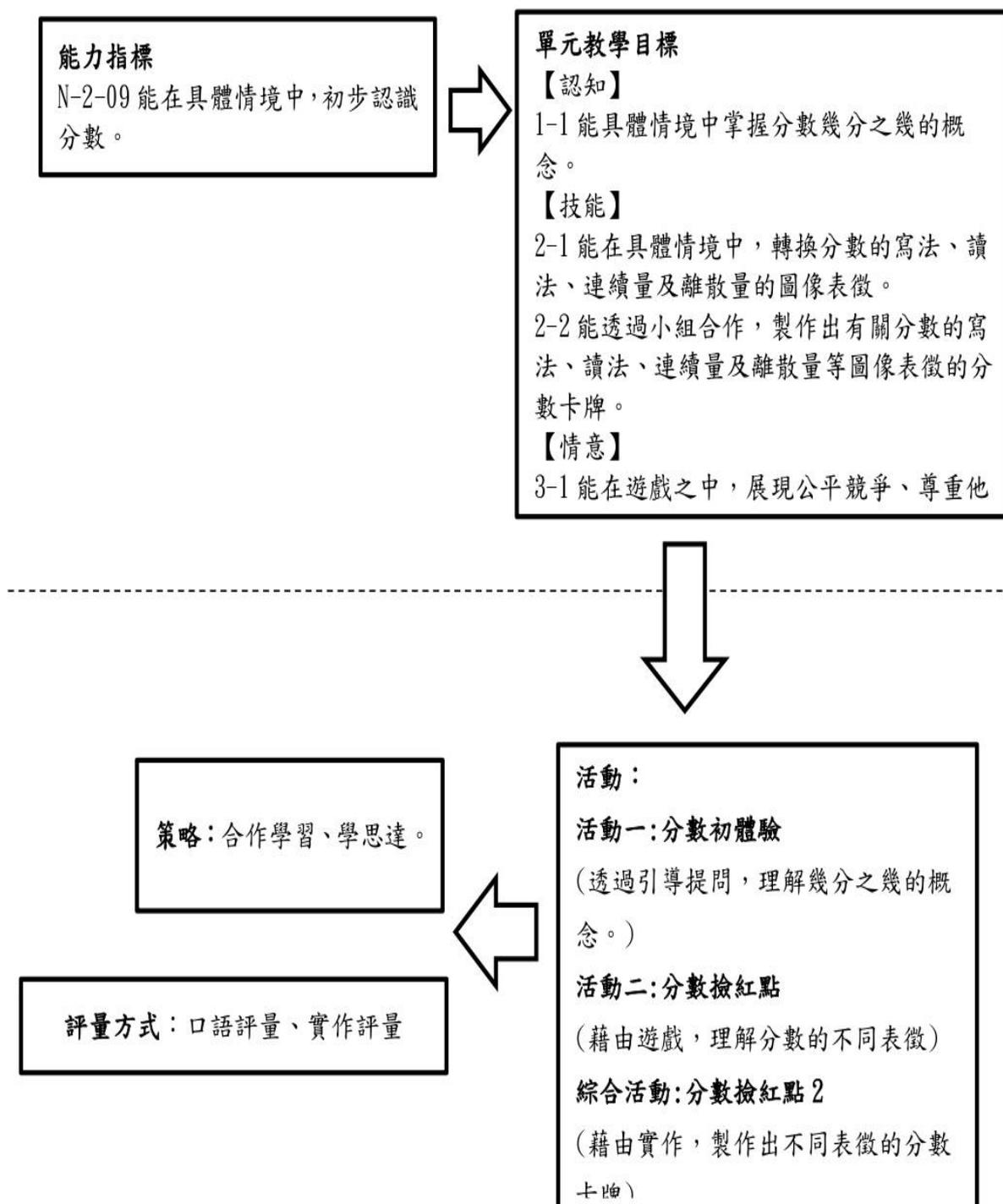
## 三、教學方法分析



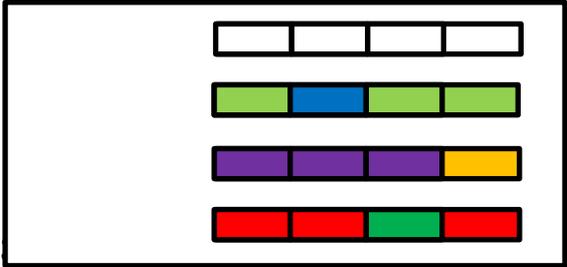
## 四、課程概念架構圖

指標/單元名稱/活動/策略/評量方式（可依上列項目自行繪製概念架構圖）

依據國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域，其能力指標 N-2-09 提到「能在具體情境中，初步認識分數。」此課程以此能力指標為基礎，發展出「認知」、「技能」、「情意」三面向之單元教學目標，以培養學生之數學素養能力，透過體驗、操作的活動，結合遊戲式的應用活動，在合作學習的情境之下，充分理解分數「幾分之幾」的概念。如下圖所示：

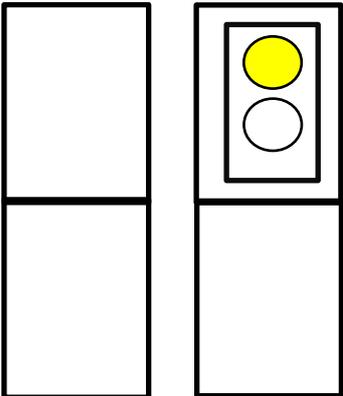




1-1 能具體情境中掌握分數幾分之幾的概念。	<p>三等分為班級的布告區、一等分為塗鴉區，每一段相同布置區域的彩帶要繪製相同的顏色」的指令。</p> <p><b>塗鴉區</b> 布告區 布告區 布告區</p> <p>引導學生說出上一堂課的概念「平分」例如：</p> <p>A. 上一次提到，如果要把一塊大蛋糕分給大家吃時，每個人要拿到一樣多，該怎麼做呢？</p> <p>學生反應：把蛋糕平分。</p> <p>B. 既然每一條彩帶要分成四等分，其中三等分是一樣的功能，代表這三等分要怎麼做呢？</p> <p>學生反應：把這三等分畫上同樣的顏色。</p> <p>(2) 教師待各組彩帶繪製完畢後，請學生將彩帶依序黏貼在黑板上之黏貼處。(如下圖所示)</p> 	(1分)	口語評量 (學生能說出平分的概念。)	特製彩帶 事先於彩帶背後黏上磁鐵。
	<p>(2分)</p> <p>確實將彩帶劃分好區域，且畫上相同的顏色。</p> <p><b>2. 活動一：分數初體驗</b></p> <p>教師進行情境佈題，透過連續量與離散量之問題，讓學生能以單位分數的概念與幾分之幾作連結，推得數量不為1的分數該如何表示。</p> <p>(1) 教師藉由單位分數的概念做引導，複習學生的先備知識。提問「黑板上的每1條彩帶皆平分成4等分，其中的1等分是幾條彩帶呢？」</p> <p>學生反應：理解單位分數的概念，能回答出其中的1等分是「<math>\frac{1}{4}</math>」條彩帶。</p> <p>(2) 教師提問「1條彩帶平分成4等分，其中的2等分是幾條彩帶呢？」</p> <p>學生反應：學生有以下兩種情況：</p> <p>A. 學生能理解分數概念，回答出其中的2等分是「<math>\frac{2}{4}</math>」條彩帶。</p> <p>B. 學生尚未將單位分數與幾分之幾作連結時，教師解釋兩者之間的</p>	(2分)	(2分)	

	<p>關聯性，1 條彩帶分成 4 等分，其中的 1 等分是「<math>\frac{1}{4}</math>」條彩帶，因此其中的 2 等分稱為「<math>\frac{2}{4}</math>」條彩帶。</p> <p>(3) 教師檢測學生是否懂得幾分之幾的概念，追問：「1 條彩帶分成 4 等分，其中的 1 等分是「<math>\frac{1}{4}</math>」條彩帶，其中的 2 等分是「<math>\frac{2}{4}</math>」條彩帶，那其中的 3 等分是幾條彩帶呢？」 學生反應：學生能回答出其中的 3 等分是「<math>\frac{3}{4}</math>」條彩帶。</p> <p>(4) 教師進行第二次佈題：「有 1 個圓型蛋糕平分成 5 塊，其中的 2 塊是幾個蛋糕呢？3 塊是幾個蛋糕呢？4 塊是幾個蛋糕呢？」 學生反應：學生能回答出其中的 2 塊是「<math>\frac{2}{5}</math>」個蛋糕；3 塊是「<math>\frac{3}{5}</math>」個蛋糕；4 塊是「<math>\frac{4}{5}</math>」個蛋糕。</p> <p>(5) 教師將連續量題型改為離散量題型，提問「1 盒蘋果有 10 顆，那麼其中的 2 顆稱為幾盒蘋果呢？」教師除了讓學生回答，再追問學生答案所含的意義為何？另外可再問其中的 3 顆、4 顆……分別稱為幾盒蘋果呢？以此類推。 學生反應：透過先前連續量之題型，推論出離散量是相同的表示方式，答案為「<math>\frac{2}{10}</math>」盒蘋果，學生能理解分數意義，回答出「<math>\frac{2}{10}</math>」盒代表 1 盒蘋果有 10 顆，其中的 2 顆稱為「<math>\frac{2}{10}</math>」盒。</p> <p>(6) 教師行為：教師進行生活情境佈題，檢驗學生是否懂得幾分之幾的概念。佈題有以下例題： A. 「媽媽要製作巧克力牛奶，買了 1 大片巧克力，用了一部份的巧克力如圖所示，用了多少片巧克力呢？」</p>	<p>(1 分)</p> <p>(2 分)</p> <p>(2 分)</p> <p>(2 分)</p>	<p>口語評量 (學生能回答出其中的 3 等分是「<math>\frac{3}{4}</math>」條彩帶。)</p> <p>口語評量 (學生回答出其中的 2 塊、3 塊、4 塊分別是「<math>\frac{2}{5}</math>」、「<math>\frac{3}{5}</math>」、「<math>\frac{4}{5}</math>」個蛋糕。)</p> <p>口語評量 (學生能理解分數意義，回答出「<math>\frac{2}{10}</math>」盒代表 1 盒蘋果有 10 顆，其中的 2 顆稱為「<math>\frac{2}{10}</math>」盒。)</p> <p>口語評量 (學生能在 A 情境中回答出媽媽用了「<math>\frac{7}{12}</math>」片巧克力；在 B 情境中回</p>	
--	--	---	---	--



<p>2-1 能在具體情境中，轉換分數的寫法、讀法、連續量及離散量的圖像表徵。</p> <p>3-1 能在遊戲之中，展現公平競爭、尊重他人的精神。</p>	<p>B. 「<u>小明</u>和爸爸買了1籠15顆的小籠包，<u>小明</u>吃了7顆，爸爸吃了8顆，<u>小明</u>和爸爸分別吃了幾籠小籠包呢？」</p> <p><b>3. 活動二：分數撿紅點</b> 透過遊戲來檢核學生能否靈活運用這堂課所學的真分數，並將真分數之不同的圖像表徵、分數符號及讀法統合。</p> <p>教學說明：</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 遊戲規則引自撲克牌的「撿紅點」，將整數改成真分數，將傳統撿紅點的規則改為配對相等的真分數。</li> <li>● 卡牌內容為一組四張，共十五組。四張內容分別為兩張圖像表徵、一張分數符號及一張讀法(如下圖所示)；十五組分別為 <math>\frac{1}{2}</math>、<math>\frac{1}{3}</math>、<math>\frac{2}{3}</math>、<math>\frac{1}{4}</math>、<math>\frac{2}{4}</math>、<math>\frac{3}{4}</math>、<math>\frac{1}{5}</math>、<math>\frac{2}{5}</math>、<math>\frac{3}{5}</math>、<math>\frac{4}{5}</math>、<math>\frac{1}{6}</math>、<math>\frac{2}{6}</math>、<math>\frac{3}{6}</math>、<math>\frac{4}{6}</math>、<math>\frac{5}{6}</math>。</li> <li>● 配對分數卡時要請學生唸出所配對之分數，藉此確認學生是否真的了解各個分數的不同表徵。</li> </ul> <div style="text-align: center;">  </div> <p>(1) 遊戲活動說明：</p> <p>A. 每組4人，共用一副分數撲克牌，將分數卡混合洗牌後，發給每人4張分數卡，剩餘分數卡放桌子中間，並翻開4張卡片做為配對卡。</p> <p>B. 玩家輪流放出1張與桌面卡片是相同分數的分數卡，並收回配對的2張卡片放在計分區。接著再翻開中間卡片堆的第一張分數卡，如果翻開的分數卡是桌面卡片的相同分數，則可再將2張配對的卡片取回計分區；如無可配對的卡片，該張卡片則放在桌面，輪下一個玩家放分數卡配對。</p> <p>C. 如果玩家手上沒有和桌面可配對</p>	14分	<p>答出<u>小明</u>和爸爸分別吃<math>\frac{7}{15}</math>、<math>\frac{8}{15}</math>籠小籠包。)</p>	分數撲克牌(附錄二)
---	--	-----	---	------------

<p>2-2 能透過小組合作，製作出有關分數的寫法、讀法、連續量及離散量等圖像表徵的分數卡牌。</p>	<p>的分數卡，仍要放出手中的 1 張卡片，並再翻開中間卡片堆的第一張分數卡至手中。</p> <p>D. 當所有玩家手中的分數卡都放完，桌上的數字卡也翻完，完成所有卡片配對後，玩家可以開始進行得分計算。</p> <p>E. 計算所配對的分數卡張數，張數最多的得 5 分、張數第二多的得 4 分、... 以此類推，玩 2~3 局後計算總分，分數最高者獲勝。</p> <p>(2) 教師行為：教師請學生試玩，並提出問題，在確認無誤後，正式開始進行活動。</p> <p>(3) 教師行為：進行進階活動「各組隨機抽出一張分數卡，製造每組有一對卡牌無法配對的衝突，並讓各組繼續進行遊戲。無法配對之分數卡將用於最後的綜合活動教學。」</p> <p>(4) 教師行為：透過引導提問，使學生回顧並覺察遊戲中的分數概念。 例如：在剛剛的遊戲中，你看到組內同學做了什麼？說了什麼？你自己又做了什麼？ 教師引導學生說出能讀出分數、配對不同表徵的分數，在活動中理解分數的概念。</p> <p><b>三、綜合活動：分數檢紅點 2</b> 承接前一個活動，藉由無法配對的卡牌來做提問，檢視學生是否能正確回答出分數的符號與讀法的文字表徵、連續量與離散量的圖像表徵，再讓學生分組製作 <math>\frac{1}{9} \sim \frac{8}{9}</math> 的分數卡牌，評量是否學生除了能說出分數表徵之外，也能確實將卡牌製作出來。</p> <p>(1) 教師提問：各組在進行完分數檢紅點活動後，哪張分數卡是無法配對的？ 教師接著請各組拿出無法配對的卡牌貼在黑板上，拿起黑板上 4 張卡牌的其中一張，並引導各組輪流說出此張分數卡牌的圖像、符號表徵是什麼及其讀法，重複操作 4 次，直到各組都能說出黑板上的 4 張分數卡牌之不同表徵為止。</p>	<p>(5 分)</p> <p>(5 分)</p> <p>(2 分)</p> <p>11 分</p> <p>(3 分)</p>	<p>實作評量 (學生能在遊戲展現公平競爭、尊重的精神。)</p> <p>實作評量 (學生能操作分數檢紅點的活動，並說出所配對分數卡之讀法。)</p> <p>口語評量 (學生能回答老師提問，並讀出不同表徵之分數讀法。)</p> <p>實作評量 (學生能透過小組討論，找出無法配對的分數卡。)</p>	<p>分數撲克牌(附錄二)</p>
---	--	---	---	-------------------

例如： $\frac{2}{5}$  這個分數在第一組內無

法配對，教師請第一組將  $\frac{2}{5}$  這張卡牌貼到黑板上，教師接著拿出卡牌並提問：

A. 代表  $\frac{2}{5}$  的圖形長什麼樣子呢？請各小組討論並看看自己組內的牌組，如果你們小組覺得有代表

$\frac{2}{5}$  的圖形卡牌，請把它貼到黑板上來。

學生反應：與小組討論後，將討論出的卡牌貼到黑板上。

（教師待學生將卡牌貼到黑板上後，再針對卡牌一一作解釋與說明哪些是正確的圖形。）

B.  $\frac{2}{5}$  的唸法應該怎麼唸呢？寫成國字的卡牌長什麼樣子呢？如

果你們小組覺得有代表  $\frac{2}{5}$  的國字卡牌，請把它貼到黑板上來。學生反應：唸出「五分之二」。並與小組討論後，將討論出的卡牌貼到黑板上。

（教師待學生將卡牌貼到黑板上後，再針對卡牌一一作解釋與說明哪些是正確的圖形。）

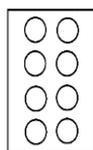
(2) 進行更進階的活動，教師以  $\frac{3}{8}$  這個分數 (2分)

作舉例：教師拿出事先準備好的  $\frac{3}{8}$  分數卡牌（共 1 組 4 張，且這組卡牌沒有出現在學生的牌組中），並詢問學生其讀法、寫法及符號表徵要怎麼表示在卡牌上。

實作評量  
（學生能透過小組討論，找出代表  $\frac{2}{5}$  圖形的卡牌。）

口語評量  
（學生能正確唸出  $\frac{2}{5}$ 。）

實作評量  
（學生能找出寫著「五分之二」的卡牌。）



- A. 教師拿出尚未上色的  
牌，詢問學生如果要畫成 $\frac{3}{8}$ ，要怎麼畫？

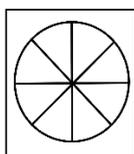
學生反應：塗滿其中三個圓圈。

教師繼續追問：那麼這三個圓圈要連在一起嗎？分開的話可不可以呢？

學生反應：不一定要連在一起，塗滿任何三個圓圈就可以了。

待學生回答完後，教師展示塗好後的卡牌。

- B. 教師拿出尚未上色的



卡牌，詢問學生如果

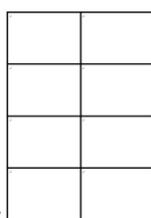
要畫成 $\frac{3}{8}$ ，要怎麼畫？

學生反應：塗滿其中三塊。

教師繼續追問：那麼這三塊要連在一起嗎？分開的話可以不可呢？

學生反應：不一定要連在一起，塗滿任三塊就可以了。

待學生回答完後，教師展示塗好後的卡牌。



- C. 教師拿出尚未上色的  
牌，詢問學生如果要畫成 $\frac{3}{8}$ ，要怎麼畫？

學生反應：塗滿其中三塊。

教師繼續追問：那麼這三塊要連在一起嗎？分開的話可以不可呢？

學生反應：不一定要連在一起，塗滿任三塊就可以了。

待學生回答完後，教師展示塗好後的卡牌。

口語評量  
(學生能  
回答出塗  
滿其中3  
個圓圈。)  
口語評量  
(學生能  
回答出3  
個圓圈不  
用連在一  
起。)

口語評量  
(學生能  
回答出塗  
滿其中3  
塊。)

口語評量  
(學生能  
回答出3  
塊不用連  
在一起。)

口語評量  
(學生能  
回答出塗  
滿其中3  
塊。)  
口語評量  
(學生能  
回答出3  
塊不用連  
在一起。)

D. 教師拿出尚未上色的



卡

牌，詢問學生如果要畫成 $\frac{3}{8}$ ，要怎麼畫？

學生反應：塗滿其中三塊。

教師繼續追問：那麼這三塊要連在一起嗎？分開的話可以不可呢？

學生反應：不一定要連在一起，塗滿任三塊就可以了。

待學生回答完後，教師展示塗好後的卡牌。

E. 教師拿出剛剛展示過的 4 張卡牌（已塗好顏色）及一張空白卡牌，詢問學生：「如果要將這 4 張卡牌寫成分數的話，要怎麼寫呢？」

學生反應：畫一條橫線，橫線上面寫 3，下面寫 8。

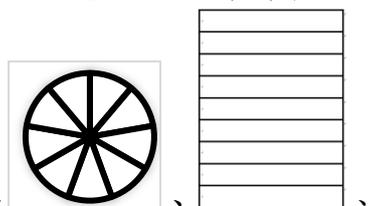
待學生回答完後，教師展示寫著

「 $\frac{3}{8}$ 」和「八分之三」的卡牌。

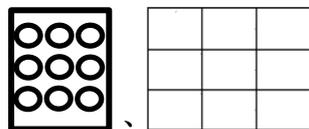
(3) 延伸進階活動，請學生實際動手做分數

$\frac{1}{9} \sim \frac{8}{9}$  卡牌：

教師發給各組 12 張卡牌（4 張空白卡牌



以及



各兩張)

並說明活動進行方式：「剛剛我們已經知道了 $\frac{3}{8}$ 的圖形、寫法以及讀法要怎麼

表示，接下來該你們動手做了，現在請你們拿出老師剛剛發的 12 張卡牌，第

一組做 $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{2}{9}$ ，第二組做 $\frac{3}{9}$ 、 $\frac{4}{9}$ ，第三組

做 $\frac{5}{9}$ 、 $\frac{6}{9}$ ，第四組做 $\frac{7}{9}$ 、 $\frac{8}{9}$ ，空白卡牌是

要寫分數的讀法和寫法用的。」

學生反應：開始製作分數卡牌。

口語評量  
(學生能  
回答出塗  
滿其中 3  
塊。)

口語評量  
(學生能  
回答出 3  
塊不用連  
在一起。)

口語評量  
(學生能  
回答出畫  
一條橫  
線，橫線  
上面寫  
3，下面寫  
8。)

實作評量  
(學生能  
依照教師  
指示，製  
作出 $\frac{1}{9} \sim \frac{8}{9}$   
的分數卡  
牌。)

口語評量  
(學生能

	<p>待各組都做好後，教師與學生共同檢視各組所製作的分數卡牌是否正確。</p> <p>(4)教師總結：教師以學生製作的<math>\frac{6}{9}</math>卡牌為例，再次複習分數的寫法、讀法、圖像要如何表示，並強調塗色時不一定要連起來，只要有塗到相對應的數量即可。</p> <p>最後說明 -----課程結束-----</p>	(1分)	回答出教師所問的問題。)	
--	--	------	--------------	--

## 肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
<p><b>【認知】</b> 1-1 能具體情境中掌握分數幾分之幾的概念。</p>	<p><b>口語評量</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生能回答出其中的 1 等分是「<math>1/4</math>」條彩帶。</li> <li>● 學生能回答出其中的 3 等分是「<math>3/4</math>」條彩帶。</li> <li>● 學生回答出其中的 2 塊、3 塊、4 塊分別是 <math>2/5</math>、<math>3/5</math>、<math>4/5</math> 個蛋糕。</li> <li>● 學生能理解分數意義，回答出 2/10 盒代表 1 盒蘋果有 10 顆，其中的 2 顆稱為 2/10 盒。</li> <li>● 學生能在 A 情境中回答出媽媽用了 <math>7/12</math> 片巧克力；在 B 情境中回答出小明和爸爸分別吃 <math>7/15</math>、<math>8/15</math> 籠小籠包。</li> </ul>	
<p><b>【技能】</b> 2-1 能在具體情境中，轉換分數的寫法、讀法、連續量及離散量的圖像表徵。</p>	<p><b>實作評量</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生能操作分數檢紅點的活動，並說出所配對分數卡之讀法。</li> </ul> <p><b>口語評量</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生能回答老師提問，並讀出不同表徵之分數讀法。</li> </ul>	
<p>2-2 能透過小組合作，製作出有關分數的寫法、讀法、連續量及離散量等圖像表徵的分數卡牌。</p>	<p><b>口語評量</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生能正確唸出 <math>2/5</math>。</li> <li>● 學生能回答出塗滿其中 3 個圓圈。</li> <li>● 學生能回答出 3 個圓圈不用連在一起。</li> <li>● 學生能回答出塗滿其中 3 塊。</li> <li>● 學生能回答出畫一條橫線，橫線上面寫 3，下面寫 8。</li> <li>● 學生能回答出教師所問的問題。</li> </ul> <p><b>實作評量</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生能透過小組討論，找出無法配對的分數卡。</li> <li>● 學生能透過小組討論，找出代表 <math>2/5</math> 圖形的卡牌。</li> <li>● 學生能找出寫著「五分之二」的卡牌。</li> <li>● 學生能依照教師指示，製作出 <math>1/9 \sim 8/9</math> 的分數卡牌。</li> </ul>	
<p><b>【情意】</b> 3-1 在遊戲之中，展現公平競爭、尊重他人的精神</p>	<p><b>實作評量</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 學生能在遊戲展現公平競爭、尊重的精神。</li> </ul>	

## 伍、教學反思與建議

## 一、試教前的期望與目標

在教學的安排上，希望結合數學的理解與應用，使學生能在具體情境「班級布置」中操作與分數有關之內容、「合作討論」中體會數學分數幾分之幾的概念，在遊戲競賽「分

數檢紅點」應用所學的分數表徵，使學生能在遊戲帶來的樂趣中願意投入並熱衷學習，將學生轉變為主動的學習者，並建立起學習的興趣與動機，達到素養導向之數學學習，使課程能成為有感的學習、有效的教學，希望數學的學習成為一種樂趣，並使得學生能在正向的氛圍中自主學習，彼此相互合作、互動成長。

## 二、試教後的反思

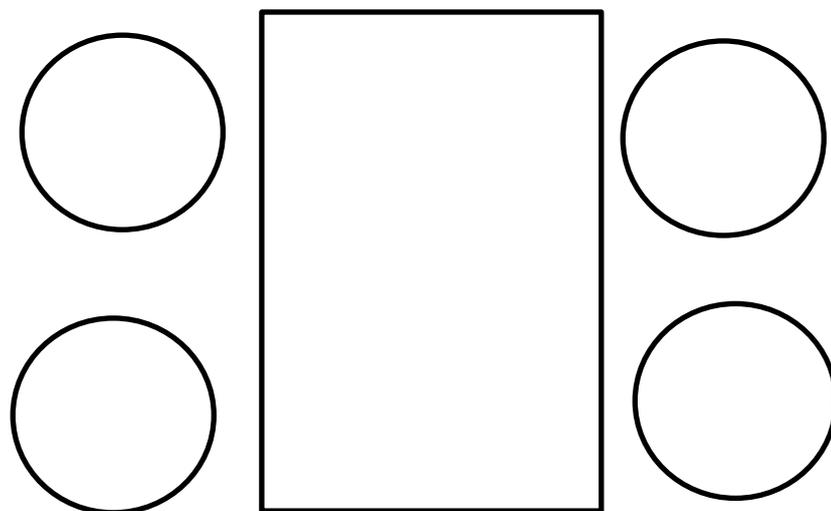
在教學過程中，如果遇到學生對於幾分之幾的概念尚未確實建立時，則教師會進一步補充說明，讓學生能強化對分數的概念。而透過「分數檢紅點」的活動，除了能讓學生在遊戲中體驗分數的樂趣，進而能鞏固學生對幾分之幾以及分數和圖像之間的轉換，這種寓教於樂的教學方式，對學生來說具有很大的吸引力，且能達到老師所期望的教學目標。藉由這個活動，幫助學生確實建立好分數概念的鷹架，讓他們可以在課堂上馬上學會，減少課後補救教學的學生數，也建立學生學習的信心。

## 三、建議

在課程安排上，希望能給予學生不同的活動，在不同的活動規劃中，融合操作、宣告、提問與遊戲競賽中學習，充分與學生之舊經驗連結，但因為整體授課時間僅唯一堂課，因此在帶給學生的體驗非常多元的前提之下，使得在整堂課程的進行當中，需要十分精熟、以及與學生建立正向關係，並維持良好班級經營模式，才能在略為緊湊的課程安排中妥善進行。

### 附錄一、分組方法

教師在課程開始之前，教師請學生移動為分組模式(共分成 4 組)，先決定組內同學今天的職務，坐在分組桌左邊依序為 1、2，右邊依序為 3、4(分組如下圖所示)



編號 1 號為小幫手，負責至講臺拿課程需要的道具。

編號 2 號為小組長，進行活動時由小組長指揮。

編號 3 號為小記錄，負責小組有關的紀錄或重點註記。

編號 4 號為小發表，分享小組所得出的結果或心得。

小組有發表者即可整組加分。

附件二、分數卡牌示意圖


**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

研習名稱	有效教學-分數(2)				
研習時間	108 年 04 月 02 日(星期二)下午 03:40-05:30				
研習講師	南投縣數學輔導團 毛炳楠 專任輔導員				
<b>一、 研習內容規劃</b>					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
研習時數安排	92%	8%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
研習內容規劃符合個人需求	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
研習辦理方式	93%	6%	1%	0%	0%
建議改善事項	無。				
<b>二、 講師授課情形</b>					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
講師與學員有互動及回應	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1

講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	講師授課條理分明，邏輯清晰。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
講師整體演講的方式與內容	97%	3%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
<b>三、 學員自我幫助</b>					
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
對於學員專業成長有所幫助	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
對於教學或學習資源發展有所幫助	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	無。				
	<b>很滿意</b> 5	<b>滿意</b> 4	<b>普通</b> 3	<b>不滿意</b> 2	<b>非常不滿意</b> 1
對於日後的教學或學習工作有所幫助	98%	2%	0%	0%	0%
建議改善事項	講師用生活中有的物品來做為教具比出版商冷冰冰的教具更能貼近孩子們。				

## 有效教學—分數 (五)

台灣南校 毛炳楠  
 Mail: t00850@gmail.com  
 發展解題能力數學工作坊  
 時間: 2019/4/2  
 地點: 台中教育大學



- 問題：請就你的猜想（或專業），試著找出一個小學四年級學生要學會「等值分數」的概念，他必須先學會哪些概念？將這些概念依其學習的先後順序列出來！～不要管別人怎麼想，先從自己的直覺出發！

## 前情提要

### 分數的意義

- 分數原始意義是「一個整體等分後的部分」，等分則份數 $M$ 為分母，取出份數 $N$ 為分子，表示成 $\frac{N}{M}$ 。
- 兩整數相除完全等分的表示方式，將 $N$ 等分成 $M$ 份，每份就以 $N \div M = \frac{N}{M}$ 表示；或將 $N$ 以每份為 $M$ 份來分，「相當於」平分成 $\frac{N}{M}$ 份（測量）。
- 視為「運算子」，簡言之「全部的 $\frac{N}{M}$ 」。
- 數線上的一個點所代表的數值
- 有爭議的「比值」— $N:M = \frac{N}{M}$ ；籃子裡放了 $P$ 顆蘋果和 $Q$ 顆水梨，蘋果和水梨的數量比為 $P:Q$ ，蘋果的數量是水梨的 $P \div Q = \frac{P}{Q}$ 倍；蘋果數量是全部的 $\frac{P}{P+Q}$

© 中華 陳錦祥、洪麗珍、張保羅、分數的意義與應用，http://www.nyu.edu.tw/teachers/entry/3421/3475/1/306.pdf

### 分數的情境

- 連續量
- 離散量內容物單一
- 離散量內容物多個
- 度量的連續量
- 全部量(人教版)—比率

### 分數數詞的意義？

分子	孩子	怎麼拿
分母	媽媽	怎麼分

### 單位分數的價值？

- 分數意義
- 分數數數
- 分數累加與累退
- 假分數
- 帶分數
- 分數的整數倍
- 分數除以整數

### 單位與分數概念的意義？

• 有顆、有份、有盒？學生不會搞混嗎？

一、一桶鉛筆有 24 枝，點小盒拿了 15 枝，點小盒拿了  $\frac{5}{6}$  桶，請問兩人共拿了 20 枝，也是  $(\frac{5}{6})$  桶。

二、一桶鉛筆有 24 枝，點小盒拿了 15 枝，點小盒拿了  $\frac{5}{6}$  桶，請問兩人共拿了 20 枝，也是  $(\frac{5}{6})$  桶。

$$\frac{5}{6} + 15 = \frac{20}{6} = 3\frac{2}{6}$$

A: 20 枝  
B: 桶

### 操作？畫圖？講述？計算？

### 用問題作為結語

• 小學三年級的數學課堂中，你要怎麼帶孩子比較  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$  誰比較大？

- 注意哪些關鍵？
- 怎麼布題？
- 怎麼搭鷹架？

### 學習動機

花籃縣是臺灣會計花的主要產地，產量占總產量的  $\frac{1}{10}$ ，其他縣市會計花的產量合計占總產量的  $\frac{9}{10}$ 。和  $\frac{1}{10}$  和  $\frac{9}{10}$  哪個比較大？在本單元中可以學習到。

### 學習動機

棒球比賽中，1 人出局表示投手投了  $\frac{1}{3}$  局，2 人出局表示投手投了  $\frac{2}{3}$  局，3 人出局表示投手投了 1 局。連續投到第 6 局 2 人出局時，下場休息，可以說投了  $5\frac{2}{3}$  局， $5\frac{2}{3}$  是幾分數呢？在本單元可以學習到。

**學習動機**

處於溫室環境上長的「溫上米」，在無牙蟲的破壞生長，加上優良的天候條件配合，使得「溫上米」成為馳名世界的優質米品牌，且治時期更是遠銷日本天皇的御用米。1.5 公斤重的溫上米用分數表示是幾公斤？你知道怎麼算嗎？在本單元可以學習到。



**4 擴分、約分和通分**

學習目標 學習重點 學習策略



**6 異分母分數的加減**

學習目標 學習重點 YouTube 學習策略



**分數的教學提問！**

**延伸練習**

(1) 1 個西瓜平均分成 4 份，3 份是幾幾？ $\frac{3}{4}$  是幾幾？  
 (2) 1 打(12 個)的雞蛋， $\frac{1}{2}$  打是幾個？

**挑戰練習**

(1) 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。

**趣味活動**

(1) 1 個西瓜，10 顆雞蛋，1 打雞蛋( )個，( )個雞蛋。  
 (2) 1 打(12 個)的雞蛋， $\frac{1}{2}$  打是( )個，( )個。

1. 1 個西瓜平均分成 4 份，3 份是幾幾？  
 2. 1 打(12 個)的雞蛋， $\frac{1}{2}$  打是幾個？

3. 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。



**3-1 異分母分數的加減**

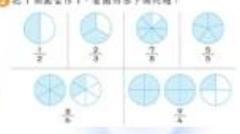
1. 1 個西瓜平均分成 4 份，3 份是幾幾？  
 2. 1 打(12 個)的雞蛋， $\frac{1}{2}$  打是幾個？  
 3. 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。

4. 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。

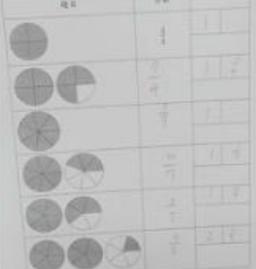
5. 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。

6. 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。

7. 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。



1. 1 個西瓜平均分成 4 份，3 份是幾幾？  
 2. 1 打(12 個)的雞蛋， $\frac{1}{2}$  打是幾個？  
 3. 1 個西瓜平均分成 8 份，1 月是( )個，3 月是( )個，8 月是( )個，1 =  $\frac{(\quad)}{8}$ 。



### 帶分數中的整數意義為何？

1. 每個圓餅中有 4 份。  
 2. 1 個圓餅有幾份？幾個圓餅？是幾分之幾呢？

3. 4 個圓餅有幾份？幾個圓餅？是幾分之幾呢？

4. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

5. 1 個圓餅有幾份？幾個圓餅？是幾分之幾呢？

6. 4 個圓餅有幾份？幾個圓餅？是幾分之幾呢？

7. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

8. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

9. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

10. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

11. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

12. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

13. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

14. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

15. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

16. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

17. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

18. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

19. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

20. 每個圓餅有 4 份，1 個圓餅有幾分之幾？幾份？4 個圓餅有幾分之幾呢？

### 分數帶怎麼分拆？

1.  $2\frac{1}{2}$ 、 $3\frac{1}{2}$ 、 $4\frac{1}{2}$  這樣的分數，它的分子比份數小，叫作真分數。

2.  $2\frac{2}{2}$ 、 $3\frac{2}{2}$ 、 $4\frac{2}{2}$  這樣的分數，它的分子比份數大，叫作帶分數。

3.  $2\frac{3}{2}$ 、 $3\frac{3}{2}$ 、 $4\frac{3}{2}$  這樣的帶分數，叫作假分數。

4.  $2\frac{4}{2}$ 、 $3\frac{4}{2}$ 、 $4\frac{4}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

5.  $2\frac{5}{2}$ 、 $3\frac{5}{2}$ 、 $4\frac{5}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

6.  $2\frac{6}{2}$ 、 $3\frac{6}{2}$ 、 $4\frac{6}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

7.  $2\frac{7}{2}$ 、 $3\frac{7}{2}$ 、 $4\frac{7}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

8.  $2\frac{8}{2}$ 、 $3\frac{8}{2}$ 、 $4\frac{8}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

9.  $2\frac{9}{2}$ 、 $3\frac{9}{2}$ 、 $4\frac{9}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

10.  $2\frac{10}{2}$ 、 $3\frac{10}{2}$ 、 $4\frac{10}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

11.  $2\frac{11}{2}$ 、 $3\frac{11}{2}$ 、 $4\frac{11}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

12.  $2\frac{12}{2}$ 、 $3\frac{12}{2}$ 、 $4\frac{12}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

13.  $2\frac{13}{2}$ 、 $3\frac{13}{2}$ 、 $4\frac{13}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

14.  $2\frac{14}{2}$ 、 $3\frac{14}{2}$ 、 $4\frac{14}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

15.  $2\frac{15}{2}$ 、 $3\frac{15}{2}$ 、 $4\frac{15}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

16.  $2\frac{16}{2}$ 、 $3\frac{16}{2}$ 、 $4\frac{16}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

17.  $2\frac{17}{2}$ 、 $3\frac{17}{2}$ 、 $4\frac{17}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

18.  $2\frac{18}{2}$ 、 $3\frac{18}{2}$ 、 $4\frac{18}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

19.  $2\frac{19}{2}$ 、 $3\frac{19}{2}$ 、 $4\frac{19}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

20.  $2\frac{20}{2}$ 、 $3\frac{20}{2}$ 、 $4\frac{20}{2}$  這樣的帶分數，叫作帶假分數。

### 帶分數的加法和減法

1. 帶分數的加法和減法

2. 帶分數的加法和減法

3. 帶分數的加法和減法

4. 帶分數的加法和減法

5. 帶分數的加法和減法

6. 帶分數的加法和減法

7. 帶分數的加法和減法

8. 帶分數的加法和減法

9. 帶分數的加法和減法

10. 帶分數的加法和減法

11. 帶分數的加法和減法

12. 帶分數的加法和減法

13. 帶分數的加法和減法

14. 帶分數的加法和減法

15. 帶分數的加法和減法

16. 帶分數的加法和減法

17. 帶分數的加法和減法

18. 帶分數的加法和減法

19. 帶分數的加法和減法

20. 帶分數的加法和減法

### 帶分數的加法和減法

1. 帶分數的加法和減法

2. 帶分數的加法和減法

3. 帶分數的加法和減法

4. 帶分數的加法和減法

5. 帶分數的加法和減法

6. 帶分數的加法和減法

7. 帶分數的加法和減法

8. 帶分數的加法和減法

9. 帶分數的加法和減法

10. 帶分數的加法和減法

11. 帶分數的加法和減法

12. 帶分數的加法和減法

13. 帶分數的加法和減法

14. 帶分數的加法和減法

15. 帶分數的加法和減法

16. 帶分數的加法和減法

17. 帶分數的加法和減法

18. 帶分數的加法和減法

19. 帶分數的加法和減法

20. 帶分數的加法和減法

### 四年甲班到觀光果園採草莓，下表是他們一天採草莓的成果。

	上午	下午	總共
女生	7 公斤	2 号公斤	4 号公斤
男生	3 公斤	7 公斤	6 号公斤

女生上午採了幾公斤的草莓？

$4\frac{2}{2} - 2\frac{1}{2} = 4 - 2 = 2$ ， $2 - 1 = 1$ ， $2 - 1 = 1$ ， $1 + 1 = 2$ ， $2 + 1 = 3$ ， $3 + 1 = 4$ 。

把 4 号化成 3 号。

$4\frac{2}{2} - 2\frac{1}{2} = 3\frac{2}{2} - 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ 。

全部化成假分數。

$4\frac{2}{2} - 2\frac{1}{2} = \frac{10}{2} - \frac{5}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$ 。

為什麼會不夠減？

答：1 号公斤。

### 竹竿長 $1\frac{2}{5}$ 公尺，水管長 $3\frac{3}{5}$ 公尺，水管比竹竿多幾公尺？

1. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

2. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

3. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

4. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

5. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

6. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

7. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

8. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

9. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

10. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

11. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

12. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

13. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

14. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

15. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

16. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

17. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

18. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

19. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

20. 竹竿長  $1\frac{2}{5}$  公尺，水管長  $3\frac{3}{5}$  公尺，水管比竹竿多幾公尺？

### 分數布題

1. 分佈的( )和( )可以分成 5 個單位。

2. 分佈的( )和( )可以分成 4 個單位。

3. 分佈的( )和( )可以分成 3 個單位。

4. 分佈的( )和( )可以分成 2 個單位。

5. 分佈的( )和( )可以分成 1 個單位。

### 分數表徵與線段圖

1. 分佈的( )和( )可以分成 10 個單位。

2. 分佈的( )和( )可以分成 5 個單位。

3. 分佈的( )和( )可以分成 4 個單位。

4. 分佈的( )和( )可以分成 3 個單位。

5. 分佈的( )和( )可以分成 2 個單位。

6. 分佈的( )和( )可以分成 1 個單位。

1. 一盒( )有 12 個，一盒( )有 10 個，一盒( )有 8 個，一盒( )有 6 個，一盒( )有 4 個，一盒( )有 2 個。

2. 一盒( )有 12 個，一盒( )有 10 個，一盒( )有 8 個，一盒( )有 6 個，一盒( )有 4 個，一盒( )有 2 個。

3. 一盒( )有 12 個，一盒( )有 10 個，一盒( )有 8 個，一盒( )有 6 個，一盒( )有 4 個，一盒( )有 2 個。

### 這是分數線段圖嗎？

1. 分佈的( )和( )可以分成 10 個單位。

2. 分佈的( )和( )可以分成 5 個單位。

3. 分佈的( )和( )可以分成 4 個單位。

4. 分佈的( )和( )可以分成 3 個單位。

5. 分佈的( )和( )可以分成 2 個單位。

6. 分佈的( )和( )可以分成 1 個單位。

1. 分佈的( )和( )可以分成 10 個單位。

2. 分佈的( )和( )可以分成 5 個單位。

3. 分佈的( )和( )可以分成 4 個單位。

4. 分佈的( )和( )可以分成 3 個單位。

5. 分佈的( )和( )可以分成 2 個單位。

6. 分佈的( )和( )可以分成 1 個單位。

1. 分佈的( )和( )可以分成 10 個單位。

2. 分佈的( )和( )可以分成 5 個單位。

3. 分佈的( )和( )可以分成 4 個單位。

4. 分佈的( )和( )可以分成 3 個單位。

5. 分佈的( )和( )可以分成 2 個單位。

6. 分佈的( )和( )可以分成 1 個單位。

### 數線的引入時機與方法

1. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

2. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

3. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

4. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

5. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

6. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

7. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

8. 中年的數線第一階段：A、中歲小學分數。

這是一條以  $\frac{1}{3}$  為刻度的分數數線。

這是一條以  $\frac{1}{6}$  為刻度的分數數線。

把  $\frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{6}$  的刻度分別標在數線上。

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24. 25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40. 41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48. 49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56. 57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 66. 67. 68. 69. 70. 71. 72. 73. 74. 75. 76. 77. 78. 79. 80. 81. 82. 83. 84. 85. 86. 87. 88. 89. 90. 91. 92. 93. 94. 95. 96. 97. 98. 99. 100.

數線上的3點應填入哪個選項？

選擇 14

① 2.3 ② 2.33 ③  $2\frac{1}{3}$  ④  $2\frac{2}{3}$

| 選項  | 空白 | 選項一    | 選項二  | 選項三    | 選項四皆  |
|-----|----|--------|------|--------|-------|
| 選答率 | 0% | 25.48% | 3.4% | 19.32% | 51.8% |
| 鑑別力 |    | 優良     | 難度說明 |        | 適中    |

### 兩數相除以分數表示

思考一下

$\frac{1}{( )} + \frac{1}{( )} = \frac{2}{3}$

$\frac{1}{( )} + \frac{1}{( )} = \frac{5}{8}$

用分數表示整數相除的結果

1. 1個蛋糕平均分給3人，每人可分得幾塊蛋糕？

2. 2個蛋糕平均分給3人，每人可分得幾塊蛋糕？

### 如何避免埃及分數

將3個蛋糕平均分給3人，1人可分得幾塊蛋糕？

八、一盒巧克力有 12 顆，小明吃掉 5 顆，還剩幾盒？

五、一瓶果汁平均分成 10 杯，哥哥喝了 5 杯，妹妹喝了 2 杯，請問哥哥比妹妹多喝幾瓶果汁？

$12 \div 5 = \frac{12}{5}$

$A \frac{2}{5}$  盒

$\frac{5}{10}$  瓶

將一條長 1 公尺的木質子分成 4 段，每段長幾公尺？

$1 \div 4 = \frac{1}{4} = 0.25$  公尺

$5 \div 8 = ( )$

$\frac{5}{8} = ( ) \div ( )$

原來的意義為何？

您認為學生的心中如何解釋這兩個算是？

將下列各題的答案用分數或除法算式表示。

$5 \div 8 = \frac{5}{8}$

$7 \div 10 = \frac{7}{10}$

$\frac{4}{5} = \frac{4}{5}$

$\frac{5}{9} = \frac{5}{9}$

### 分數的整數倍

美玲跟哥哥黏時，分給每個 $\frac{2}{3}$ 包色紙，6組一共需要多少包色紙？  
用乘法就該記下來。

$$\frac{2}{3} \times 6 = \frac{2 \times 6}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

答：4包色紙

說說看，從上面分數  $\times$  整數的算式中，你發現什麼？

在分數  $\times$  整數的計算時，只要將分子  $\times$  整數，分母不變，就可以算出結果。

每瓶沙拉油有 $\frac{7}{8}$ 公升，蔬菜餐廳這個月用了3瓶，一共用了多少公升的沙拉油？

$$\frac{7}{8} \times 3 = \frac{7 \times 3}{8} = \frac{21}{8}$$

答： $\frac{21}{8}$ 公升

### 5-2 等分數與分數

1. 每瓶沙拉油有 $\frac{7}{8}$ 公升，蔬菜餐廳這個月用了3瓶，一共用了多少公升的沙拉油？

$$\frac{7}{8} \times 3 = \frac{7 \times 3}{8} = \frac{21}{8}$$

2.  $\frac{1}{2}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{4}$ 個餅？

$$\frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{2 \times 2} = \frac{2}{4}$$

3.  $\frac{3}{4}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{4}$ 個餅？

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 1}{4 \times 1} = \frac{3}{4}$$

4.  $\frac{5}{8}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{8}$ 個餅？

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 1}{8 \times 1} = \frac{5}{8}$$

5.  $\frac{2}{3}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{3}$ 個餅？

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 1}{3 \times 1} = \frac{2}{3}$$

6.  $\frac{4}{5}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{5}$ 個餅？

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 1}{5 \times 1} = \frac{4}{5}$$

7.  $\frac{1}{10}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{10}$ 個餅？

$$\frac{1}{10} = \frac{1 \times 1}{10 \times 1} = \frac{1}{10}$$

8.  $\frac{6}{7}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{7}$ 個餅？

$$\frac{6}{7} = \frac{6 \times 1}{7 \times 1} = \frac{6}{7}$$

9.  $\frac{9}{11}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{11}$ 個餅？

$$\frac{9}{11} = \frac{9 \times 1}{11 \times 1} = \frac{9}{11}$$

10.  $\frac{12}{13}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{13}$ 個餅？

$$\frac{12}{13} = \frac{12 \times 1}{13 \times 1} = \frac{12}{13}$$

11.  $\frac{15}{16}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{16}$ 個餅？

$$\frac{15}{16} = \frac{15 \times 1}{16 \times 1} = \frac{15}{16}$$

12.  $\frac{18}{17}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{17}$ 個餅？

$$\frac{18}{17} = \frac{18 \times 1}{17 \times 1} = \frac{18}{17}$$

13.  $\frac{21}{18}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{18}$ 個餅？

$$\frac{21}{18} = \frac{21 \times 1}{18 \times 1} = \frac{21}{18}$$

14.  $\frac{24}{19}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{19}$ 個餅？

$$\frac{24}{19} = \frac{24 \times 1}{19 \times 1} = \frac{24}{19}$$

15.  $\frac{27}{20}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{20}$ 個餅？

$$\frac{27}{20} = \frac{27 \times 1}{20 \times 1} = \frac{27}{20}$$

16.  $\frac{30}{21}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{21}$ 個餅？

$$\frac{30}{21} = \frac{30 \times 1}{21 \times 1} = \frac{30}{21}$$

17.  $\frac{33}{22}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{22}$ 個餅？

$$\frac{33}{22} = \frac{33 \times 1}{22 \times 1} = \frac{33}{22}$$

18.  $\frac{36}{23}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{23}$ 個餅？

$$\frac{36}{23} = \frac{36 \times 1}{23 \times 1} = \frac{36}{23}$$

19.  $\frac{39}{24}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{24}$ 個餅？

$$\frac{39}{24} = \frac{39 \times 1}{24 \times 1} = \frac{39}{24}$$

20.  $\frac{42}{25}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{25}$ 個餅？

$$\frac{42}{25} = \frac{42 \times 1}{25 \times 1} = \frac{42}{25}$$

21.  $\frac{45}{26}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{26}$ 個餅？

$$\frac{45}{26} = \frac{45 \times 1}{26 \times 1} = \frac{45}{26}$$

22.  $\frac{48}{27}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{27}$ 個餅？

$$\frac{48}{27} = \frac{48 \times 1}{27 \times 1} = \frac{48}{27}$$

23.  $\frac{51}{28}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{28}$ 個餅？

$$\frac{51}{28} = \frac{51 \times 1}{28 \times 1} = \frac{51}{28}$$

24.  $\frac{54}{29}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{29}$ 個餅？

$$\frac{54}{29} = \frac{54 \times 1}{29 \times 1} = \frac{54}{29}$$

25.  $\frac{57}{30}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{30}$ 個餅？

$$\frac{57}{30} = \frac{57 \times 1}{30 \times 1} = \frac{57}{30}$$

26.  $\frac{60}{31}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{31}$ 個餅？

$$\frac{60}{31} = \frac{60 \times 1}{31 \times 1} = \frac{60}{31}$$

27.  $\frac{63}{32}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{32}$ 個餅？

$$\frac{63}{32} = \frac{63 \times 1}{32 \times 1} = \frac{63}{32}$$

28.  $\frac{66}{33}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{33}$ 個餅？

$$\frac{66}{33} = \frac{66 \times 1}{33 \times 1} = \frac{66}{33}$$

29.  $\frac{69}{34}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{34}$ 個餅？

$$\frac{69}{34} = \frac{69 \times 1}{34 \times 1} = \frac{69}{34}$$

30.  $\frac{72}{35}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{35}$ 個餅？

$$\frac{72}{35} = \frac{72 \times 1}{35 \times 1} = \frac{72}{35}$$

31.  $\frac{75}{36}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{36}$ 個餅？

$$\frac{75}{36} = \frac{75 \times 1}{36 \times 1} = \frac{75}{36}$$

32.  $\frac{78}{37}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{37}$ 個餅？

$$\frac{78}{37} = \frac{78 \times 1}{37 \times 1} = \frac{78}{37}$$

33.  $\frac{81}{38}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{38}$ 個餅？

$$\frac{81}{38} = \frac{81 \times 1}{38 \times 1} = \frac{81}{38}$$

34.  $\frac{84}{39}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{39}$ 個餅？

$$\frac{84}{39} = \frac{84 \times 1}{39 \times 1} = \frac{84}{39}$$

35.  $\frac{87}{40}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{40}$ 個餅？

$$\frac{87}{40} = \frac{87 \times 1}{40 \times 1} = \frac{87}{40}$$

36.  $\frac{90}{41}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{41}$ 個餅？

$$\frac{90}{41} = \frac{90 \times 1}{41 \times 1} = \frac{90}{41}$$

37.  $\frac{93}{42}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{42}$ 個餅？

$$\frac{93}{42} = \frac{93 \times 1}{42 \times 1} = \frac{93}{42}$$

38.  $\frac{96}{43}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{43}$ 個餅？

$$\frac{96}{43} = \frac{96 \times 1}{43 \times 1} = \frac{96}{43}$$

39.  $\frac{99}{44}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{44}$ 個餅？

$$\frac{99}{44} = \frac{99 \times 1}{44 \times 1} = \frac{99}{44}$$

40.  $\frac{102}{45}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{45}$ 個餅？

$$\frac{102}{45} = \frac{102 \times 1}{45 \times 1} = \frac{102}{45}$$

41.  $\frac{105}{46}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{46}$ 個餅？

$$\frac{105}{46} = \frac{105 \times 1}{46 \times 1} = \frac{105}{46}$$

42.  $\frac{108}{47}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{47}$ 個餅？

$$\frac{108}{47} = \frac{108 \times 1}{47 \times 1} = \frac{108}{47}$$

43.  $\frac{111}{48}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{48}$ 個餅？

$$\frac{111}{48} = \frac{111 \times 1}{48 \times 1} = \frac{111}{48}$$

44.  $\frac{114}{49}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{49}$ 個餅？

$$\frac{114}{49} = \frac{114 \times 1}{49 \times 1} = \frac{114}{49}$$

45.  $\frac{117}{50}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{50}$ 個餅？

$$\frac{117}{50} = \frac{117 \times 1}{50 \times 1} = \frac{117}{50}$$

46.  $\frac{120}{51}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{51}$ 個餅？

$$\frac{120}{51} = \frac{120 \times 1}{51 \times 1} = \frac{120}{51}$$

47.  $\frac{123}{52}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{52}$ 個餅？

$$\frac{123}{52} = \frac{123 \times 1}{52 \times 1} = \frac{123}{52}$$

48.  $\frac{126}{53}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{53}$ 個餅？

$$\frac{126}{53} = \frac{126 \times 1}{53 \times 1} = \frac{126}{53}$$

49.  $\frac{129}{54}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{54}$ 個餅？

$$\frac{129}{54} = \frac{129 \times 1}{54 \times 1} = \frac{129}{54}$$

50.  $\frac{132}{55}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{55}$ 個餅？

$$\frac{132}{55} = \frac{132 \times 1}{55 \times 1} = \frac{132}{55}$$

51.  $\frac{135}{56}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{56}$ 個餅？

$$\frac{135}{56} = \frac{135 \times 1}{56 \times 1} = \frac{135}{56}$$

52.  $\frac{138}{57}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{57}$ 個餅？

$$\frac{138}{57} = \frac{138 \times 1}{57 \times 1} = \frac{138}{57}$$

53.  $\frac{141}{58}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{58}$ 個餅？

$$\frac{141}{58} = \frac{141 \times 1}{58 \times 1} = \frac{141}{58}$$

54.  $\frac{144}{59}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{59}$ 個餅？

$$\frac{144}{59} = \frac{144 \times 1}{59 \times 1} = \frac{144}{59}$$

55.  $\frac{147}{60}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{60}$ 個餅？

$$\frac{147}{60} = \frac{147 \times 1}{60 \times 1} = \frac{147}{60}$$

56.  $\frac{150}{61}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{61}$ 個餅？

$$\frac{150}{61} = \frac{150 \times 1}{61 \times 1} = \frac{150}{61}$$

57.  $\frac{153}{62}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{62}$ 個餅？

$$\frac{153}{62} = \frac{153 \times 1}{62 \times 1} = \frac{153}{62}$$

58.  $\frac{156}{63}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{63}$ 個餅？

$$\frac{156}{63} = \frac{156 \times 1}{63 \times 1} = \frac{156}{63}$$

59.  $\frac{159}{64}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{64}$ 個餅？

$$\frac{159}{64} = \frac{159 \times 1}{64 \times 1} = \frac{159}{64}$$

60.  $\frac{162}{65}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{65}$ 個餅？

$$\frac{162}{65} = \frac{162 \times 1}{65 \times 1} = \frac{162}{65}$$

61.  $\frac{165}{66}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{66}$ 個餅？

$$\frac{165}{66} = \frac{165 \times 1}{66 \times 1} = \frac{165}{66}$$

62.  $\frac{168}{67}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{67}$ 個餅？

$$\frac{168}{67} = \frac{168 \times 1}{67 \times 1} = \frac{168}{67}$$

63.  $\frac{171}{68}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{68}$ 個餅？

$$\frac{171}{68} = \frac{171 \times 1}{68 \times 1} = \frac{171}{68}$$

64.  $\frac{174}{69}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{69}$ 個餅？

$$\frac{174}{69} = \frac{174 \times 1}{69 \times 1} = \frac{174}{69}$$

65.  $\frac{177}{70}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{70}$ 個餅？

$$\frac{177}{70} = \frac{177 \times 1}{70 \times 1} = \frac{177}{70}$$

66.  $\frac{180}{71}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{71}$ 個餅？

$$\frac{180}{71} = \frac{180 \times 1}{71 \times 1} = \frac{180}{71}$$

67.  $\frac{183}{72}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{72}$ 個餅？

$$\frac{183}{72} = \frac{183 \times 1}{72 \times 1} = \frac{183}{72}$$

68.  $\frac{186}{73}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{73}$ 個餅？

$$\frac{186}{73} = \frac{186 \times 1}{73 \times 1} = \frac{186}{73}$$

69.  $\frac{189}{74}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{74}$ 個餅？

$$\frac{189}{74} = \frac{189 \times 1}{74 \times 1} = \frac{189}{74}$$

70.  $\frac{192}{75}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{75}$ 個餅？

$$\frac{192}{75} = \frac{192 \times 1}{75 \times 1} = \frac{192}{75}$$

71.  $\frac{195}{76}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{76}$ 個餅？

$$\frac{195}{76} = \frac{195 \times 1}{76 \times 1} = \frac{195}{76}$$

72.  $\frac{198}{77}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{77}$ 個餅？

$$\frac{198}{77} = \frac{198 \times 1}{77 \times 1} = \frac{198}{77}$$

73.  $\frac{201}{78}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{78}$ 個餅？

$$\frac{201}{78} = \frac{201 \times 1}{78 \times 1} = \frac{201}{78}$$

74.  $\frac{204}{79}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{79}$ 個餅？

$$\frac{204}{79} = \frac{204 \times 1}{79 \times 1} = \frac{204}{79}$$

75.  $\frac{207}{80}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{80}$ 個餅？

$$\frac{207}{80} = \frac{207 \times 1}{80 \times 1} = \frac{207}{80}$$

76.  $\frac{210}{81}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{81}$ 個餅？

$$\frac{210}{81} = \frac{210 \times 1}{81 \times 1} = \frac{210}{81}$$

77.  $\frac{213}{82}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{82}$ 個餅？

$$\frac{213}{82} = \frac{213 \times 1}{82 \times 1} = \frac{213}{82}$$

78.  $\frac{216}{83}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{83}$ 個餅？

$$\frac{216}{83} = \frac{216 \times 1}{83 \times 1} = \frac{216}{83}$$

79.  $\frac{219}{84}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{84}$ 個餅？

$$\frac{219}{84} = \frac{219 \times 1}{84 \times 1} = \frac{219}{84}$$

80.  $\frac{222}{85}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{85}$ 個餅？

$$\frac{222}{85} = \frac{222 \times 1}{85 \times 1} = \frac{222}{85}$$

81.  $\frac{225}{86}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{86}$ 個餅？

$$\frac{225}{86} = \frac{225 \times 1}{86 \times 1} = \frac{225}{86}$$

82.  $\frac{228}{87}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{87}$ 個餅？

$$\frac{228}{87} = \frac{228 \times 1}{87 \times 1} = \frac{228}{87}$$

83.  $\frac{231}{88}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{88}$ 個餅？

$$\frac{231}{88} = \frac{231 \times 1}{88 \times 1} = \frac{231}{88}$$

84.  $\frac{234}{89}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{89}$ 個餅？

$$\frac{234}{89} = \frac{234 \times 1}{89 \times 1} = \frac{234}{89}$$

85.  $\frac{237}{90}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{90}$ 個餅？

$$\frac{237}{90} = \frac{237 \times 1}{90 \times 1} = \frac{237}{90}$$

86.  $\frac{240}{91}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{91}$ 個餅？

$$\frac{240}{91} = \frac{240 \times 1}{91 \times 1} = \frac{240}{91}$$

87.  $\frac{243}{92}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{92}$ 個餅？

$$\frac{243}{92} = \frac{243 \times 1}{92 \times 1} = \frac{243}{92}$$

88.  $\frac{246}{93}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{93}$ 個餅？

$$\frac{246}{93} = \frac{246 \times 1}{93 \times 1} = \frac{246}{93}$$

89.  $\frac{249}{94}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{94}$ 個餅？

$$\frac{249}{94} = \frac{249 \times 1}{94 \times 1} = \frac{249}{94}$$

90.  $\frac{252}{95}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{95}$ 個餅？

$$\frac{252}{95} = \frac{252 \times 1}{95 \times 1} = \frac{252}{95}$$

91.  $\frac{255}{96}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{96}$ 個餅？

$$\frac{255}{96} = \frac{255 \times 1}{96 \times 1} = \frac{255}{96}$$

92.  $\frac{258}{97}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{97}$ 個餅？

$$\frac{258}{97} = \frac{258 \times 1}{97 \times 1} = \frac{258}{97}$$

93.  $\frac{261}{98}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{98}$ 個餅？

$$\frac{261}{98} = \frac{261 \times 1}{98 \times 1} = \frac{261}{98}$$

94.  $\frac{264}{99}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{99}$ 個餅？

$$\frac{264}{99} = \frac{264 \times 1}{99 \times 1} = \frac{264}{99}$$

95.  $\frac{267}{100}$ 個餅是幾個 $\frac{1}{100}$ 個餅？

$$\frac{267}{100} = \frac{267 \times 1}{100 \times 1} = \frac{267}{100}$$

1. 美玲跟哥哥黏時，有5個餅，吃掉 $\frac{3}{12}$ 個餅，還剩下幾個餅？

$$5 - \frac{3}{12} = 4\frac{12}{12} - \frac{3}{12} = 4\frac{9}{12}$$

答：4個餅

2. 媽媽每天早上都會吃 $\frac{2}{4}$ 公升的蘋果汁，3天共吃了幾公升？

$$\frac{2}{4} \times 3 = \frac{2 \times 3}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$$

答：1個半公升

3. 一包巧克力有10顆，媽媽買了 $\frac{3}{10}$ 包，還剩下 $2\frac{2}{10}$ 包，包的巧克力比較多？多少顆？

$$2\frac{2}{10} > 1\frac{3}{10}$$

答：2包巧克力比較多，多2顆。

### 等值分數

1. 把 $\frac{1}{2}$ 個餅分成2個餅？那 $\frac{1}{4}$ 個餅呢？

2. 說說看，1會等的哪些分數？

3.  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{4}$ 和 $\frac{3}{6}$ 都是 $\frac{1}{2}$ 的分數，所以 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ 。

4.  $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{6}$ 和 $\frac{3}{9}$ 都是 $\frac{1}{3}$ 的分數，所以 $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ 。

5.  $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{2}{8}$ 和 $\frac{3}{12}$ 都是 $\frac{1}{4}$ 的分數，所以 $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$ 。

6.  $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{2}{10}$ 和 $\frac{3}{15}$ 都是 $\frac{1}{5}$ 的分數，所以 $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{3}{15}$ 。

7.  $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{2}{12}$ 和 $\frac{3}{18}$ 都是 $\frac{1}{6}$ 的分數，所以 $\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{3}{18}$ 。

8.  $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{2}{14}$ 和 $\frac{3}{21}$ 都是 $\frac{1}{7}$ 的分數，所以 $\frac{1}{7} = \frac{2}{14} = \frac{3}{21}$ 。

9.  $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{2}{16}$ 和 $\frac{3}{24}$ 都是 $\frac{1}{8}$ 的分數，所以 $\frac{1}{8} = \frac{2}{16} = \frac{3}{24}$ 。

10.  $\frac{1}{9}$ 、 $\frac{2}{18}$ 和 $\frac{3}{27}$ 都是 $\frac{1}{9}$ 的分數，所以 $\frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \frac{3}{27}$ 。

11.  $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{2}{20}$ 和 $\frac{3}{30}$ 都是 $\frac{1}{10}$ 的分數，所以 $\frac{1}{10} = \frac{2}{20} = \frac{3}{30}$ 。

12.  $\frac{1}{11}$ 、 $\frac{2}{22}$ 和 $\frac{3}{33}$ 都是 $\frac{1}{11}$ 的分數，所以 $\frac{1}{11} = \frac{2}{22} = \frac{3}{33}$ 。

13.  $\frac{1}{12}$ 、 $\frac{2}{24}$ 和 $\frac{3}{36}$ 都是 $\frac{1}{12}$ 的分數，所以 $\frac{1}{12} = \frac{2}{24} = \frac{3}{36}$ 。

14.  $\frac{1}{13}$ 、 $\frac{2}{26}$ 和 $\frac{3}{39}$ 都是 $\frac{1}{13}$ 的分數，所以 $\frac{1}{13} = \frac{2}{26} = \frac{3}{39}$ 。

15.  $\frac{1}{14}$ 、 $\frac{2}{28}$ 和 $\frac{3}{42}$ 都是 $\frac{1}{14}$ 的分數，所以 $\frac{1}{14} = \frac{2}{28} = \frac{3}{42}$ 。

16.  $\frac{1}{15}$ 、 $\frac{2}{30}$ 和 $\frac{3}{45}$ 都是 $\frac{1}{15}$ 的分數，所以 $\frac{1}{15} = \frac{2}{30} = \frac{3}{45}$ 。

17.  $\frac{1}{16}$ 、 $\frac{2}{32}$ 和 $\frac{3}{48}$ 都是 $\frac{1}{16}$ 的分數，所以 $\frac{1}{16} = \frac{2}{32} = \frac{3}{48}$ 。

18.  $\frac{1}{17}$ 、 $\frac{2}{34}$ 和 $\frac{3}{51}$ 都是 $\frac{1}{17}$ 的分數，所以 $\frac{1}{17} = \frac{2}{34} = \frac{3}{51}$ 。

19.  $\frac{1}{18}$ 、 $\frac{2}{36}$ 和 $\frac{3}{54}$ 都是 $\frac{1}{18}$ 的分數，所以 $\frac{1}{18} = \frac{2}{36} = \frac{3}{54}$ 。

20.  $\frac{1}{19}$ 、 $\frac{2}{38}$ 和 $\frac{3}{57}$ 都是 $\frac{1}{19}$ 的分數，所以 $\frac{1}{19} = \frac{2}{38} = \frac{3}{57}$ 。

21.  $\frac{1}{20}$ 、 $\frac{2}{40}$ 和 $\frac{3}{60}$ 都是 $\frac{1}{20}$ 的分數，所以 $\frac{1}{20} = \frac{2}{40} = \frac{3}{60}$ 。

22.  $\frac{1}{21}$ 、 $\frac{2}{42}$ 和 $\frac{3}{63}$ 都是 $\frac{1}{21}$ 的分數，所以 $\frac{1}{21} = \frac{2}{42} = \frac{3}{63}$ 。

23.  $\frac{1}{22}$ 、 $\frac{2}{44}$ 和 $\frac{3}{66}$ 都是 $\frac{1}{22}$ 的分數，所以 $\frac{1}{22} = \frac{2}{44} = \frac{3}{66}$ 。

24.  $\frac{1}{23}$ 、 $\frac{2}{46}$ 和 $\frac{3}{69}$ 都是 $\frac{1}{23}$ 的分數，所以 $\frac{1}{23} = \frac{2}{46} = \frac{3}{69}$ 。

25.  $\frac{1}{24}$ 、 $\frac{2}{48}$ 和 $\frac{3}{72}$ 都是 $\frac{1}{24}$ 的分數，所以 $\frac{1}{24} = \frac{2}{48} = \frac{3}{72}$ 。

26.  $\frac{1}{25}$ 、 $\frac{2}{50}$ 和 $\frac{3}{75}$ 都是 $\frac{1}{25}$ 的分數，所以 $\frac{1}{25} = \frac{2}{50} = \frac{3}{75}$ 。

27.  $\frac{1}{26}$ 、 $\frac{2}{52}$ 和 $\frac{3}{78}$ 都是 $\frac{1}{26}$ 的分數，所以 $\frac{1}{26} = \frac{2}{52} = \frac{3}{78}$ 。

28.  $\frac{1}{27}$ 、 $\frac{2}{54}$ 和 $\frac{3}{81}$ 都是 $\frac{1}{27}$ 的分數，所以 $\frac{1}{27} = \frac{2}{54} = \frac{3}{81}$ 。

29.  $\frac{1}{28}$ 、 $\frac{2}{56}$ 和 $\frac{3}{84}$ 都是 $\frac{1}{28}$ 的分數，所以 $\frac{1}{28} = \frac{2}{56} = \frac{3}{84}$ 。

30.  $\frac{1}{29}$ 、 $\frac{2}{58}$ 和 $\frac{3}{87}$ 都是 $\frac{1}{29}$ 的分數，所以 $\frac{1}{29} = \frac{2}{58} = \frac{3}{87}$ 。

31.  $\frac{1}{30}$ 、 $\frac{2}{60}$ 和 $\frac{3}{90}$ 都是 $\frac{1}{30}$ 的分數，所以 $\frac{1}{30} = \frac{2}{60} = \frac{3}{90}$ 。

32.  $\frac{1}{31}$ 、 $\frac{2}{62}$ 和 $\frac{3}{93}$ 都是 $\frac{1}{31}$ 的分數，所以 $\frac{1}{31} = \frac{2}{62} = \frac{3}{93}$ 。

33.  $\frac{1}{32}$ 、 $\frac{2}{64}$ 和 $\frac{3}{96}$ 都是 $\frac{1}{32}$ 的分數，所以 $\frac{1}{32} = \frac{2}{64} = \frac{3}{96}$ 。

34.  $\frac{1}{33}$ 、 $\frac{2}{66}$ 和 $\frac{3}{99}$ 都是 $\frac{1}{33}$ 的分數，所以 $\frac{1}{33} = \frac{2}{66} = \frac{3}{99}$ 。

35.  $\frac{1}{34}$ 、 $\frac{2}{68}$ 和 $\frac{3}{102}$ 都是 $\frac{1}{34}$ 的分數，所以 $\frac{1}{34} = \frac{2}{68} = \frac{3}{102}$ 。

36.  $\frac{1}{35}$ 、 $\frac{2}{70}$ 和 $\frac{3}{105}$ 都是 $\frac{1}{35}$ 的分數，所以 $\frac{1}{35} = \frac{2}{70} = \frac{3}{105}$ 。

37.

十、爸爸將  $\frac{4}{5}$  公尺長的水管等分成 4 段，每段長多少公尺？

$\frac{4}{5} \div 4 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$

A:  $\frac{1}{5} m$

十、爸爸將  $\frac{4}{5}$  公尺長的水管等分成 4 段，每段長多少公尺？

$\frac{4}{5} \div 4 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$

A:  $\frac{1}{5} m$

十、爸爸將  $\frac{4}{5}$  公尺長的水管等分成 4 段，每段長多少公尺？

$\frac{4}{5} \div 4 = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{5}$

A:  $5 m$

內容物的作用為何？

1. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

2. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

3. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

4. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

5. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

6. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

7. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

8. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

9. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

10. 一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

| 文字題目   | 正確     | 寫答或單位錯誤 | 計算錯誤或僅正確列式 | 錯誤作答   | 空白    |
|--|--------|---------|------------|--------|-------|
| 九、一包糖果有 24 顆，小燕有 $\frac{1}{12}$ 包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？ (4 顆) | 54.35% | 0.21%   | 1.27%      | 35.88% | 8.28% |
| 鑑別力  | 優良     |         | 難度說明       | 適中     |       |

九、一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

A: 2 顆

九、一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

A:  $\frac{1}{12}$  顆

九、一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

A: 2 顆

九、一包糖果有 24 顆，小燕有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

A:  $\frac{1}{12}$  顆

九、一包糖果有 24 顆，小西有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

九、一包糖果有 24 顆，小西有  $\frac{1}{12}$  包，把一半送給阿紅，請問阿紅有幾顆？

解： $24 \times \frac{1}{12} = 2$

答：2 顆

### 異分母分數比較

小華和小西各買一條一樣長的繩帶，小華用去  $\frac{1}{3}$  條，小西用去  $\frac{1}{4}$  條，誰用掉的繩帶比較長？

小華：用去  $\frac{1}{3}$  條，還剩  $\frac{2}{3}$  條。  
小西：用去  $\frac{1}{4}$  條，還剩  $\frac{3}{4}$  條。

誰用掉的繩帶比較長？

答：小華

為什麼？

小華用去的繩帶比小西用去的繩帶長。

為什麼？

小華用去的繩帶比小西用去的繩帶長。

為什麼？

小華用去的繩帶比小西用去的繩帶長。

### 分數與小數互換

阿媽用  $\frac{1}{2}$  公斤的綠豆和  $\frac{1}{4}$  公斤的黃豆，煮一鍋綠豆黃豆湯。

$\frac{1}{2}$  公斤的小數可以怎麼表示？

解： $\frac{1}{2} = 0.5$

$\frac{1}{4}$  公斤的小數可以怎麼表示？

解： $\frac{1}{4} = 0.25$

阿媽煮的綠豆湯和黃豆湯，一共多少公斤？

解： $0.5 + 0.25 = 0.75$

答：0.75 公斤

九、一包巧克力有 12 顆，小西吃 3 顆，請問幾盒？

12 顆 = 1.2 盒

3 顆 = 0.5 盒

1.2 - 0.5 = 0.7

答：0.7 盒

### 擴分、約分與通分

將  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{3}$  通分。

解： $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ ， $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

將  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{1}{4}$  通分。

解： $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ ， $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$

將  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{3}$  約分。

解： $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ， $\frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

比  $\frac{1}{2}$  大，比  $\frac{1}{3}$  小，分母是 12 的分數有幾個？

① 2 個 ② 3 個 ③ 4 個 ④ 5 個

|     |       |       |        |        |        |
|-----|-------|-------|--------|--------|--------|
| 選項  | 空白    | 選項一   | 選項二    | 選項三    | 選項四    |
| 選答率 | 0.42% | 9.98% | 10.83% | 54.78% | 23.99% |
| 鑑別力 | 優良    |       | 難度說明   |        | 適中     |

|     |   |        |        |       |        |
|-----|---|--------|--------|-------|--------|
| 選擇者 | 爸爸練習跑步，上午跑了 $\frac{3}{5}$ 公里，下午又跑了 $\frac{2}{5}$ 公里，他今天一共跑了多少公里？請選出正確的選項？<br>① $\frac{8}{15}$ 公里 ② $\frac{11}{25}$ 公里 ③ $\frac{21}{40}$ 公里 ④ $1\frac{4}{25}$ 公里 |        |        |       |        |
| 選項  | 空白  | 選項一    | 選項二    | 選項三   | 選項四    |
| 選答率 | 0%  | 10.19% | 11.46% | 2.12% | 76.22% |
| 組別力 | 優良  | 難度說明   | 簡單     |       |        |

有兩塊一樣大的吐司，媽媽做三明治用了 $\frac{2}{3}$ 條，爸爸烤肉用了 $\frac{1}{2}$ 條，誰用掉的吐司比較多？

解法一：通分比較

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}, \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

因為 $\frac{4}{6} > \frac{3}{6}$ ，所以 $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ ，媽媽用掉的吐司比較多。

解法二：化小數比較

$$\frac{2}{3} \approx 0.67, \frac{1}{2} = 0.5$$

因為 $0.67 > 0.5$ ，所以 $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ ，媽媽用掉的吐司比較多。

答：爸爸用掉的吐司比較多。

甲數等於 $8 \div 3$ ，乙數等於 $5 \div 4$ ，甲、乙兩數的和是多  
少？

丙數的3倍是1，丁數的5倍是2，丙、丁兩數的和是  
多少？差是多少？

例題4  
 乙數等於 $3 \div 2$ ，乙數的7倍是5，乙、丙數的和是多  
少？

解法說明

- 把分數的分子和分母同乘以一類法，化成整數，得到與原分數等值的分數，這種方法叫作通分。
- 把分數的分子和分母同除以一類法，化成最簡分數，得到與原分數等值的分數，這種方法叫作約分。
- 把不同分母的分數，用通分或約分的方法，化成同分母分數，這種方法叫作通分。
- 在比較分母分數的大小時，通常要先通分化為同分母後，再比較。

欲知結果，請待下回分曉！

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                   |                                    |                |                |                 |                   |
|-------------------|------------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱              | 有效教學-數與量(1)                        |                |                |                 |                   |
| 研習時間              | 108 年 04 月 16 日(星期二)下午 03:40-05:30 |                |                |                 |                   |
| 研習講師              | 南投縣仁愛鄉清境國民小學 王瑞老師                  |                |                |                 |                   |
| <b>一、 研習內容規劃</b>  |                                    |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習時數安排            | 98%                                | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習內容規劃符合個人需求      | 98%                                | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習辦理方式            | 93%                                | 6%             | 1%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |                |                 |                   |
| <b>二、 講師授課情形</b>  |                                    |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師與學員有互動及回應       | 98%                                | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 討論時間講師與學員互動熱絡，從中學到很多。              |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 98%                                | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                  |                 |                |         |          |            |
|------------------|-----------------|----------------|---------|----------|------------|
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師整體演講的方式與內容     | 98%             | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
| <b>三、 學員自我幫助</b> |                 |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於學員專業成長有所幫助     | 98%             | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於教學或學習資源發展有所幫助  | 93%             | 6%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 98%             | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |

## 台中教育大學數教系研習活動

### 主題：有效教學-數與量 分數

分享人：南投縣清境國小教師 王 瑞

中華民國108年4月16日 於數學樓C205室

## 開始分享以前 想先聽聽各位的想法

### 讓我們看看下面這兩個問題：

- ▶ 問題一：請運用等值分數的原理，比較 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{3}{4}$ 的大小。
- ▶ 問題二：一包糖果有10顆，小平 $\frac{1}{2}$ 包，小安有 $\frac{3}{5}$ 包，請問誰的糖果比較多？

差別在哪裡？

### 看看十二年國教素養導向數學的課程目標：

- ▶ 一、提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學的信心與正向態度。
- ▶ 二、培養好奇心及觀察規律、演算、抽象、推論、溝通和數學表達等各項能力。
- ▶ 三、培養使用工具，運用於數學程序及解決問題的正確態度。
- ▶ 四、培養運用數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。
- ▶ 五、培養日常生活應用與學習其他領域/科目所需的數學知能。
- ▶ 六、培養學生欣賞數學以簡馭繁的精神與結構嚴謹完美的特質。

## 關於分數

- ▶ 為什麼要學習分數？(學分數的目的是…)
- ▶ 生活中實用性如何？
- ▶ 讓我們花些時間看看現行教材分數概念發展脈絡

▶ [脈絡](#)

### 活動類型舉例 (主要是在分數基本概念建立之階段採行)

|   |   |
|---|---|
| 說 | 老師做或畫，學生說出是多少                           |
| 寫 | 老師做或畫，學生寫出是多少                           |
| 聽 | 老師說出小數數詞，學生寫出小數數詞                       |
| 讀 | 老師寫出小數數詞，學生說或讀出小數數詞                     |
| 做 | 老師說或寫出小數數詞，學生操作(圖像、口語、實物)等分割及合成活動，並指出數量 |

▶ 要累數到1嗎？要累數到哪？

▶ 原因？

▶ 離散量情境

▶ 真假分數的互換：

▶ 何時進行分數的整數倍？理由？

### 等值分數的 (四年級)

▶ 分子分母同乘一數？

▶ 過程V.S. 結果

▶ 在教授此概念時，課本忽略了什麼？該怎麼做？

### 分數的乘法(五年級)

▶ 分子乘分子，分母乘分母？

▶ 過程V.S. 結果

▶ 本階最重要的概念突破在哪裡？該怎麼做？

### 分數的除法(六年級)

▶ 乘倒數？

▶ 這樣進行教學會出現什麼問題？

▶ 該怎麼進行呢？

▶ 當量？

▶ 比較量與基準量

### 故事分享

願與大家共同勉勵、一起努力，謝謝大家。

## 分數概念發展脈絡

- |   |           |
|---|-----------|
| 一、從連續量做分數命名, 延伸分數數詞做、說、聽、讀、寫                            | 三年級       |
| 二、帶入離散量命名, 延伸分數數詞做、說、聽、讀、寫                              | 三年級       |
| 三、進行單位分數的點數並累數到 1 個的整體量                                 | 三年級       |
| 四、同分母分數合成與分解  | 三年級       |
| 五、利用單位分數累數學習假分數、帶分數                                     | 四年級       |
| 六、利用單位分數進行「分數整數倍」和「分數除以整數」                              | 四年級       |
| 七、離散量內容物多個分數概念建立、分數數線                                   | (老師要自己補充) |
| 八、異分母分數比較、兩數相除以分數表示                                     | (四)五年級    |
| 七、分數的整數倍、整數除以整數、分數除以整數能整除、整數的分數倍                        | (四)五年級    |
| 八、分數乘法(分數倍的概念建立、單位分數和真分數代分數乘以單位分數和真分數代分數)<br>此為五年級的學習內容 |           |
| 九、分數除法(1)整數除以分數(離散量, 連續量)(盡量分完)                         |           |
| (2)真分數除以分數(離散量, 連續量)(盡量分完)(以乘減或單位分數為共測單位來處理盡量分完)        |           |
| (3)代分數除以分數(離散量, 連續量)(盡量分完)(以乘減或單位分數為共測單位來處理盡量分完)        |           |
| (4)探討全部分完(當量除)  |           |
| 此為六年級的學習內容  |           |

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                 |  |                |                |                 |                   |
|-----------------|--|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 數學備觀議教學實務(3)                           |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 民國 108 年 04 月 23 星期二 下午 15:40-下午 17:20 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 彰化縣二水鄉復興國民小學許扶堂退休教師/前彰化縣數學輔導團          |                |                |                 |                   |
| 十、研習內容規劃        |  |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 5. 研習時數安排       | 100%                                   | 0%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                     |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 95%                                    | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                     |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 95%                                    | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                     |                |                |                 |                   |
| 十一、 講師授課情形      |  |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 5. 講師與學員有互動及回應  | 92%                                    | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                     |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |

|                      |                                  |                |                |                 |                   |
|----------------------|----------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 92%                              | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                               |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 95%                              | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                               |                |                |                 |                   |
| 十二、學員自我幫助            |                                  |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 92%                              | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 參與者認為此研習活動對專業成長頗有幫助，希望有更多類似研習活動。 |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 95%                              | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                               |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助  | 92%                              | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                               |                |                |                 |                   |

**08 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                 |   |                |                |                 |                   |
|-----------------|---|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 在職教師數學備觀議教學實務(3)                        |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 民國 108 年 04 月 27 星期 六 上午 09:00-上午 12:10 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 彰化縣二水鄉復興國民小學許扶堂退休教師/前彰化縣數學輔導團           |                |                |                 |                   |
| 十三、 研習內容規劃      |   |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 6. 研習時數安排       | 94%                                     | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 參與者建議能夠安排一整天的研習，能夠汲取更多教學的建議。            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 96%                                     | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                      |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 96%                                     | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                      |                |                |                 |                   |
| 十四、 講師授課情形      |   |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 6. 講師與學員有互動及回應  | 96%                                     | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                      |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |

|                      |                              |                |                |                 |                   |
|----------------------|------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 92%                          | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                           |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 96%                          | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                           |                |                |                 |                   |
| 十五、 學員自我幫助           |                              |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 92%                          | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                           |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 94%                          | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                           |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助  | 94%                          | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 參與者大多認為研習課程非常受用，希望可再多安排類似研習。 |                |                |                 |                   |

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                   |                                    |                |         |          |            |
|-------------------|------------------------------------|----------------|---------|----------|------------|
| 研習名稱              | 有效教學-空間與圖形(2)                      |                |         |          |            |
| 研習時間              | 108 年 04 月 30 日(星期二)下午 03:40-05:30 |                |         |          |            |
| 研習講師              | 臺中市南屯區永春國民小學 魏麗枝主任                 |                |         |          |            |
| <b>一、 研習內容規劃</b>  |                                    |                |         |          |            |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 研習時數安排            | 93%                                | 6%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |         |          |            |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 研習內容規劃符合個人需求      | 98%                                | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |         |          |            |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 研習辦理方式            | 93%                                | 6%             | 1%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |         |          |            |
| <b>二、 講師授課情形</b>  |                                    |                |         |          |            |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師與學員有互動及回應       | 98%                                | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 討論時間講師與學員互動熱絡，從中學到很多。              |                |         |          |            |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 98%                                | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |

|                  |                 |                |         |          |            |
|------------------|-----------------|----------------|---------|----------|------------|
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師整體演講的方式與內容     | 98%             | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
| <b>三、 學員自我幫助</b> |                 |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於學員專業成長有所幫助     | 98%             | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於教學或學習資源發展有所幫助  | 98%             | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 98%             | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。              |                |         |          |            |

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                  |  |                |                |                 |                   |
|------------------|--|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱             | 國立臺中教育大學數學教育學系 108 年度數學素養教學論壇  |                |                |                 |                   |
| 研習時間             | 108 年 05 月 04 日(星期六)上午 09:00-下午 01:00  |                |                |                 |                   |
| 研習講師             | 課程一：就數好課<br>主講者：陸昱任輔導員 宜蘭縣國教輔導團數學科輔導員<br>課程二、從「如何營造一個好的數學『學習歷程』」來看數學素養教學<br>主講者：阮正誼老師 高雄市官國小老師/教育部中央輔導團輔導員 |                |                |                 |                   |
| <b>一、 研習內容規劃</b> |  |                |                |                 |                   |
|                  | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習時數安排           | 98%  | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項           | 希望活動可以是整天性的。   |                |                |                 |                   |
|                  | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習內容規劃符合個人需求     | 98%  | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項           | 無。   |                |                |                 |                   |
|                  | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習辦理方式           | 93%  | 6%             | 1%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項           | 場地如果可以再大一點會更好，討論議題會更加方便。   |                |                |                 |                   |
| <b>二、 講師授課情形</b> |  |                |                |                 |                   |
|                  | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師與學員有互動及回應      | 98%  | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項           | 討論時間講師與學員互動熱絡，從中學到很多。  |                |                |                 |                   |

|                   | 很滿意<br>5                               | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
|-------------------|--|---------|---------|----------|------------|
| 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 98%                                    | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                     |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                               | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師整體演講的方式與內容      | 94%                                    | 6%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 講師使用線上即時回饋系統 mentimeter 來引導討論，整體活動節奏佳。 |         |         |          |            |
| 三、學員自我幫助          |  |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                               | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於學員專業成長有所幫助      | 98%                                    | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                     |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                               | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 98%                                    | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                     |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                               | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於日後的教學或學習工作有所幫助  | 98%                                    | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 課程了解到許多素養教學的知識，受益良多。                   |         |         |          |            |



Course planning  
課程規劃

1 教科書  
停看聽

2 上課了

3 學習  
在哪裡?

4 數學素養  
是什麼?

5 數學領綱  
一點通

01

教科書停看聽



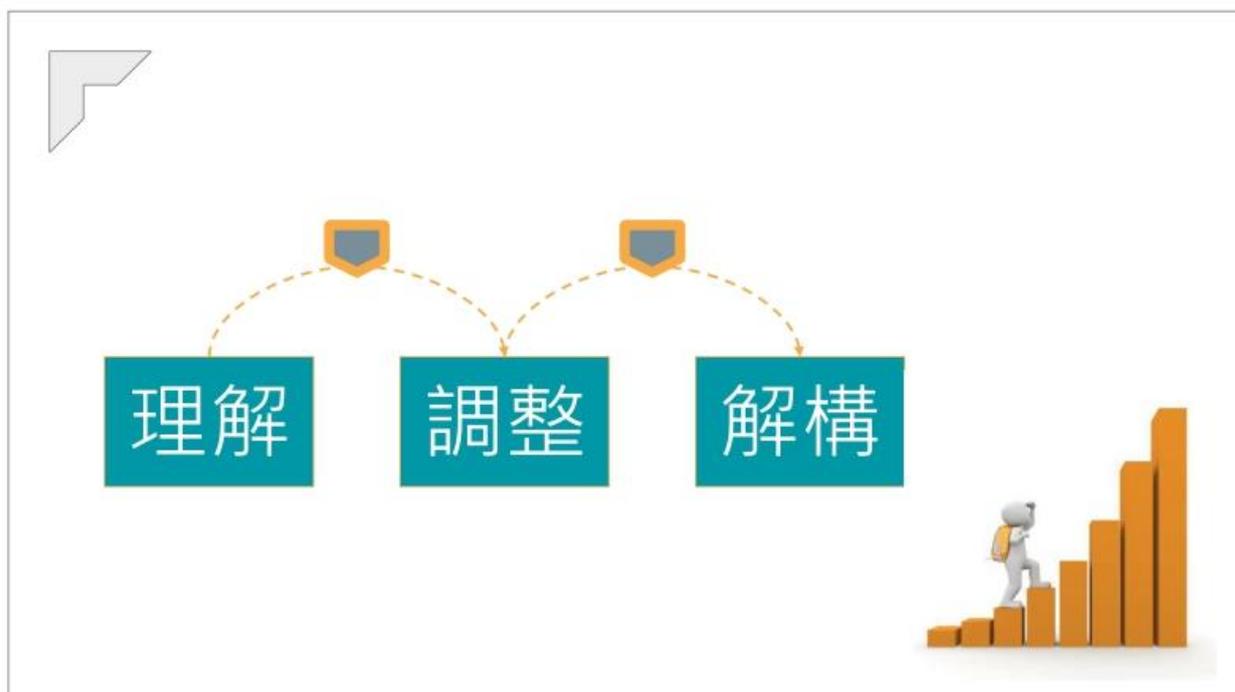
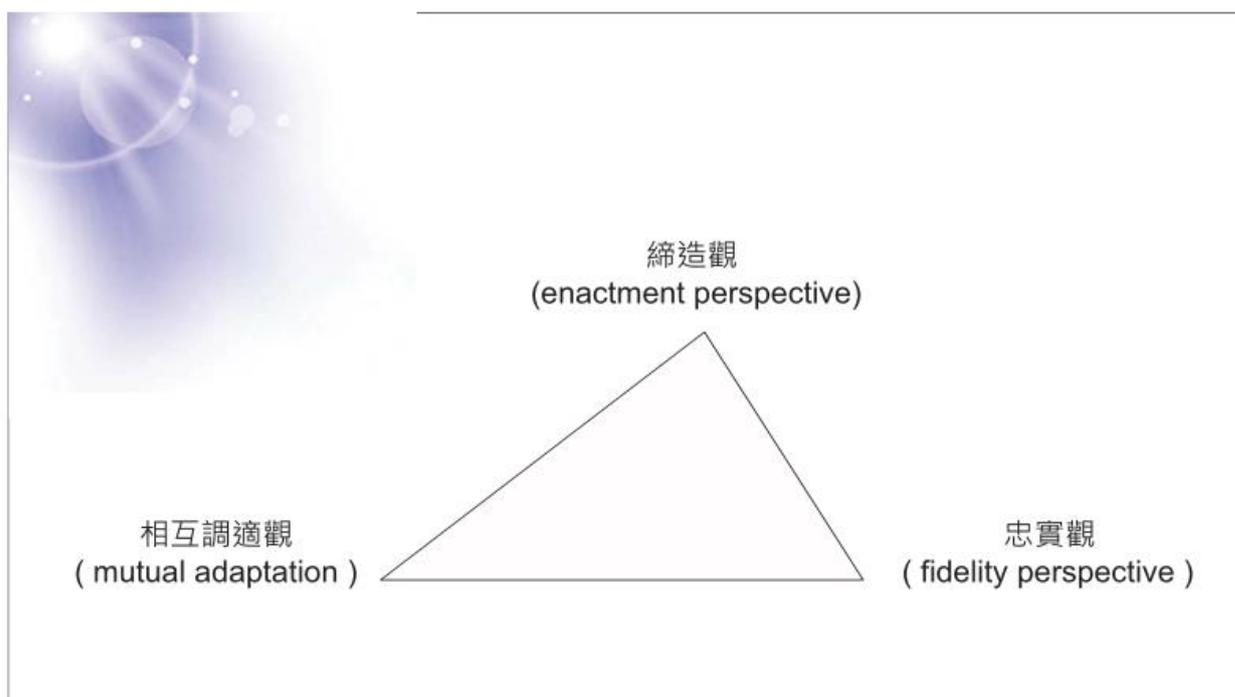
☆看完這個教材設計，你滿意嗎？

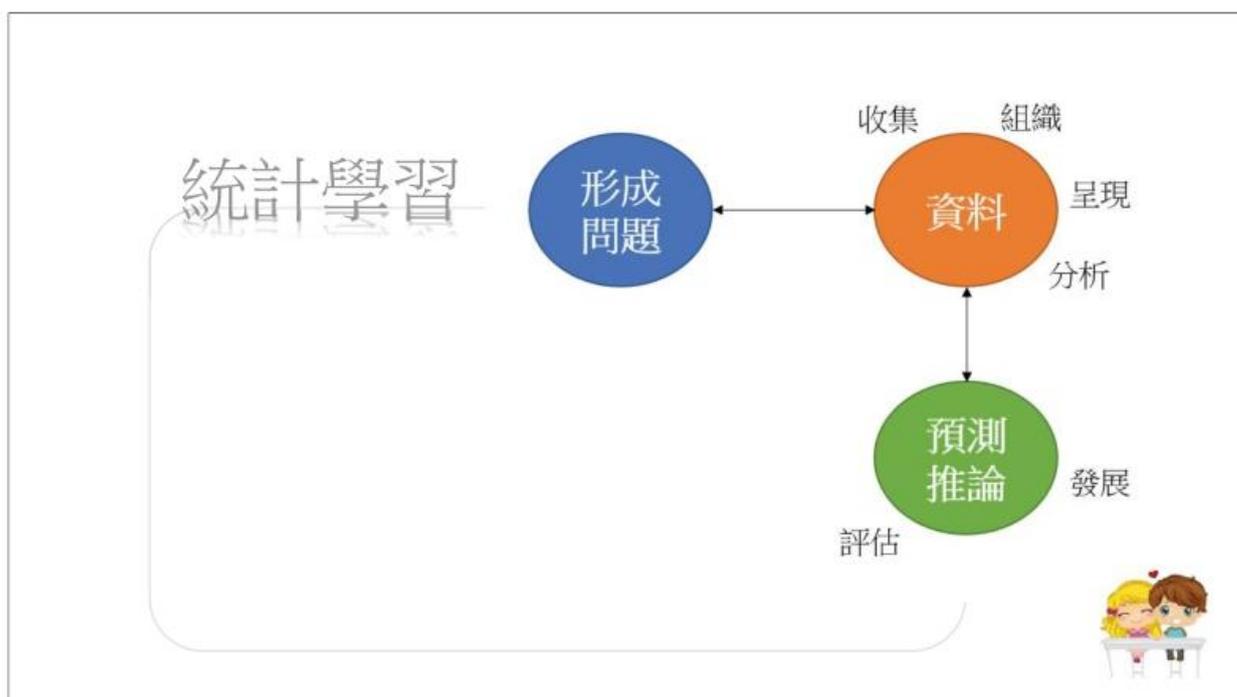
☆有沒有哪裡讓你覺得不夠滿意？

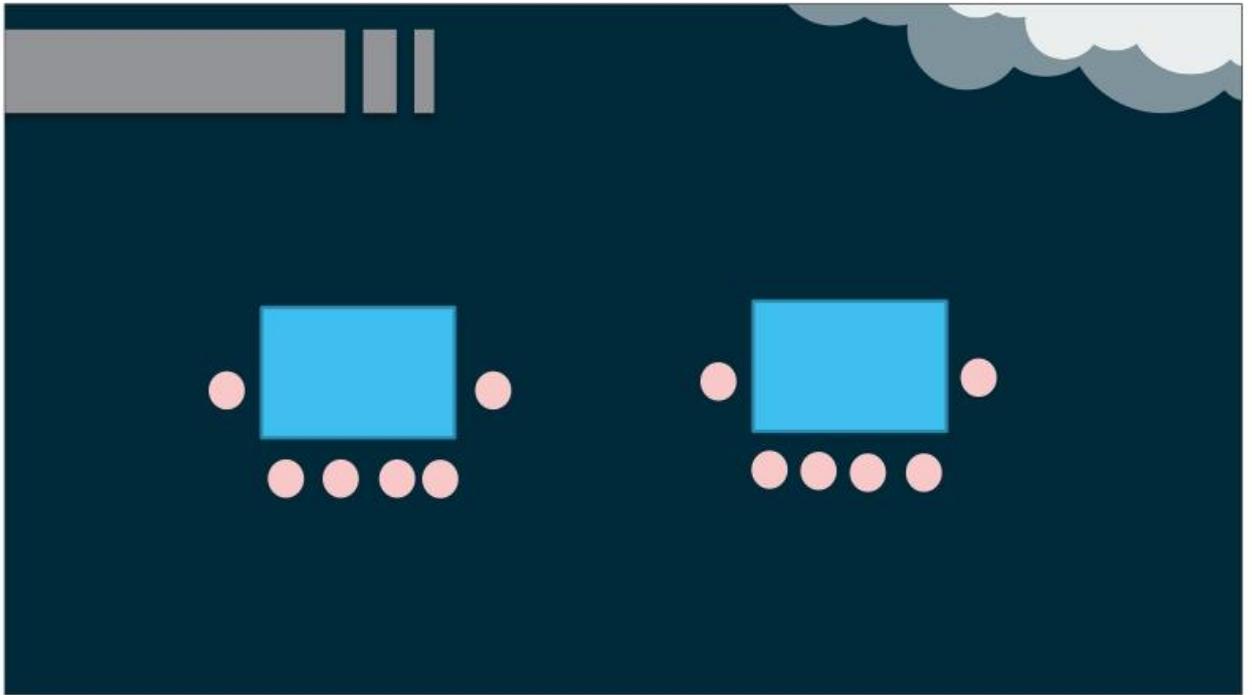
☆請每人寫出3個不滿意的點  
 （全寫在一張綠色A5）

☆小組歸納出5個不滿意的點  
 （一張藍色A5寫一點，用彩色筆橫式橫書）

結構







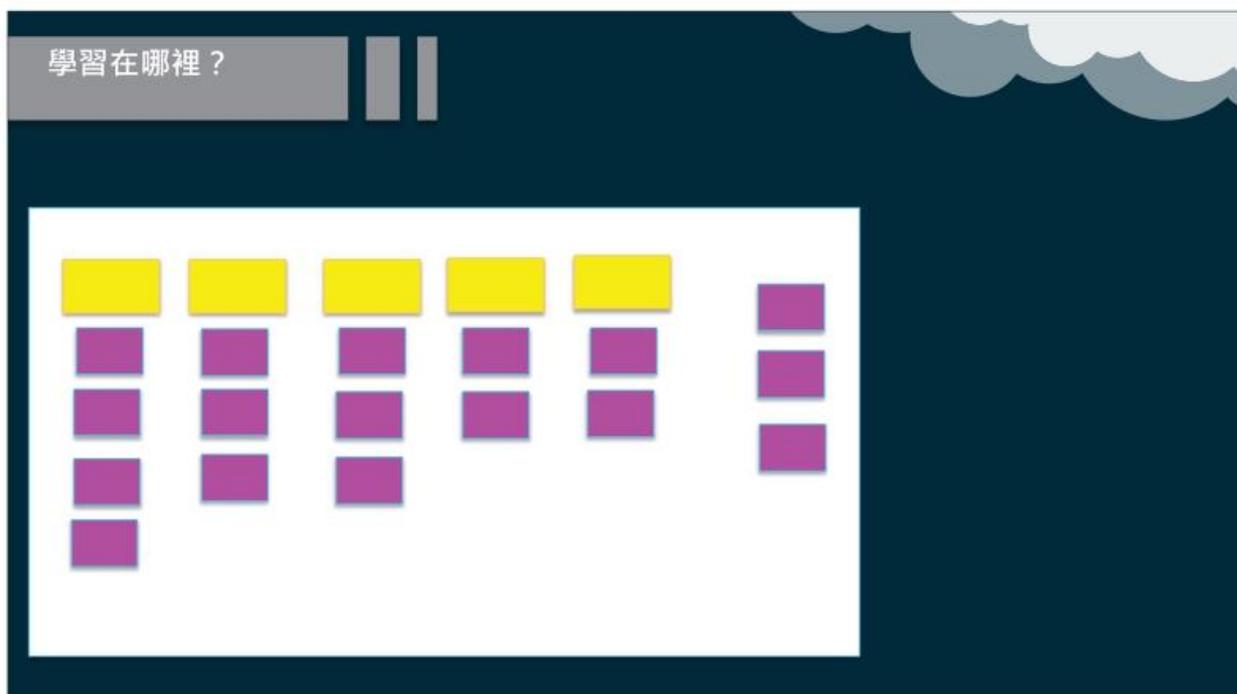








|  |                                      |
|--|--------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 教學過程中發生了哪些事情？ | <input type="checkbox"/> 哪個片段讓你最有感覺？ |
|--|--------------------------------------|

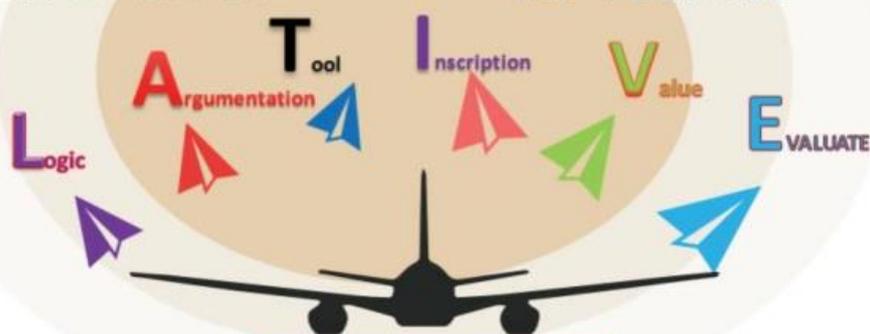


- L. 讓學生有使用共識或邏輯思考的經驗
- A. 讓學生有說明主張或證明臆測的經驗
- T. 讓學生有使用策略或工具進行解題的經驗
- I. 讓學生有思索表徵或模型的經驗
- V. 讓學生有探究與發展學習價值的經驗
- E. 讓學生有分析問題、過程與結果的經驗

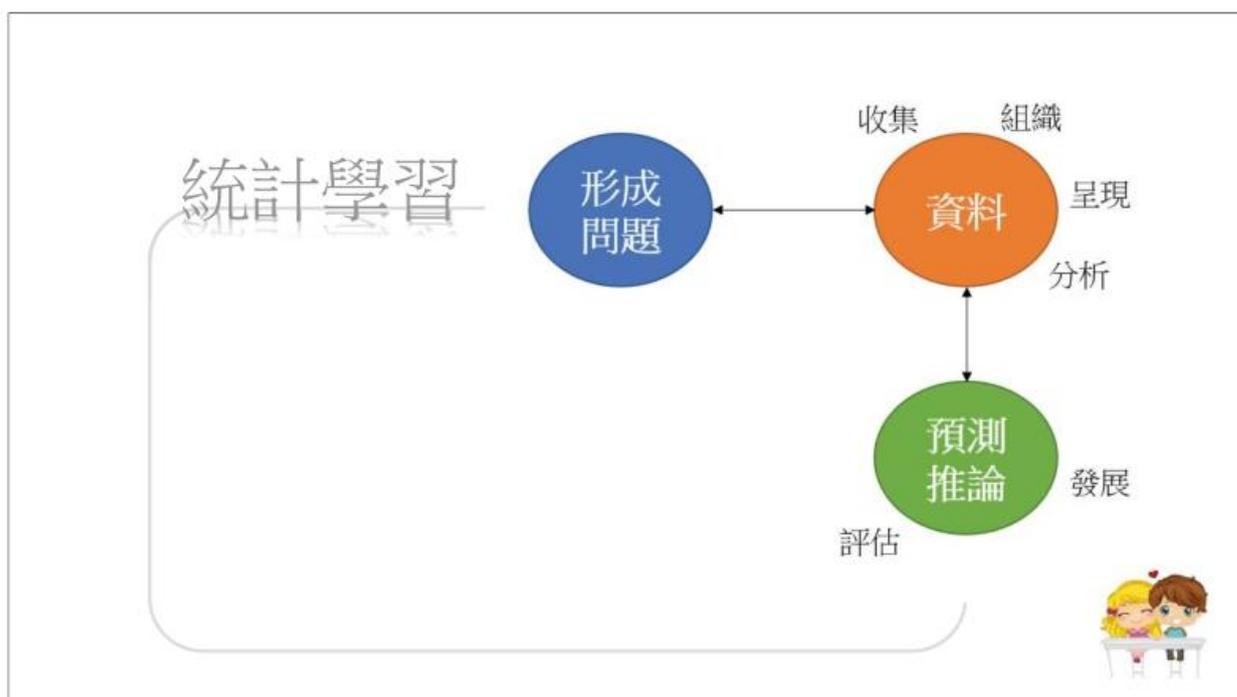
## 數學素養的課堂實踐

數學脈絡

情境脈絡



大概念



## 情境脈絡



運用牧羊人的情境問題，引發學生的好奇。

V: 引發學生學習價值的經驗

## 學科脈絡



引發學生討論可以做為分類羊群的特徵

T:讓學生有善用策略進行解題的經驗

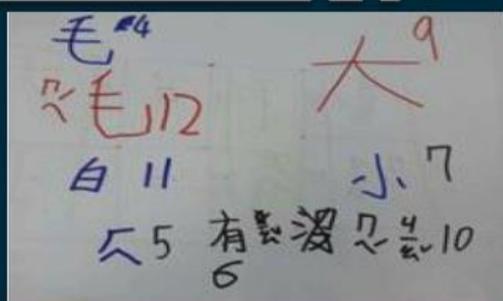
## 學科脈絡



依照分類結果記錄下來，讓學生自行發明紀錄的符號與格式。

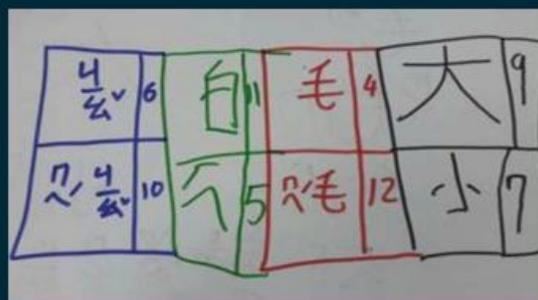
I:讓學生有思考記錄表徵意義的經驗。

## 學科脈絡



讓學生有討論分類記錄的共識或邏輯思考的經驗

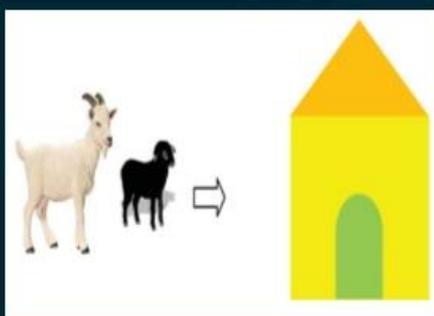
L: 讓學生有使用共識或邏輯思考的經驗。



透過比較，讓學生發現表格記錄方式的優點，才能有紀錄表格的需求

I: 讓學生有思考記錄表徵意義的經驗。

## 學科脈絡



有時序性的活動，與記錄間有一對一的對應關係  
才會有畫記的需求

T: 讓學生有善用工具進行解題的經驗。

V: 讓學生有發展畫記的學習需求與價值。



## 學科脈絡



透過畫記的符號，說明記錄的結果，與同學溝通紀錄結果  
 讓學生發現畫記記錄的優點，才能有畫記的需求  
 E: 讓學生有分析統計表解決問題的經驗。  
 A: 讓學生有說明主張的經驗。

## 學科脈絡



E: 回顧本節所學，能進一步反思統計結果的經驗。



## What Is 核心素養?

「核心素養」是指一個人為適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的**知識、能力與態度**。「核心素養」強調學習**不宜以學科知識及技能為限**，而應關注學習與生活的結合，透過**實踐力行**而彰顯學習者的全人發展。

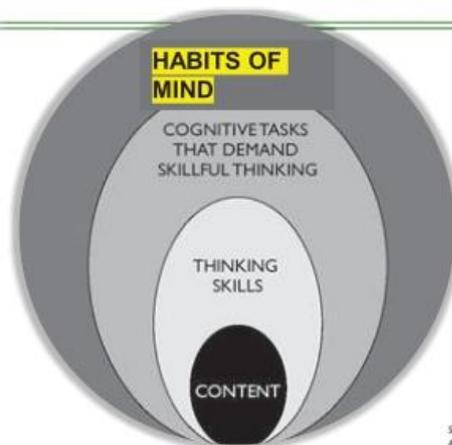


## 關鍵問題

- 是甚麼可以**整合知識、能力與態度**?
- 是甚麼可以**滲透不同的學科知識與技能**?
- 是甚麼可以讓人**終身學習並實踐力行**?

© 1999 - 2014 IX Web Hosting. All rights reserved

- 是甚麼可以**整合知識、能力與態度**?



Source: From *Learning and Leading with Habits of Mind* (p. 48), by A. L. Costa & S. Kallick, 2008, Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development. Copyright © 2008 by ASCD. Reprinted with permission.



是甚麼可以**滲透不同的學科知識與技能**?

心智習性的本質是**跨學科**(trans-disciplinary) · 它們可以被運用到不同的學科(Costa & Kallick, 2009)。



是甚麼可以讓人**終身學習**並**實踐力行**?

Leikin ( 2007 ) 認為心智習性為選擇有效**智力行為樣式的傾向和能力** · 他的特徵包括個人的毅力 · 選擇有效策略的傾向和應用這些策略解決問題。



邁向**數學素養**的方向就是...



**心智習性**

**Thinking + Habitation**



**數學素養...是爲了..**



讓 **數學思維** 成爲一種 **日常**、成爲一種 **習慣**



## 究竟甚麼是**有數學味道的心智習性!!!**

- 心智習性**1**：思考字義  
(Thinking about Word Meanings)
- 心智習性**2**：證實主張與證明臆測  
(Justifying Claims and Proving Conjectures)
- 心智習性**3**：區分同意與邏輯必要性  
(Distinguishing between Agreement and Logical Necessity)
- 心智習性**4**：分析答案、問題與方法  
(Analyzing Answers, Problems, and Methods)
- 心智習性**5**：尋找或使用捷思解題  
(Seeking and Using Heuristics to Solve Problems)

Goldenberg, E. P., Shteingold, N., & Feurzeig, N.  
(2003)



## 12年課綱數學領域重視甚麼？

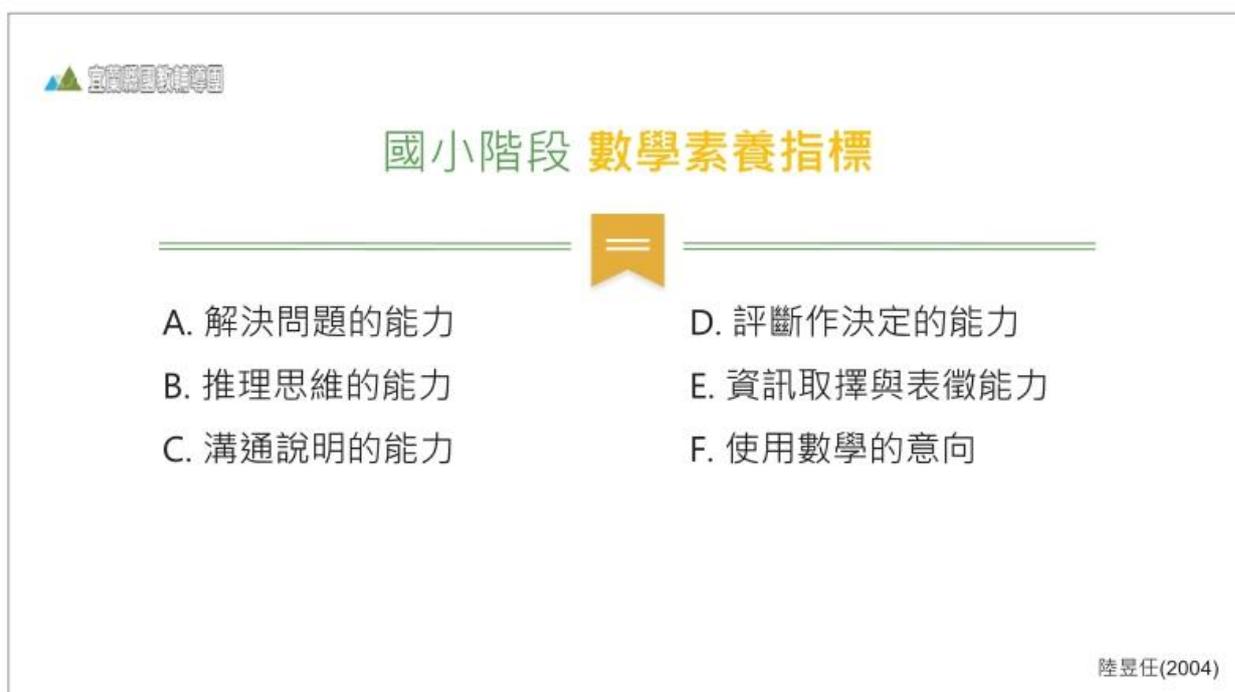
基於12年國教課綱對於核心素養的論述，稱素養是**縱貫知識、能力與態度**，但要彰顯素養的理念非得用**態度**不可...

**態度=意識+數學思維，**

**意識=為什麼而學+如何運用它解決真實問題，**

**數學思維=模式(公式)+符號。**

單維彰(2017)





- L. 讓學生有使用共識或邏輯思考的經驗
- A. 讓學生有說明主張或證明臆測的經驗
- T. 讓學生有使用策略或工具進行解題的經驗
- I. 讓學生有思索表徵或模型的經驗
- V. 讓學生有探究與發展學習價值的經驗
- E. 讓學生有分析問題、過程與結果的經驗



#### 案例篇(一)

##### 【低年級】

|               |    |
|---------------|----|
| 一年級/做紀錄/朱心儀等人 | 13 |
| 一年級/幾月幾日/王秋玉  | 29 |
| 一年級/幾月幾日/江慧真  | 43 |

##### 【中年級】

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 三年級/數到 10000/陸昱任、簡秀純、朱心儀 | 52 |
| 三年級/角、正方形與長方形/葉定基、林婉婷    | 69 |
| 四年級/長度/黃佑家               | 82 |

##### 【高年級】

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 五年級/平行四邊形、三角形、梯形面積/林潼亮 | 92  |
| 五年級/比率與百分率/江嘉敏         | 106 |

#### 案例篇(二)

|                    |     |
|--------------------|-----|
| 三年級/面積/李意如         | 115 |
| 四年級/長度/陸昱任、簡秀純、朱心儀 | 121 |
| 六年級/怎樣解題/何昶毅、黃文彬   | 129 |



## 「素養」和「能力」的關係 落實



51

## 學習重點

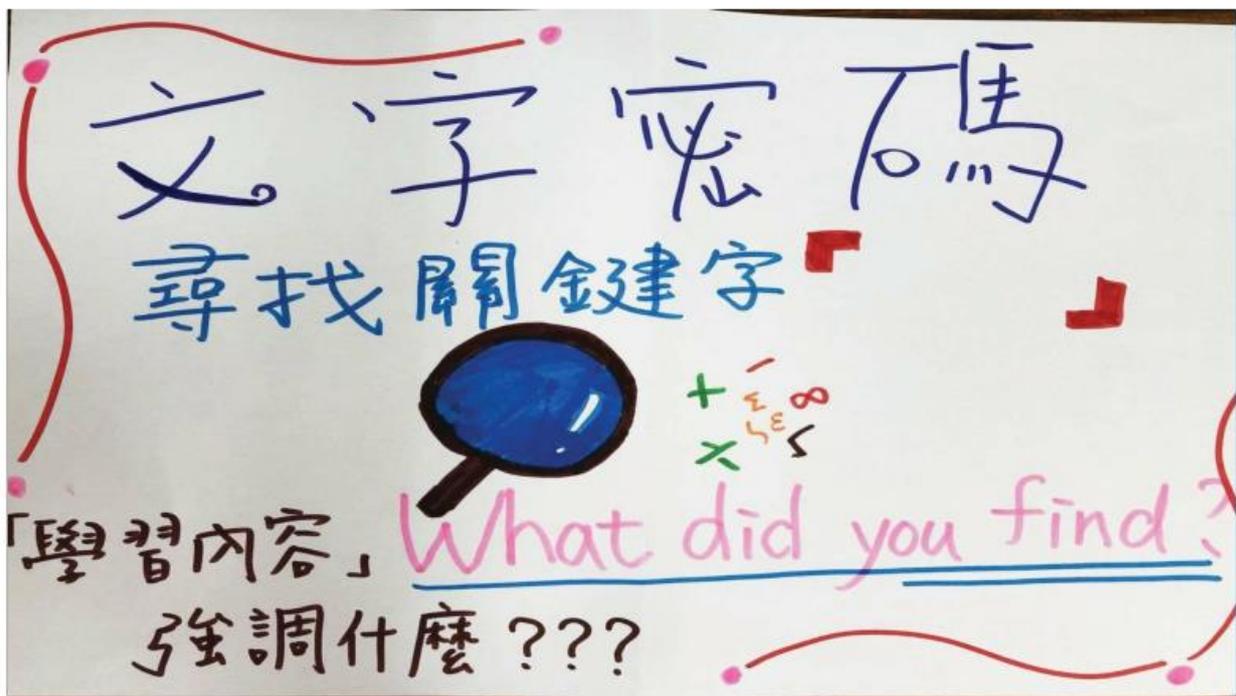
### 學習內容

領域之重要事實、概念、原理原則、技能與後設認知等知識。

### 學習表現

1. 認知（認識、理解、熟練）。
2. 情意態度（賞識）之學習展現，為「非內容」向度。

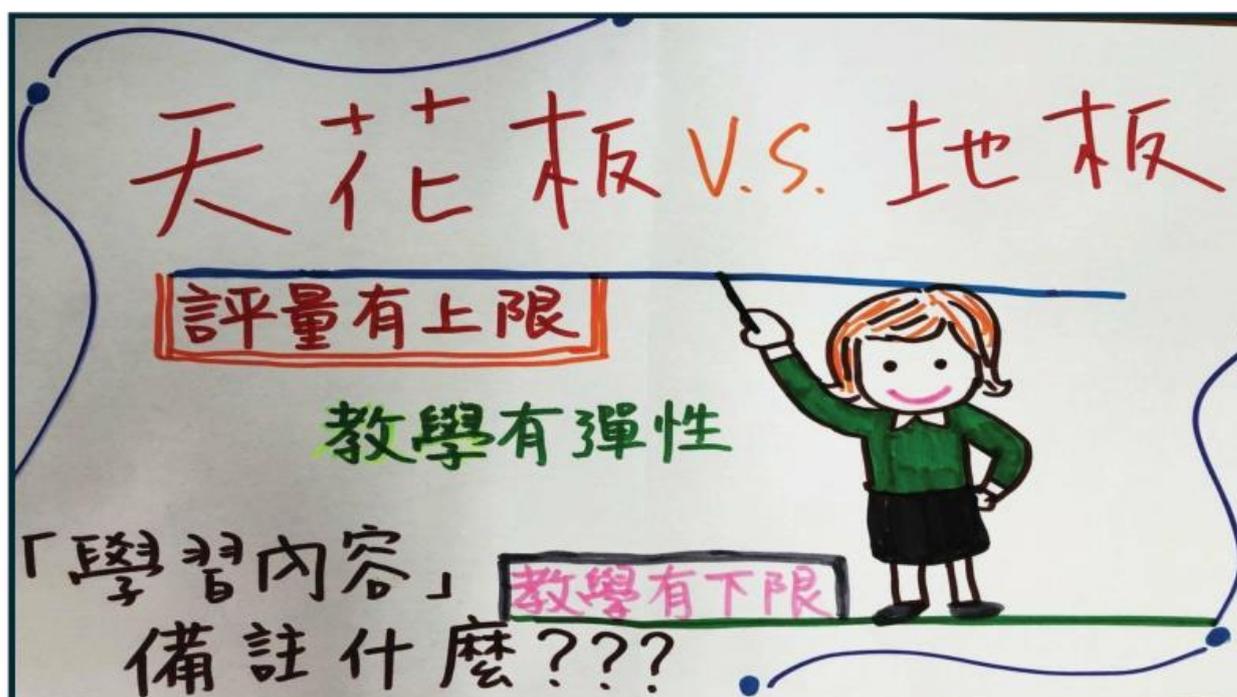
國家教育研究院  
NATIONAL ACADEMY for EDUCATION RESEARCH



| 數與量    |   |                            |
|--------|---|----------------------------|
| 分年細目   |   | 對應指標                       |
| 1-n-01 | 能認識 100 以內的數是「個位」、「十位」的位名，並進行位值單位的換算。             | N-1-01                     |
| 1-n-02 | 能認識 1 元、5 元、10 元等紙幣幣值，並做 1 元與 10 元紙幣的換算。          | N-1-01                     |
| 1-n-03 | 能運用數表表達多少、大小、順序。                                  | N-1-01                     |
| 1-n-04 | 能從合成、分解的活動中，理解加減法的意義，使用 +、- 做橫式紀錄與直式紀錄，並解決生活中的問題。 | N-1-02<br>A-1-01           |
| 1-n-05 | 能熟練基本加減法。   | N-1-02                     |
| 1-n-06 | 能做一位數之進加、進減與加減混合計算。                               | N-1-02                     |
| 1-n-07 | 能進行 2 個一數、5 個一數、10 個一數等活動。                        | N-1-01<br>N-1-04           |
| 1-n-08 | 能認識常用時間用語，並根據日期與鐘面上整點、半點的時刻。                      | N-1-11                     |
| 1-n-09 | 能認識長度，並做直接比較。                                     | N-1-08<br>S-1-01<br>S-1-03 |
| 1-n-10 | 能利用間接比較或以個別單位實測的方法比較物體的長短。                        | N-1-08                     |
| 幾何     |   |                            |
| 分年細目   |   | 對應指標                       |
| 1-s-01 | 能認識直線與曲線。   | S-1-01                     |
| 1-s-02 | 能辨認、描述與分類簡單平面圖形與立體形體。                             | S-1-01                     |
| 1-s-03 | 能拆解或仿製簡單平面圖形。                                     | S-1-02                     |
| 1-s-04 | 能依給定圖示，將簡單形體做平面鋪設與立體堆疊。                           | S-1-02                     |
| 代數     |   |                            |
| 分年細目   |   | 對應指標                       |
| 1-a-01 | 能在具體情境中，認識加法的交換律。                                 | A-1-02                     |
| 1-a-02 | 能在具體情境中，認識加減互逆。                                   | A-1-03                     |
| 統計與機率  |   |                            |
| 分年細目   |   | 對應指標                       |
| 1-d-01 | 能對生活中的事件或活動做初步的分類與記錄。                             | D-1-01                     |
| 1-d-02 | 能將紀錄以統計表呈現並說明。                                    | D-1-01                     |

九貫  
V.S.  
十二年國教

| 編碼    | 學習內容  | 備註   | 參考教材          | 對應學習表現 |
|-------|---|--|---------------|--------|
| (+) = |   |  |               |        |
| 1 年級  |   |  |               |        |
| N-1-1 | 一百以內的數：含操作活動，用數表示多少與順序，結合數數、位值表、位值表-位值單位「個、十」、位值單位換算，認識位值的意義。                   | 教學可數到最後的「一百」，但不進行超過一百的教學，可點數代表一和十的積木進行位值教學，學習百的位值意義以便順利連結日後直式計算之學習。                                | 位值表、位值積木、花片   | n-1-1  |
| N-1-2 | 加法和減法：加法和減法的意義與應用，含「添加型」、「併加型」、「拿走型」、「比較型」等應用問題，加法和減法算式。                        | 強調「併加型」(合成型)的學習以理解加法交換律、處理「0」的加減、應含加、減法單位的單元，使學生主動覺察加法和減法問題的差異，一年級不做加數、被加數、減數、被減數未加題型 (N-2-3)。     | 花片            | n-1-2  |
| N-1-3 | 基本加減法：以操作活動為主，以熟練為目標，能 1 到 10 之數與 1 到 10 之數的加法、及逆向的減法計算。                        | 在活動過程中，可能練習到兩步驟以上的加減混合數算，這是活動的常態，其中自然延伸之計算策略與數感或建立度量的活動，這種活動不是兩步驟計算的正式教學。                          | 合十卡 (撲克牌)     | n-1-2  |
| N-1-4 | 解題：1 元、5 元、10 元、50 元、100 元，以操作活動為主，數錢、換錢、找錢。                                    | 容許多元策略，以建立數感，教師不應視為單純的加減算式。  | 錢幣            | n-1-3  |
| N-1-5 | 長度 (同 N-1-1)：以操作活動為主，初步認識、直接比較、間接比較 (含個別單位)。                                    | 活動內容含直接與間接、本節自教學無常用單位 (N-2-11)。  | 繩子            | n-1-7  |
| N-1-6 | 日常時間用語：以操作活動為主，簡單日期表達「幾月幾日」、「明天」、「今天」、「昨天」、「上午」、「中午」、「下午」、「晚上」、簡單時刻表達「整點」與「半點」。 | 活動以教師和學生在教室中溝通之時間用語為原則，而非時間位值結構之教學 (N-2-13、N-2-14)、簡單日期幾日之「幾月幾日」，不含算法結構，時刻僅以鐘面教學，簡單鐘面時刻僅「整點」與「半點」。 | 月曆或日曆、鐘面 (指針) | n-1-9  |
| S-1-1 | 長度 (同 N-1-5)：以操作活動為主，初步認識、直接比較、間接比較 (含個別單位)。                                    | 同 N-1-5 備註。  |               | n-1-7  |



| 編碼    | 學習內容條目及說明  | 備註  | 參考教具 | 對應學習表現  |
|-------|--|---|------|---------|
| 6 年級  |  |   |      |         |
| N-6-1 | 20 以內的質數和質因數分解；小於 20 的質數與合數。2、3、5 的質因數判別法。以短除法做質因數的分解。 | 被分解數的因數，在扣除 2、3、5 或其次方的部分後，只剩一因數，且此數除了 49、77 或 91 之外，只能是 11、13、17 或 19。 |      | n-III-3 |
| N-6-2 | 最大公因數與最小公倍數；質因數分解法與短除法。兩數互質。運用到分數的約分與通分。               | 不做三數的最大公因數與最小公倍數。應包含練習將分數化成最簡分數的問題。                                     |      | n-III-3 |
| N-6-3 | 分數的除法；整數除以分數、分數除以分數的意義。最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。             | 可不處理餘數問題。若要處理，限於具體合理的生活情境。餘數問題不評量。                                      |      | n-III-6 |

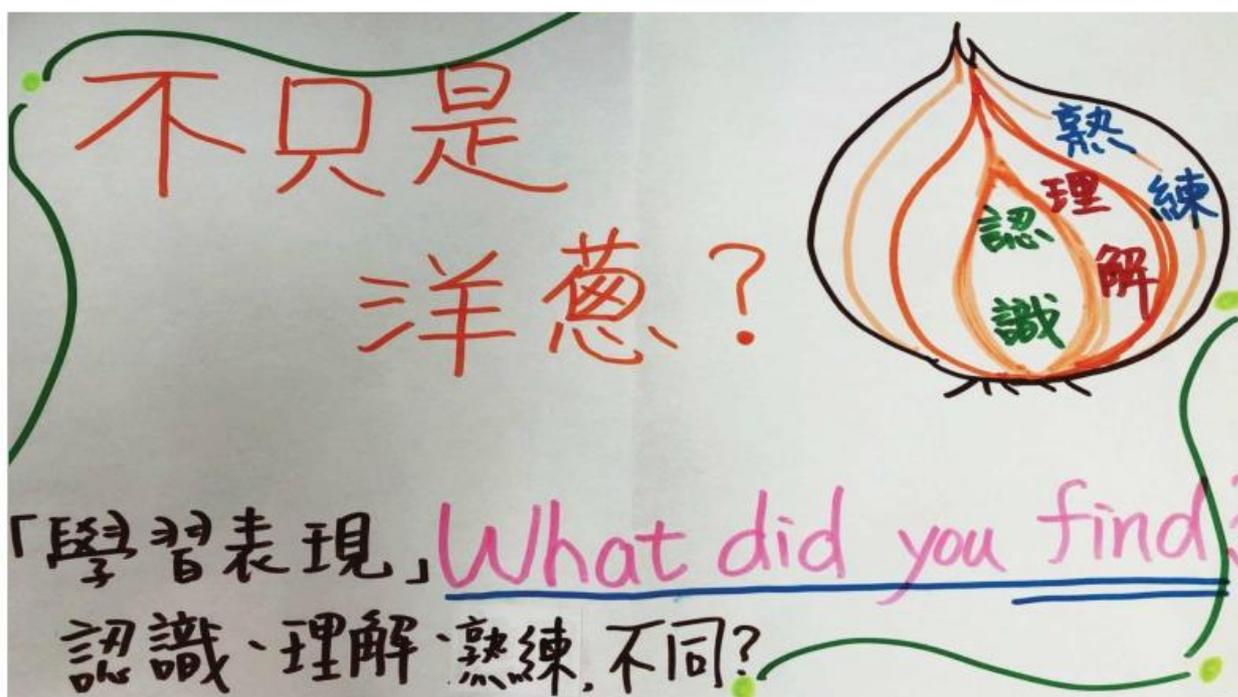
26. 老闆將 7 公升的抹茶拿鐵，每  $\frac{3}{4}$  公升裝成一杯，請問最多可裝滿幾杯？還剩下幾公升？

(A) 5 杯，剩下  $\frac{1}{4}$  公升

(B) 9 杯，剩下  $\frac{1}{4}$  公升

(C) 9 杯，剩下  $\frac{2}{3}$  公升

(D) 9 杯，剩下  $\frac{1}{3}$  公升



(+二年)

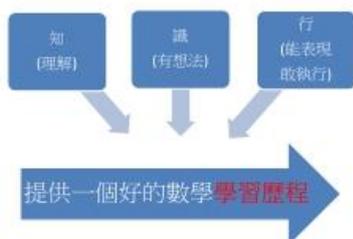
依學習階段排序之學習表現

| 編碼            | 學習表現 (依學習階段排序)  |
|---------------|---|
| <b>第一學習階段</b> |   |
| n-1-1         | 理解一千以內數的位值結構, 據以做為四則運算之基礎。                                  |
| n-1-2         | 理解加法和減法的意義, 熟練基本加減法並能通暢計算。                                  |
| n-1-3         | 應用加法和減法的計算或估算於日常應用解題。                                       |
| n-1-4         | 理解乘法的意義, 熟練十乘十乘法, 並初步進行分裝與平分的除法活動。                          |
| n-1-5         | 在具體情境中, 解決簡單兩步驟應用問題。  |
| n-1-6         | 認識單位分數。   |
| n-1-7         | 理解長度及其常用單位, 並做實測、估測與計算。                                     |
| n-1-8         | 認識容量、重量、面積。   |
| n-1-9         | 認識時刻與時間常用單位。  |
| s-1-1         | 從操作活動, 初步認識物體與常見幾何形體的幾何特徵。                                  |
| r-1-1         | 學習數學語言中的運算符號、關係符號、算式的約定。                                    |
| r-1-2         | 認識加法和乘法的運算規律。   |
| r-1-3         | 認識加減互逆, 並能應用與解題。  |
| d-1-1         | 認識分類的模式, 能主動蒐集資料、分類, 並做簡單的呈現與說明。                            |
| <b>第二學習階段</b> |   |
| n-11-1        | 理解一億以內數的位值結構, 並據以作為各種運算與估算之基礎。                              |
| n-11-2        | 熟練較大位數之加、減、乘計算或估算, 並能應用於日常解題。                               |
| n-11-3        | 理解除法的意義, 能做計算與估算, 並能應用於日常解題。                                |
| n-11-4        | 解決四則估算之日常應用問題。  |
| n-11-5        | 在具體情境中, 解決兩步驟應用問題。  |
| n-11-6        | 理解同分母分數的加、減、整數倍的意義、計算與應用。認識等值分數的意義, 並應用於認識簡單異分母分數之比較與加減的意義。 |
| n-11-7        | 理解小數的意義與位值結構, 並能做加、減、整數倍的直式計算與應用。                           |
| n-11-8        | 能在數線標示整數、分數、小數並做比較與加減, 理解整數、分數、小數都是數。                       |
| n-11-9        | 理解長度、角度、面積、容量、重量的常用單位與換算, 培養量感與估測能力, 並能做計算和應用解題, 認識體積。      |
| n-11-10       | 理解時間的加減運算, 並應用於日常的時間加減問題。                                   |



從「如何營造一個好的數學『學習歷程』」來看數學素養教學

高雄市梓官國小阮正誼

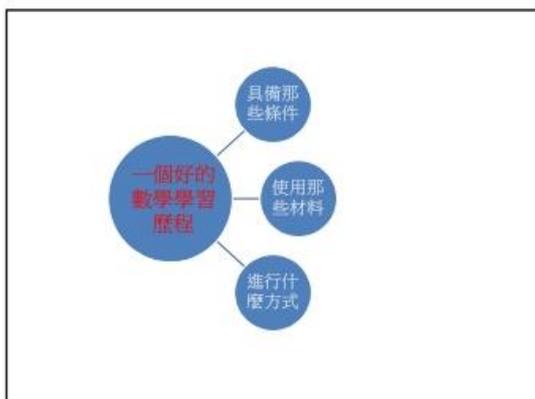


一堂有暑假味道的數學課

數學素養教學示例

周角的秘密

數學素養教學示例

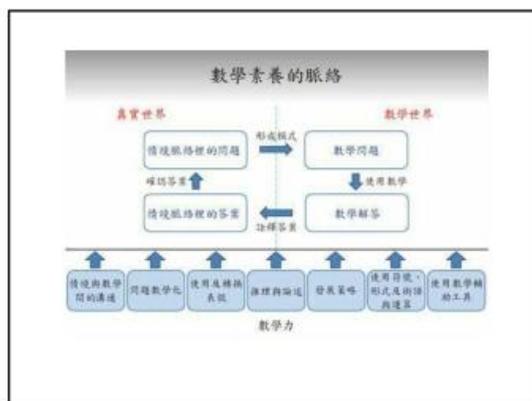


### 數學素養教材研修原則

- 透過現實情境、寓言故事或數學史引入教材，營造數學學習需求
- 以任務鋪陳數學學習脈絡，引導學生進行探索與發展概念
- 讓學生運用相關數學知識與能力解決問題，提出合理的觀點與他人溝通

### 數學素養教材研修原則(續)

- 教材安排從具體到抽象，提供學生有感的學習機會
- 教材設計具備多重表徵(說讀聽寫做、實物圖像符號)
- 學習任務具備形成性評量的功能，以評估與促進數學學習。



### ▶ 五大基本理念

數學是一種語言

數學是一種實用的規律科學

數學是一種人文素養

數學應提供每位學生有感的學習機會

數學教學應培養學生正確使用工具的素養

### ▶ 六個課程目標

- 一、提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學的信心與正向態度。
- 二、培養好奇心及觀察規律、演算、抽象、推論、溝通和數學表述等各項能力。
- 三、培養使用工具，運用於數學程序及解決問題的正確態度。
- 四、培養運用數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。
- 五、培養日常生活應用與學習其他領域/科目所需的數學知能。
- 六、培養學生欣賞數學以簡取繁的精神與結構嚴謹完美的特質。

素養導向教學  
不是「打掉重練」的教學，  
而是「補充加強」的教學！



**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                   |                                    |                |                |                 |                   |
|-------------------|------------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱              | 有效教學-分數(3)                         |                |                |                 |                   |
| 研習時間              | 108 年 05 月 07 日(星期二)下午 03:40-05:30 |                |                |                 |                   |
| 研習講師              | 南投縣數學輔導團 毛炳楠專任輔導員                  |                |                |                 |                   |
| <b>一、 研習內容規劃</b>  |                                    |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習時數安排            | 93%                                | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習內容規劃符合個人需求      | 98%                                | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習辦理方式            | 93%                                | 6%             | 1%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |                |                 |                   |
| <b>二、 講師授課情形</b>  |                                    |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師與學員有互動及回應       | 98%                                | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                 |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 98%                                | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                  |                                    |                |         |          |            |
|------------------|------------------------------------|----------------|---------|----------|------------|
| 建議改善事項           | 講師授課條理分明，邏輯清晰。                     |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師整體演講的方式與內容     | 98%                                | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。                                 |                |         |          |            |
| <b>三、 學員自我幫助</b> |                                    |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於學員專業成長有所幫助     | 98%                                | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。                                 |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於教學或學習資源發展有所幫助  | 98%                                | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。                                 |                |         |          |            |
|                  | <b>很滿意</b><br>5                    | <b>滿意</b><br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 98%                                | 2%             | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 最後一堂有效教學-分數的課程了，講師真的非常認真授課，真的受益良多。 |                |         |          |            |

## 有效教學—分數 (六)

台灣南投 毛炳楠

Mail: t00850@gmail.com

發展解題能力數學工作坊

時間: 2019/5/7

地點: 台中教育大學



- 問題1: 請就你的猜想 (或專業), 試著將分數乘法的概念發展脈絡從簡單到困難列出來。

- 問題2: 請就你的猜想 (或專業), 試著將分數除法的概念發展脈絡從簡單到困難列出來。

## 分數概念的歷史經典

### 牧羊人

有一個牧羊人偷懶打瞌睡, 結果跑丟了  $\frac{1}{12}$  的羊, 知道剩下的羊是跑丟羊隻的7倍多32只, 請問走失了幾隻羊?  
(國語日報4/21)



某人死前留下遺言, 將17隻駱駝按照長子分得全部的  $\frac{1}{2}$ , 次子分得全部的  $\frac{1}{3}$ , 三子分得全部的  $\frac{1}{9}$  來分配, 說完就死去了, 但是17隻駱駝用2, 3, 9都不能平分, 於是他們去找智者幫忙, 智者得給他們1隻駱駝, 並說問題解決了, 聰明的你知道為什麼嗎?

俄羅斯有一位財主，生前一毛不拔，死後卻要把13顆光彩奪目的鑽石留給三個女兒。遺囑是：老大分得 $\frac{1}{2}$ ，老二分得 $\frac{1}{3}$ ，老三分得 $\frac{1}{4}$ 。兒子因為不尊敬父親，什麼也沒有。三姊妹喜得心花怒放，可是要如何分配呢？

### 丟番圖的墓碑

丟番圖是西元三世紀亞歷山大里亞城人。被譽為「代數學鼻祖」的丟番圖，他的墓碑碑文很奇特，用非常分數的方式寫出了他的一生：

「過路人！這裡埋著丟番圖的骨灰，下面的數目可以告訴你他壽命多長。」

「他的生命的六分之一是幸福的童年。」

「再活十二分之一，頰上長出了細細的鬍鬚。」

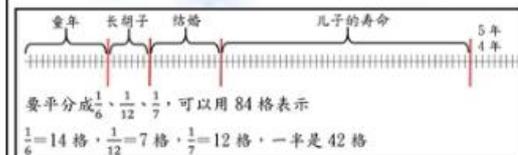
「又過了生命的七分之一他才結婚。」

「再過了五年，他感到很幸福，得了一個兒子。」

「可是這孩子的生命只有他父親的一半。」

「兒子死後，老人在悲痛中活了四年，結束了塵世生涯。」

「請問：丟番圖活了多大年紀才和死神相見？」



• 有一座砂石囤放場，第一次載走全部砂石的 $\frac{1}{2}$ ，第二次載走剩下砂石的 $\frac{1}{3}$ ，第三次載走剩下砂石的 $\frac{1}{4}$ ，…照這樣的方式運走砂石，運了300次之後，只剩下10噸的砂石，請問原來有多少噸的砂石？

### 分數乘法問題類型

- 分數(真分數、單位分數、帶分數)的整數倍
- 整數的分數(真分數、單位分數、帶分數)倍
- 分數(真分數、單位分數、帶分數)的分數(真分數、單位分數、帶分數)倍  
(積的分數數值的單位分數內容物為整個或非整數個物)

### 一、真分數的整數倍問題

- (1)先澄清單位分數數詞的意義；
- (2)學童嘗試解題；
- (3)要求學童以有分數的算式記錄解題過程；
- (4)用倍的方式說明解題活動；
- (5)用有「 $\times$ 」號的分數算式記錄解題活動。

### 二、帶分數的整數倍問題

- 解題策略可能有下列三類：
  - 第一類是將帶分數視為整數和真分數的合成結果，分別求整數和真分數的整數倍後，再將結果合併成帶分數的形式；
  - 第二類是透過「1」單位與單位分數單位的化聚活動，將帶分數轉換為假分數，再以單位分數為被計數單位，進行整數倍的活動，最後再將結果轉換為帶分數的形式；
  - 第三類是先算出原來的帶分數的內容物的個數，求出此個數的整數倍後，再將整數倍的總個數與基準單位量、單位分數的內容物個數相比較，而得到帶分數形式的答案。

### 三、整數的分數倍問題

- 整數的分數倍問題的解題活動，各主要問題的結果（答案）先限制在整數，讓學童經驗整數的分數倍的意義。

### 四、分數的分數倍問題

- 包含三種問題情境：離散量、已度量化的連續量及以全部為單位量的情境。
- 教師應先限制問題情境中積數的單位分數內容物必須為整數個，先澄清分數倍的語意，延伸整數的分數倍活動經驗。
- 學童主要的解題策略可能有下列兩種：
  - (1)由內容物的觀點，來進行解題
  - (2)嘗試由等分割份數的觀點來解題

### 從線段圖看單位分數的單位分數倍



- 一袋糖果有24顆，將 $\frac{1}{3}$ 袋裝一盒，小美吃了 $\frac{1}{4}$ 盒，是吃了幾袋？也是幾顆？
- 將 $\frac{1}{6}$ 塊餅裝成一盤，小華吃了 $\frac{1}{3}$ 盤，也可以說是吃了幾塊餅？

### 從線段圖看真分數的真分數倍

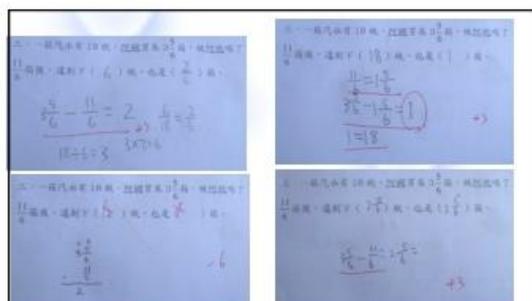
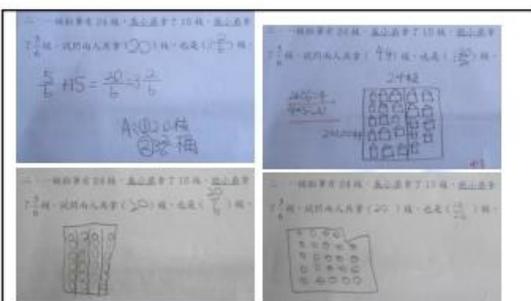
- 一袋糖果有24顆，將 $\frac{1}{8}$ 袋裝一盒，小美吃了 $\frac{2}{3}$ 盒，是吃了幾袋？也是幾顆？
- 一包糖果有48顆，小玉將 $\frac{7}{12}$ 包糖果裝成一袋，她吃了 $\frac{3}{4}$ 袋的糖果，小玉共吃了多少包糖果？
- 將 $\frac{3}{4}$ 塊餅裝成一盤，小華吃了 $\frac{2}{5}$ 盤，也可以說是吃了幾塊餅？

從線段圖看帶分數的分數倍

- 一袋菓子重 $\frac{5}{9}$ 公斤，媽媽買了 $4\frac{2}{3}$ 袋菓子，請問買了多少公斤的菓子？
- 一袋奶粉重 $2\frac{1}{4}$ 公斤，拿了 $1\frac{2}{3}$ 袋重幾公斤？

- 一袋梅子重4公斤，醃梅子用去 $\frac{3}{5}$ 公斤，請問 $\frac{3}{5}$ 公斤重的梅子是多少袋？
- $\frac{5}{12}$ 瓶可樂裝成一杯，小英喝了 $\frac{3}{8}$ 瓶可樂，請問小英喝的可樂可裝成多少杯？
- 姊姊有 $1\frac{1}{8}$ 公尺長的彩帶，妹妹有 $\frac{3}{4}$ 公尺長的彩帶，請問妹妹的彩帶是姊姊的多少倍？

錯誤類型探討



例 1. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 2. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 1. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 2. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 1. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 2. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 1. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 2. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 1. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

例 1. 一桶汽油重 10 公升，已經用去  $\frac{3}{5}$  公升，問這桶油  
 剩幾公升？  
 $10 - \frac{3}{5} \times 10 = 10 - 6 = 4$   
 答：這桶油剩 4 公升。

1. 一箱糖果重  $\frac{4}{5}$  公斤，小美買了 3 箱，請問她買的糖果重多少？

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{4}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{4 \times 3}{5 \times 1} = \frac{12}{5}$$

2. 一箱糖果重  $\frac{4}{5}$  公斤，小美買了 3 箱，請問她買的糖果重多少？

$$\frac{4}{5} \times 3 = \frac{12}{5}$$

1. 櫃子有 20 包洗衣粉，一包重 9 個，9 個人平分 13 包洗衣粉，全部分完，一人分到  $(\frac{13}{9})$  包洗衣粉。

$$13 \times 9 = 117$$

$$117 \div 9 = 13$$

2. 櫃子有 20 包洗衣粉，一包重 9 個，9 個人平分 13 包洗衣粉，全部分完，一人分到  $(\frac{13}{9})$  包洗衣粉。

$$13 \div 9 = \frac{13}{9}$$

1. 有 5 盒心形的香皂，每盒有 5 塊香皂，請問拿出  $\frac{2}{5}$  盒香皂，你可以拿了幾塊香皂？

$$\frac{2}{5} \times 5 = 2$$

2. 有 5 盒心形的香皂，每盒有 5 塊香皂，請問拿出  $\frac{2}{5}$  盒香皂，你可以拿了幾塊香皂？

$$\frac{2}{5} \times 5 = 2$$

5. 一個甜甜圈吃  $1\frac{1}{2}$  個甜甜圈，4 個甜甜圈一共吃餅多少個甜甜圈？

$$1\frac{1}{2} \times 4 = \frac{3}{2} \times 4 = \frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

4. 若甜甜圈重 1 公斤的  $\frac{2}{3}$ ，公斤買一包，可以買成幾包？

$$1 \div \frac{2}{3} = 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

5. 若甜甜圈重 1 公斤的  $\frac{2}{3}$ ，公斤買一包，可以買成幾包？

$$1 \div \frac{2}{3} = 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

6. 若甜甜圈重 1 公斤的  $\frac{2}{3}$ ，選了 50 包，請問甜甜圈重多少包？

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$50 \div \frac{1}{3} = 50 \times 3 = 150$$

7. 若甜甜圈重 1 公斤的  $\frac{2}{3}$ ，選了 50 包，請問甜甜圈重多少包？

$$\frac{1}{3} \times 50 = \frac{50}{3} = 16\frac{2}{3}$$

$\frac{1}{2}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{3}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{4}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{5}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{6}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{7}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{8}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{9}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{10}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{11}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{12}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{13}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{14}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{15}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{16}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{17}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{18}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{19}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{20}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{21}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{22}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{23}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{24}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{25}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{26}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{27}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{28}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{29}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{30}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{31}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{32}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{33}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{34}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{35}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{36}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{37}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{38}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{39}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{40}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{41}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{42}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{43}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{44}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{45}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{46}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{47}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{48}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{49}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{50}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{51}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{52}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{53}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{54}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{55}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{56}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{57}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{58}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{59}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{60}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{61}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{62}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{63}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{64}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{65}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{66}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{67}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{68}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{69}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{70}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{71}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{72}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{73}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{74}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{75}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{76}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{77}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{78}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{79}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{80}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{81}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{82}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{83}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{84}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{85}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{86}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{87}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{88}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{89}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{90}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{91}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{92}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{93}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{94}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{95}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{96}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{97}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{98}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{99}$  個紙帶可以做成一個紙帶花， $\frac{1}{100}$  個紙帶可以做成一個紙帶花。

### 回到分數除法的前提：

為什麼或是什麼情境才要進行分數除法教學？

1. 分數除法有討論餘數的必要嗎？
2. 兩數相除若內容物非整個個物合理嗎？

「? 條毛巾裝一包，把1包毛巾平分給5人，全部分完，一人分到多少包毛巾?」--可以不等分嗎?

桌上1  $\frac{1}{2}$  袋水果，把  $\frac{1}{3}$  袋裝成一包，全部裝完，相當於裝成多少包?

袋子裡有  $\frac{1}{2}$  公斤糯米，正好是綁3  $\frac{1}{3}$  個粽子的量，那麼，綁1個粽子需要多少公斤的糯米?

## 教科書脈絡配置之反思

第八單元：分數 97

活動1：等值分數 98

活動2：簡單異分母分數的比較 103

活動3：分數和小數的互換 105

活動4：用分數表示整數相除的結果 107

活動5：分數數線 109

四下

用分數表示整數相除的結果

1. 把1個大餅平均分給2人，每人可以分到多少個大餅?

用除法算式比較，並用分數表示所得結果。

2. 把1個大餅平均分給5人，每人可以分到多少個大餅?

用除法算式比較，並用分數表示所得結果。

3. 把1個大餅平均分給3人，每人可以分到多少個大餅?

用除法算式比較，並用分數表示所得結果。

4. 把1個大餅平均分給4人，每人可以分到多少個大餅?

用除法算式比較，並用分數表示所得結果。

5. 把1個大餅平均分給6人，每人可以分到多少個大餅?

用除法算式比較，並用分數表示所得結果。

1. 把一盒糖果有18顆，把一盒糖果平均分給6個人，全部分完，每個人分到多少盒糖果? 畫畫看。

18 ÷ 6 = 3

2. 把一盒糖果有18顆，把一盒糖果平均分給6個人，全部分完，每個人分到多少盒糖果? 畫畫看。

18 ÷ 6 = 3

4. 每一盒巧克力有 8 顆，爸爸買了 6 盒，平均分給 4 個孩子，全部吃完，請問每個孩子分到多少盒巧克力？畫畫看

$8 \times 6 = 48$   
 $48 \div 4 = 12$   
 A = 12 盒

2. 媽媽將 8 個年糕平均分給 5 個人，全部吃完，每個人分到多少個年糕？畫畫看

$8 \div 5 = 1 \dots 3$   
 A = 1 個

4. 每一盒巧克力有 8 顆，爸爸買了 6 盒，平均分給 4 個孩子，全部吃完，請問每個孩子分到多少盒巧克力？畫畫看

$8 \times 6 = 48$   
 $48 \div 4 = 12$   
 A = 12 盒

1. 一罐糖果共有 50 公分，爸爸買了 1 罐，把糖果分裝成一排，畫畫分裝完，可以裝成幾顆了？多少呢？

$50 \div 7 = 7 \dots 1$   
 A = 7 顆

1. 一罐糖果共有 50 公分，爸爸買了 1 罐，把糖果分裝成一排，畫畫分裝完，可以裝成幾顆了？多少呢？

$50 \div 7 = 7 \dots 1$   
 $7 \times 7 = 49$   
 $50 - 49 = 1$   
 A = 7 顆

1. 將 8 個蛋糕平均分給 12 個人，和將 8 個蛋糕平均分給 15 個人時，每個人分到的蛋糕一樣多？

$8 \div 12 = \frac{2}{3}$   
 $8 \div 15 = \frac{8}{15}$   
 $\frac{2}{3} > \frac{8}{15}$   
 A = 不一樣多

2. 將 8 個蛋糕平均分給 12 個人，和將 8 個蛋糕平均分給 15 個人時，每個人分到的蛋糕一樣多？

$8 \div 12 = \frac{2}{3}$   
 $8 \div 15 = \frac{8}{15}$   
 $\frac{2}{3} > \frac{8}{15}$   
 A = 10 個

題目七：試吃活動時，分食的份量規定 8 片披薩平均分給 12 個人吃，如果來了 15 個人，要準備幾片披薩，份量才會準規定？

$8 \div 12 = \frac{2}{3} / 15$   
 $15 \times \frac{2}{3} = 10$   
 $1.75 \times 8 = 14$   
 $2 = 10$   
 A: 10 片

題目七：試吃活動時，分食的份量規定 8 片披薩平均分給 12 個人吃，如果來了 15 個人，要準備幾片披薩，份量才會準規定？

$12 - 8 = 15$   
 $15 - 15 = 10$   
 A: 10 片

題目七：試吃活動時，分食的份量規定 8 片披薩平均分給 12 個人吃，如果來了 15 個人，要準備幾片披薩，份量才會準規定？

$12 \div 8 = 1.5$   
 $1.5 \times 15 = 22.5$   
 A: 22.5 片

$12 \div 8 = 1.5$   
 $1.5 \times 15 = 22.5$   
 A: 22.5 片

### 五下

|               |                     |
|---------------|---------------------|
| 第二單元：分數的計算    | 第八單元：整數、小數除以整數      |
| 活動 1：帶分數 × 整數 | 活動 1：整數 + 整數 (商是小數) |
| 活動 2：整數 × 分數  | 活動 2：小數 + 整數        |
| 活動 3：分數 × 分數  | 活動 3：分數化為小數         |
| 活動 4：關係       | 活動 4：小數化為分數         |
| 活動 5：分數 + 整數  | 第九單元：比率與百分率         |
|               | 活動 1：認識比率           |
|               | 活動 2：認識百分率          |
|               | 活動 3：小數、分數與百分率的互換   |
|               | 活動 4：百分率的應用         |
|               | 數學步道 IV 百分率的應用與遊戲   |

### 單位分數 ÷ 整數 和 真分數 ÷ 整數 帶分數 ÷ 整數 相同嗎？

1. 將下列各題的商填入方格中，並說明商是帶分數還是真分數。  
 2. 比較下列各題的商，你發現了什麼？  
 3. 你發現了什麼？  
 4. 你發現了什麼？

5. 將下列各題的商填入方格中，並說明商是帶分數還是真分數。  
 6. 比較下列各題的商，你發現了什麼？  
 7. 你發現了什麼？  
 8. 你發現了什麼？

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \times \frac{10}{1} = 1$   
 A: 1 杯

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = 1$   
 A: 1 杯

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = 1$   
 A: 1 杯

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = 1$   
 A: 1 杯

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = 1$   
 A: 1 杯

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = 1$   
 A: 1 杯

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = 1$   
 A: 1 杯

第一瓶汽水， $\frac{1}{10}$  瓶裝成一杯，可以裝成幾杯？

$\frac{1}{10} \div \frac{1}{10} = 1$   
 A: 1 杯

### 分數 & 小數

分數化為小數

把  $\frac{3}{4}$  分成的示，平均分給 4 袋，一袋需要多少分成了？  
用分數和小數表示。

想題名： $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{100} = \frac{\quad}{1000}$

一袋果汁有  $\frac{3}{4}$  公升，用小數怎麼表示？

把下列的分數分別用小數表示。

$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{100} = \frac{\quad}{1000}$

### 比率 & 分數

認識比率

視和國小五年內班共有 29 人，  
全部健康檢查的結果如右表，  
這樣學生視力不良的比率是多少？

這班學生患有眼疾的比率是多少？  
眼疾的比率是多少？

結果如左：這班學生視力正常的比率是多少？  
視力正常的比率和視力不良的比率，兩者的和是多少？

右圖中，紅球、藍球和綠球各占那裡的比率各是多少？  
哪一種顏色球的比率最多？

想一想：我們以數學學校的成績、成績和不及格的比率，兩者的和一定是 1 嗎？

### 六上

|              |               |
|--------------|---------------|
| 第二單元：分數除法    | 第九單元：比、比值與成正比 |
| 活動1：最簡分數     | 活動1：比與比值      |
| 活動2：同分母分數的除法 | 活動2：相等的比      |
| 活動3：整數除以分數   | 活動3：比的應用      |
| 活動4：異分母分數的除法 | 活動4：成正比       |
| 活動5：有餘數的分數除法 | 活動5：成正比的關係圖   |
| 活動6：關係       |               |

### 最簡分數的意義

最簡分數

把  $\frac{12}{18}$  化簡成最簡分數。

把  $\frac{12}{18}$  化簡成最簡分數，  
可以化成  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{4}{6}$  兩個最簡分數。

把  $\frac{12}{18}$  化簡成最簡分數，  
可以化成  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{4}{6}$  兩個最簡分數。

把  $\frac{12}{18}$  化簡成最簡分數，  
可以化成  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{4}{6}$  兩個最簡分數。

- 最簡分數為分數除法寫成乘以除數倒數開啟方便計算之門。
- 尋找共測單位時計算比較不繁複。
- 延伸質因數分解教材。
- 學生答案都相同，老師比較容易批改作業！

### 度量單位 & 多元單位

同分母分數的加法

把  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{2}$  相加，  
可以化成  $\frac{2}{2}$  和  $\frac{1}{1}$  兩個最簡分數。

把  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{2}$  相加，  
可以化成  $\frac{2}{2}$  和  $\frac{1}{1}$  兩個最簡分數。

把  $\frac{1}{2}$  和  $\frac{1}{2}$  相加，  
可以化成  $\frac{2}{2}$  和  $\frac{1}{1}$  兩個最簡分數。

### 包含除情境：同分母分數除法

注：每一箱裝有 24 箱，老師把  $\frac{2}{3}$  箱裝成一箱。  
 右樣時會發現共有  $\frac{6}{12}$  箱，請問他裝到  $(\frac{3}{3})$  箱。

注：每一箱裝有 10 個，每個人都分到  $\frac{2}{5}$  個，一共分了  $\frac{3}{5}$  箱，請問有 ( ) 個人。

$$6 \frac{6}{12} - 1 \frac{3}{3} = 5 \frac{3}{3}$$

$$5 \frac{3}{3} \div \frac{2}{5} = 4 \frac{1}{2}$$

12. 將  $\frac{4}{7}$  片紙裝成一箱，要多少個才有  $4 \frac{4}{7}$  片紙呢？

### 圖形表徵的重要性

圖形表徵：用圖形表示分數，可以幫助理解。  
 圖形表徵：用圖形表示分數，可以幫助理解。  
 圖形表徵：用圖形表示分數，可以幫助理解。  
 圖形表徵：用圖形表示分數，可以幫助理解。

### 整數除以分數—眼睛瞪大一點

整數除以分數：用圖形表示分數，可以幫助理解。  
 整數除以分數：用圖形表示分數，可以幫助理解。  
 整數除以分數：用圖形表示分數，可以幫助理解。  
 整數除以分數：用圖形表示分數，可以幫助理解。

### 傳統教學方式學校成績中後段學生表現

題目一：一箱水梨有 27 個，水果店裡有 5 箱水梨，老師把  $\frac{2}{3}$  箱水梨裝成一盒賣出，盡量分裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水梨？

題目二：將 18 包豆乾裝成一箱，每包 10 包。

$$27 \times 5 = 135$$

$$135 \div \frac{2}{3} = \frac{135 \times 3}{2} = \frac{405}{2} = 202 \frac{1}{2}$$

$$202 \frac{1}{2} \div 18 = 11 \frac{1}{4}$$

### 傳統教學方式學校成績中上學生表現

題目一：一箱水梨有 27 個，水果店裡有 5 箱水梨，老師把  $\frac{2}{3}$  箱水梨裝成一盒賣出，盡量分裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水梨？

題目二：將 18 包豆乾裝成一箱，每包 10 包。

$$27 \times 5 = 135$$

$$135 \div \frac{2}{3} = 202 \frac{1}{2}$$

$$202 \frac{1}{2} \div 18 = 11 \frac{1}{4}$$

題目一：一箱水梨有 27 個，水果店裡有 5 箱水梨，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水梨分裝成一盒賣出，盡量分裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水梨？

Handwritten solution:

$$27 \times 5 = 135$$

$$135 \times \frac{2}{3} = 90$$

$$135 - 90 = 45$$

題目二：將 18 次取整第一箱水梨

題目一：一箱水梨有 27 個，水果店裡有 5 箱水梨，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水梨分裝成一盒賣出，盡量分裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水梨？

Handwritten solution:

$$27 \times 5 = 135$$

$$135 \times \frac{2}{3} = 90$$

$$135 - 90 = 45$$

長洲培英書院中學生出品

為什麼分數除法要通分？通分後怎麼導入乘以倒數？有更恰當的布題方式嗎？

Handwritten notes explaining the relationship between division and multiplication by the reciprocal, including examples like  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$ .

有餘數的分數除法比全部分完的概念難嗎？

Handwritten notes discussing division with remainders in fractions, using examples like  $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$  resulting in  $1\frac{1}{2}$ .

關係？分數乘法關係的意義是什麼？

Handwritten notes and a table illustrating the relationship between multiplication and division of fractions.

| 被乘數           | 乘數            | 積             |
|---------------|---------------|---------------|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{6}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{3}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{4}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{5}{3}$ | $\frac{5}{6}$ |

• 一袋黃豆粉重  $5\frac{3}{4}$  公斤，用去  $\frac{2}{9}$  袋，是用去多少公斤的黃豆粉？

•  $5\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{23}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{46}{36} = 1\frac{10}{36} = 1\frac{5}{18}$   $5\frac{3}{4}$  是公斤， $1\frac{5}{18}$  是公斤

• 一包水餃有 96 個，冰箱裡有  $\frac{5}{12}$  包水餃，媽媽煮了這些水餃的  $\frac{7}{8}$ ，媽媽煮了多少包水餃？

•  $\frac{5}{12} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{96}$   $\frac{5}{12}$  是什麼？  $\frac{35}{96}$  是什麼？

• 有一個長方形花園，他的長是  $\frac{25}{12}$  公尺，寬  $\frac{7}{20}$  公尺，花園的面積是多少平方公尺？

•  $\frac{25}{12} \times \frac{7}{20} = \frac{175}{240} = \frac{35}{48}$   $\frac{25}{12}$  和  $\frac{7}{20}$  大小有意義嗎？

**關係？意義是什麼？**

- 在教學有什麼意義？
- 學生能理解嗎？
- 單位不同時，可以解釋嗎？
- 是引導學生發現或是告知？

- 冰箱裡有 $\frac{5}{9}$ 公升的羊乳，姊姊把 $\frac{1}{2}$ 公升裝成一杯，全部分完，相當原分裝成多少杯？

$$\frac{5}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{10}{9}$$

$\frac{5}{9}$ 是公升， $\frac{10}{9}$ 是杯；能比大小嗎？

- 果汁 $1\frac{1}{2}$ 公升相當於 $\frac{2}{3}$ 瓶的量。算算看，一瓶果汁有多少公升？

$$1\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

$1\frac{1}{2}$ 是公升， $\frac{9}{4}$ 是公升；此刻 $\frac{9}{4} > \frac{3}{2}$ 數字變大，意義是什麼？

- 冰箱裡有 $\frac{5}{9}$ 公升的羊乳，姊姊把 $\frac{1}{2}$ 公升裝成一杯，全部分完，相當原分裝成多少杯？

$$\frac{5}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{10}{9}$$

$\frac{5}{9}$ 是公升， $\frac{10}{9}$ 是杯；能比大小嗎？

- 果汁 $1\frac{1}{2}$ 公升相當於 $\frac{2}{3}$ 瓶的量。算算看，一瓶果汁有多少公升？

$$1\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

$1\frac{1}{2}$ 是公升， $\frac{9}{4}$ 是公升；此刻 $\frac{9}{4} > \frac{3}{2}$ 數字變大，意義是什麼？

|       |   |   |         |
|-------|---|---|---------|
| N-5-6 | 整數相除之商數表示：從分數(測量)和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與合理性。 | 本條目的困難在於概念理解而非計算。教師應積極協助學生突破整數除法有餘數之固定想法，並轉化為分數的合理性。包含除法和「比非」的課題結合(N-5-10)。 | n-111-5 |
| N-5-7 | 分數除以整數：分數除以整數的意義，最後將問題轉化為乘以單位分數。            | 等分除教學可運用乘法分數倍之經驗(N-5-5)，包含除法和「比非」的課題結合(N-5-10)。                             | n-111-6 |
| N-6-3 | 分數的除法：整數除以分數、分數除以分數的意義，最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。  | 可不處理餘數問題。若要處理，限於具體合理的生活情境。餘數問題不評量。  | n-111-6 |

**問題脈絡**

- 有餘數的比全部分完的難嗎？
- 分數除法為什麼可以乘以除數倒數？

**四年級體驗解題等分除**

(4)體驗等分情境分數除以整數能整除(素圖解題不強迫算式記錄)

一條鋼筋長 $1\frac{1}{2}$ 公尺，平分成5段，每段有幾公尺？

$1\frac{1}{2}$ 公尺是什麼意思？你用幾格來表示？1格表示幾公尺？平分成5段，每段是幾格？

仔細繪圖？(鋼筋)多少鋼筋？( $1\frac{1}{2}$ 公尺)記下來，怎麼分？(平分成5段) 平分怎麼記？(除)把算式記下來？

### 四年級體驗解題包含除

(5)體驗包含除情境分數除以分數能整除(畫圖解題不靠純算式紀錄)

一籃桃子有 12 顆，將  $2\frac{4}{5}$  籃桃子，每  $\frac{2}{5}$  籃平分給一個孩子，全部分完，可以分給幾個孩子？

$2\frac{4}{5}$  籃在哪裡？你用幾格表示？ $\frac{2}{5}$  籃要怎麼拿？拿了幾個  $\frac{2}{5}$  籃？

(3-1)將  $\frac{2}{3}$  包糖果裝一盤，一共裝了  $3\frac{4}{5}$  盤，請問用了幾包糖果？

$\frac{2}{3} \times ( ) = 3\frac{4}{5}$

### 從有餘數問題情境出發，在包含除情境下建立共測單位概念

14.以「共測單位」思維處理分數除法

(1)分數除以分數有餘數

(1-1)林林有  $\frac{6}{7}$  公尺長的鐵帶，他把  $\frac{1}{3}$  公尺剪成一段，儘量剪完，可以剪成多少段？剩下多少公尺？

轉化： $\frac{6}{7}$  可以說是幾個  $\frac{1}{7}$  →  $\frac{6}{7} = \frac{18}{21}$  而  $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$

$\frac{6}{7} \div \frac{1}{3} = \frac{18}{21} \div \frac{7}{21} = (2) \dots (\frac{4}{21})$      $\frac{7}{21} \times 2 = \frac{14}{21}$      $\frac{18}{21} - \frac{14}{21} = \frac{4}{21}$

### 內容物非整個個物或當量情境

(2)分數除以分數全部分完(除數為分數時無法解釋等分除情境，此時就稱為「當量除」)

(2-1)一袋杏仁粉重  $3\frac{1}{5}$  公斤，媽媽把杏仁粉裝到一些罐子裡，一罐一罐都要一樣多，全部分完，相當於裝多少罐時，才能讓一罐正好是 2 公斤？

(2-2)  $2\frac{7}{12}$  公尺相當於  $\frac{11}{12}$  捆鐵絲的長，1 捆鐵絲有多長？

六年級分數除法部分，請老師以整數除法發展思維為核心主軸，透過包含除有餘數，再進入等分除或當量除等全部分完的題目。

媽媽買了 6 個香瓜，要平分給多少人，一人才會正好得到  $\frac{3}{5}$  個香瓜？

1. 列式： $6 \div ( ) = \frac{3}{5}$

2. 畫圖：

3. 乘法紀錄： $\frac{3}{5} \times 10 = \frac{30}{5} = 6$

一瓶礦泉水有 6 公升，倉庫裡有 41 瓶，把  $3\frac{5}{9}$  瓶分裝成一桶，盡量分裝完，可以裝成幾桶？剩下多少瓶？

1.  $41 \div 3\frac{5}{9} =$

2.  $3\frac{5}{9} \times 10 = 30\frac{50}{9} = 35\frac{5}{9}$      $41 - 35\frac{5}{9} = 5\frac{4}{9}$

把握除法的乘、減思維

$3\frac{5}{9} \times 1 = 3\frac{5}{9}$      $5\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9} = 1\frac{8}{9}$

20 個壽司裝一盒，媽媽拿出  $\frac{9}{10}$  盒壽司，然後把  $\frac{2}{5}$  盒裝成一盤，盡量分裝完，可以分裝成多少盤？剩下多少盒？

1.  $\frac{9}{10} + \frac{2}{5} = \frac{9}{10} + \frac{4}{10} = 2 \dots \frac{1}{10}$  **運用共測單位  $\frac{1}{10}$  進行思考**

$\frac{4}{10} \times 2 = \frac{8}{10}$      $\frac{9}{10} - \frac{8}{10} = \frac{1}{10}$

2.

鍋子裡有  $10\frac{7}{12}$  公升的湯，把  $\frac{3}{10}$  公升裝成一碗，**全部裝完**，相當於裝成多少碗？

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{1270}{120} + \frac{36}{120}$

$= 1270 \text{ 個 } \frac{1}{120} + 36 \text{ 個 } \frac{1}{120}$  **澄清 1270÷36 是什麼意義**

$= \frac{1270}{36} = \frac{1270 \div 2}{36 \div 2} = \frac{635}{18} = 35 \dots \frac{5}{18}$  **利用兩數相除以分數表示**

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = 35 \dots \frac{5}{18}$  **如果以剩下  $\frac{1}{18}$  公升來思考**

$\frac{3}{10} \div 35 = \frac{105}{10} = 10\frac{5}{10}$      $10\frac{7}{12} - 10\frac{5}{10} = \frac{70}{120} - \frac{60}{120} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{1270}{120} + \frac{36}{120} = 35 \dots \frac{36}{120}$

鍋子裡有  $10\frac{7}{12}$  公升的湯，把  $\frac{3}{10}$  公升裝成一碗，**全部裝完**，相當於裝成多少碗？

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{1270}{120} + \frac{36}{120}$  **1. 以共測單位概念導入**

$= 1270 \text{ 個 } \frac{1}{120} + 36 \text{ 個 } \frac{1}{120}$  **2. 兩數相除以分數表示**

**澄清 1270÷36 是什麼意義**

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127 \times 10}{12 \times 10} \div \frac{3 \times 12}{10 \times 12} = \frac{127 \times 10}{12 \times 12} \times \frac{10}{3} = \frac{1270}{36}$

$\frac{3}{10} = \frac{36}{120}$

$10\frac{7}{12} = 10\frac{35}{60} = \frac{635}{60}$

$\frac{635}{60} \div \frac{36}{120} = \frac{635}{60} \times \frac{120}{36} = \frac{635 \times 2}{36} = \frac{1270}{36} = \frac{635}{18} = 35 \dots \frac{5}{18}$

$\frac{18}{60} \times 30 = 90$      $\frac{635}{60} - \frac{540}{60} = \frac{95}{60}$

$\frac{18}{60} \times 5 = 15$      $\frac{95}{60} - \frac{90}{60} = \frac{5}{60}$

$\frac{18}{60}$  公升倒成一碗     $\frac{5}{60}$  公升就是  $\frac{5}{18}$  碗

**學完乘以倒數，分數除法就結束了嗎？**

**乘數未知**

- 一包口香糖有6片，要多少包合起來，才會正好有20片？
- 一袋米重9公斤，要多少袋米合起來，才會正好重42公斤？
- 3張蔥油餅放一盤，要拿多少盤，才會正好拿了  $\frac{7}{2}$  張蔥油餅？
- 一包洗衣粉重3公斤，要用去多少包洗衣粉，才會正好用去  $\frac{5}{6}$  公斤重的洗衣粉？
- 一袋紅豆餅裝6個，要吃多少袋，才會正好吃了  $4\frac{2}{3}$  個紅豆餅？
- 一條尼龍繩長  $\frac{7}{10}$  公尺，要多少條尼龍繩合起來，才會正好長  $2\frac{1}{5}$  公尺？
- 64個柳丁裝一箱， $\frac{3}{5}$  箱裝成一籃，一拿多少籃合起來，才會正好拿了  $\frac{7}{16}$  箱柳丁？

**「乘數為分數」乘數未知**

- 一袋薏仁重2公斤，要煮多少袋，才會正好煮  $\frac{2}{5}$  公斤的薏仁？
- 有一卷綵帶長  $\frac{3}{4}$  公尺，要剪下多少卷，才會正好剪下  $\frac{21}{32}$  公尺？

**被乘數未知**

- 把一些雪糕裝成一盒，哥哥拿出這盒雪糕的 $\frac{3}{5}$ ，正好拿了6支雪糕。算算看，這盒雪糕有多少支？
- 媽媽買了一桶葵花油，倒出 $\frac{2}{9}$ 桶正好是 $\frac{8}{9}$ 公升，這桶葵花油有多少公升？
- 冰箱裡有一瓶果汁，靜燻倒出 $\frac{2}{5}$ 瓶，正好倒出 $\frac{11}{15}$ 公升，一瓶果汁有多少公升？

**「乘數為分數」被乘數未知**

- 盒子裡有一些相簿， $1\frac{2}{3}$ 盒正好有10本相簿，這一盒相簿有多少本？
- 弟弟喝了 $1\frac{1}{4}$ 瓶蘋果汁，正好喝了 $\frac{11}{12}$ 公升，算算看，一瓶蘋果汁有多少公升？

**除數未知**

- 盤子裡有3塊餡餅，要平分給多少位小朋友，一位小朋友才會正好得到 $\frac{1}{4}$ 塊餡餅？
- 媽媽買了6個香瓜，要平分給多少人，一人才會正好得到 $\frac{2}{5}$ 個香瓜？
- 爸爸買了5塊綠豆糕，要平分成多少盤，一盤才會正好有 $1\frac{2}{3}$ 塊綠豆糕？

**「除數為分數」除數未知**

- 一盒花片有88個，機敏有 $2\frac{1}{2}$ 盒，她把花片重新分裝，每包都要一樣多，全部分完，正好分裝成10包，算算看，多少盒花片裝成一包？
- 一袋杏仁粉重 $3\frac{1}{5}$ 公斤，媽媽把杏仁粉裝到一些罐子裡，每罐都要一樣多，全部分完，相當於裝多少罐時，才能讓一罐正好是2公斤？

**「除數為分數」被除數未知**

- 媽媽買了一袋桂圓，她把這袋桂圓重新分裝， $\frac{1}{6}$ 公斤分裝成一包，全部分裝完，相當於分裝成 $2\frac{2}{3}$ 包，算算看，這一袋桂圓重多少公斤？
- 實驗課時，阿哲把一捆電線分段剪開，每段都要一樣長，全部剪完，相當於剪成 $3\frac{1}{3}$ 段，一段正好是 $\frac{2}{10}$ 公尺，算算看，這一捆電線長多少公尺？

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                   |                                    |         |         |          |            |
|-------------------|------------------------------------|---------|---------|----------|------------|
| 研習名稱              | 有效教學-空間與圖形(3)                      |         |         |          |            |
| 研習時間              | 108 年 05 月 14 日(星期二)下午 03:40-05:30 |         |         |          |            |
| 研習講師              | 臺中市南屯區永春國民小學 魏麗枝主任                 |         |         |          |            |
| 一、 研習內容規劃         |                                    |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                           | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 研習時數安排            | 98%                                | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 最後一次的有效教學研習,希望下學期還能有這類研習活動。        |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                           | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 研習內容規劃符合個人需求      | 98%                                | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                 |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                           | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 研習辦理方式            | 98%                                | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                 |         |         |          |            |
| 二、 講師授課情形         |                                    |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                           | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師與學員有互動及回應       | 96%                                | 4%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                 |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                           | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師表達清晰,透過實例佐證淺顯易懂 | 98%                                | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項            | 無。                                 |         |         |          |            |
|                   | 很滿意<br>5                           | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 講師整體演講的方式與內容      | 95%                                | 3%      | 2%      | 0%       | 0%         |

|                  |                              |         |         |          |            |
|------------------|------------------------------|---------|---------|----------|------------|
| 建議改善事項           | 講師很認真的帶我們一步一步地從文字、再到教具去思考教學。 |         |         |          |            |
| 三、學員自我幫助         |                              |         |         |          |            |
|                  | 很滿意<br>5                     | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於學員專業成長有所幫助     | 98%                          | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。                           |         |         |          |            |
|                  | 很滿意<br>5                     | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於教學或學習資源發展有所幫助  | 98%                          | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。                           |         |         |          |            |
|                  | 很滿意<br>5                     | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 98%                          | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 生活應用很多，可將課堂活動做為未來授課規劃。       |         |         |          |            |

# 2019 年第十一屆科技與數學教育國際學術研討會

## 一、舉辦日期與地點

### (一) 指導單位：

中央研究院

國立臺中教育大學

### (二) 主辦單位：

國立臺中教育大學 數學教育學系

國立臺中教育大學 數學領域教學研究中心

台灣數學教育學會

### (三) 日期：2019 年 05 月 24 日 (五) 至 05 月 25 日 (六)

### (四) 地點：國立臺中教育大學求真樓音樂廳、國立臺中教育大學附屬實驗小學活動中心

## 二、會議緣起

2019 年八月 12 年國教數學素養導向教學即將在學校實施，這在台灣數學教育的發展是項創舉，數學素養導向教學以「自發」、「互動」及「共好」為理念，希冀能「成就每一個孩子—適性揚才、終身學習」，因此數學教育應能啟迪學習動機，培養好奇心、探索力、思考力、判斷力與行動力，願意以積極的態度、持續的動力進行探索與學習；從而體驗學習的喜悅，增益自我價值感。進而激發更多生命的潛能，達到健康且均衡的全人開展。根據十二年國民基本教育課程綱要：數學領域的內容指出，「核心素養」是指一個人為適應現在生活及面對未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。

「核心素養」強調學習不宜以學科知識及技能為限，而應關注學習與生活的結合，透過實踐力行而彰顯學習者的全人發展。數學此科目被 OECD (2002) 定義為一種工具、一種公民素養。PISA 定位「數學素養」(Mathematical Literacy) 為有能力去辨識、理解、探索數學在這個世界上的意義，解決私人生活、學校生活、工作與休閒、社區與社會中各種不同情境的問題，能解釋自己做出來的數學判斷，能夠進行邏輯思考，進而探索數學。數學素養為十二年國教的精髓，為因應十二年國民基本教育課程綱要的發布，師資培育大學需了解新課綱的願景、目標理念、策略與實務，積極扮演區域課程發展的上游與協作角色，善用自身領域或類科的學術優勢，建置課程發展與培用機制，規劃師資生的增能培力課程，以便培育未來的優質教師，進而培育與發展學生具有世界公民所需的數學素養，擴展生活是也和經驗，成就自我與發揮自我價值。

為因應此一潮流並與世界接軌，國內之數學教育改革亦朝向數學素養導向的方向進行努力，例如數學領域呼應《十二年國民基本教育課程綱要總綱》「自發」、「互動」及「共好」的理念，培養下一代的核心素養，為其終身學習奠定基礎與職涯發展做好準備。一方面，要回應世界各國朝向培養數學素養的趨勢，著重學生能將生活中所遇到的問題轉化成數學問題並且解決它，並能欣賞數學的美並對數學有正向的態度。另一方面，要盡力改善我國中小學生的數學評量成績有高成就與高落差、對數學的態度與學習信心不佳的現象，達成十二年國教把每一位學生帶上來、適性揚才的重要理念，實踐數學教育公平受教的原則。

教育者越來越多地認為學習是一種社會文化行為、社會、情感、環境和文化因素與更傳統的認知因素相互作用(Barab & Plucker, 2002; Bransford, Brown, & Cocking, 2000)。社會、情感和動機因素不僅僅是對學習的影響，而是學習過程的核心和不可分割。學習的各個方面例如接近新問題，堅持面對挑戰，及與他人互動，不僅是重要的事情，且是學生所了解和做的事情的核心(Boaler, 1997; Greeno, 1991; Schoenfeld, 1988)。因此這些行為或態度應該得到教育者和研究人員的關注(Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001)。過去研究人員認為學生學到的東西離不開他們的學習方式(Barab & Plucker, 2002; Boaler, 2000a; Cobb, Stephan, McClain, & Gravemeijer, 2001; Greeno, 1991)，

且知道是複雜系統的無數組件之間的相互作用。這種學習概念化不是將知識作為個人可以獲得的對象，而是將注意力轉移到人們參與的實踐類型，及人們在特定活動環境中彼此聯繫的方式。因此學習是一種發展態度的過程，也就是說在世界中存在涉及信息的觀點、觀點和參與信息的方式，這些信息可以在交互時刻和更持久的模式中看到(Gresalfi & Cobb, 2006)。正如 Thomas and Brown (2007)所指出的，態度涉及

“對世界的態度或契約，通過一系列可以被視為以一般方式相互聯繫的實踐產生。……”

態度不是事件或實踐的描述，它們是產生這些事件或實踐的潛在機制。簡而言之，態度不僅捕獲了人們知道的東西，而且捕獲了他或她如何知道它，不僅僅是獲得的技能，還有這些技能的利用方式。數學教育被視為一種社會實踐系統，包括用於組織活動的互動、理解、假設、態度和規範的模式(Cobb & Bauersfeld, 1995; Cobb, Gresalfi, & Hodge, 2009; Engestrom, 1999)。課堂實踐為學生創造了不同的機會，讓他們學會一起工作，構建知識，並將自己的感知建構為意義製造者。基於上述，發展數學素養導向的教學、學習和評量科技，促進數學態度的正向發展與提升數學學習信念，是數學教育應正視與努力之事。因此本次研討會以「數學正向態度的發展與實踐」為主軸，藉由各方學術人員、教師與師資生，探討如何涵養數學素養所需課程、教學方法、評量與師資培育措施，進而在生活中應用與實踐。

### 三、會議目的

本研討會已經舉辦 10 屆，第 11 屆延續前幾屆科技與數學教育國際學術研討會的宗旨為國內數學教育界的教師及學生提供發表和學習的舞台。先前研討會已經邀請了國內外知名學者參與擔任研討會講座，例如 Alan Schoenfeld、Ferdinando Arzarello、Gravemeijer、Zalman Usiskin、Olive Chapman、Jinfa Cai、Frederick Koon Shing Leung、Emeritus Kaye Stacey、Lianghuo Fan、Kyeong-Hwa Lee、Berinderjeet Kaur，提供與會來賓有關研究經驗與成果，作為國內數學教育重要之研究與教學資訊。此次申請辦理「2019 第 11 屆科技與數學教育國際學術研討會暨數學教學工作坊」。預計達成目的：

1. 基於數學素養與數學課程與教學、數學學習、評量和師資培育之必要性與重要性，召集對數學教育和數學學習科技有專長之國內學者專家、教師與數學素養教材之研發者，共同分享在數學教育中運用數學素養導向的策略與經驗，並針對如何藉由數學素養議題的研討提升國內數學教與學之品質，加以討論與評析。
2. 融合數學素養相關專題演講、論文發表與工作坊的活動形式，讓參與的數學教師、研究生，都能因此獲得理論與實作的經驗，進而強化國內數學教育之競爭力。
3. 規劃研討主題：數學正向態度的發展與實踐本研討會主要涵蓋數學素養正向態度在數學教學、學習與評量應用之相關議題，主要規劃以下大主題，每個大主題下分別有許多小子題，若有其他相關議題之研究亦歡迎提出。

### 四、徵稿主題：數學素養的發展與實踐

- (一) 數學素養教學設計與學習科技
- (二) 數學素養課程內容與數學素養
- (三) 數位素養科技工具與數學教學
- (四) 數學素養師資與數位科技素養
- (五) 數學素養概念發展與學習工具
- (六) 數學素養學習評量與補救教學
- (七) 其他數學素養教育和數位議題

## 五、大會主席及委員

### 大會主席：

國立臺中教育大學校長 王如哲

### 大會副主席(依姓氏筆畫排序)：

王曉璿 教授 (國立臺中教育大學理學院院長)

姚如芬 教授 (科技部數學教育學門召集人)

侯禎塘 教授 (國立臺中教育大學副校長)

謝豐瑞 教授 (台灣數學教育學會理事長)

### 議程主席：

國立臺中教育大學數學教育學系系主任 陳嘉皇

### 議程委員(依姓氏筆畫排序)：

王婷瑩 左台益 李心儀 李林滄 沈明勳 吳昭容 李源順

林勇吉 林原宏 林素微 林碧珍 洪文良 英家銘 胡豐榮

高志誠 徐偉民 袁 媛 張子貴 陳中川 陳明璋 陳彥廷

陳建誠 梁淑坤 張淑怡 梁錫卿 陳錦章 許慧玉 黃一泓

游自達 黃財尉 黃國禎 單維彰 游寶達 楊晉民 楊凱琳

楊德清 詹勳國 劉柏宏 劉宣谷 鄭英豪 劉祥通 劉曼麗

鄭博文 賴冠州 魏士軒 謝佳叡 鍾 靜 謝閩如

## 2019 年第十一屆科技與數學教育國際學術研討會議程

日期：2019 年 5 月 24 日(星期五) 地點：國立臺中教育大學

| 時間                              | 項目  | 地點                      | 主持人                         |
|---------------------------------|---|-------------------------|-----------------------------|
| 08:00-08:30                     | 報到  | 求真樓 1F<br>中央川堂          | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |
| 08:30-9:00                      | 開幕典禮  | 求真樓 1F<br>音樂廳<br>K101   | 王如哲校長                       |
| 09:00-10:00                     | 特邀演講<br>主講者：Prof. Markku Hannula<br>(University of Helsinki, Department of Teacher Education)             | 求真樓 1F<br>音樂廳<br>K101   | 王曉璿院長                       |
| 10:00-10:20                     | 茶敘  | 求真樓 1F<br>演講廳前廊         | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |
| 10:20-11:20                     | 特邀演講<br>主講者：Prof. MOK, Ida A. C.<br>(Hong Kong university, Division of Mathematics and Science Education) | 求真樓 1F<br>音樂廳<br>K101   | 梁淑坤教授                       |
| 11:20-12:20                     | 海峽兩岸數學教育分享會   | 求真樓 1F<br>音樂廳<br>K101   | 林碧珍教授                       |
| 12:20-13:30                     | 午餐  | 求真樓 1F<br>演講廳前廊         | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |
| 13:30-15:00                     | 數學教學研究中心會議  | 求真樓 4F<br>第二會議室<br>K403 | 陳嘉皇教授                       |
| 15:00-16:00                     | 特邀演講<br>主講者：Prof. Masami Isoda<br>(University of Tsukuba Faculty of Human Science Professor, Japan)       | 求真樓 1F<br>音樂廳<br>K101   | 楊德清教授                       |
| 16:00-17:00                     | <b>場次 A 主題：數學素養與數學學習</b>  | 求真樓 1F<br>音樂廳 K101      | 主持人<br>李源順教授                |
|                                 | A1 應用層級分析法建立國小數學有效教學指標之研究   |                         |                             |
|                                 | A2 個案小學教師在理財素養的專業成長   |                         |                             |
|                                 | A3 國小專業學習社群教師對數學課程材料察覺的研究   |                         |                             |
|                                 | A4 國小六年級學生數形規律學習成效之個案研究   | 求真樓 1F<br>演講廳 K107      | 主持人<br>林碧珍教授                |
|                                 | <b>場次 B 主題：數學素養課程與國際比較</b>  |                         |                             |
|                                 | B1 造例設計影響學生提出猜想之研究  |                         |                             |
|                                 | B2 教師在數學臆測教學扮演協調者角色的教學行為  |                         |                             |
|                                 | B3 教師對於學生形成論證的支持性行為：新竹與浙江數學課比較  |                         |                             |
|                                 | B4 專業學習社群與教師數學教學專業發展—以國小數學接力聯合教學為例  |                         |                             |
| <b>場次 C 主題：數學素養教學應用</b>         | 求真樓 4F<br>會議廳 K401  | 主持人<br>林素微教授            |                             |
| C1 探究教學對九年級學生數學學習成就與學習動機影響之行動研究 |   |                         |                             |
| C2 檢驗猜想規範的形成之教學策略               |   |                         |                             |

|             |                                |                         |                             |
|-------------|--------------------------------|-------------------------|-----------------------------|
|             | C3 平行四邊形包含關係的探究-一位資優生的個案研究     |                         |                             |
|             | <b>場次 D 主題：數學素養教學應用</b>        |                         |                             |
|             | D1 國小數學「角」概念之活動設計與實施           | 求真樓 4F<br>第二會議室<br>K403 | 主持人<br>林勇吉教授                |
|             | D2 乘除法數學素養示例編製與教學應用            |                         |                             |
|             | D3 透過解題發展學生加減運算的學習軌道           |                         |                             |
|             | D4 台灣、中國和新加坡國小代數教材心智習性內容之分析與比較 |                         |                             |
| 17:00-19:00 | <b>晚宴</b>                      | 陸園餐廳                    | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |

## 2019 年第十一屆科技與數學教育國際學術研討會議程

日期：2018 年 5 月 25 日(星期六) 地點：國立臺中教育大學

| 時間                                  | 項目                                      | 地點            | 主持人                         |
|-------------------------------------|---|---------------|-----------------------------|
| 08:00-8:30                          | 報到                                      | 中教大附小<br>中央川堂 | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |
| 08:30-9:30                          | 特邀演講<br>主講者：李源順教授（臺北市立大學）               | 中教大附小<br>活動中心 | 吳昭容教授                       |
| 9:30-10:30                          | <b>場次 E 主題：數學素養與數學學習</b>                | 附小自然<br>實驗室1  | 主持人<br>楊凱琳教授                |
|                                     | E1 計算機融入美國國中數學教科書「連結數學」之研究              |               |                             |
|                                     | E2 繪圖計算機融入國中直角坐標與二元一次方程式圖形之教學研究         |               |                             |
|                                     | E3 兩位國中教師於理財中數學素養的專業成長                  | 附小自然<br>實驗室2  | 主持人<br>許慧玉教授                |
|                                     | <b>場次 F 主題：數學素養課程與國際比較</b>              |               |                             |
|                                     | F1 十二年國教數學領域核心素養教學之行動研究—以「比和比值」為例       |               |                             |
|                                     | F2 國小職前教師數學教學風格之探究—加入文字探勘的分析方式          |               |                             |
|                                     | F3 一位偏鄉國小教師數學教學專業成長個案分析                 | 附小自然<br>實驗室3  | 主持人<br>張淑怡教授                |
|                                     | <b>場次 G 主題：數學素養教師培育與專業</b>              |               |                             |
|                                     | G1 數學放手玩～九九乘法遊戲融入小二數學課程之研究              |               |                             |
|                                     | G2 理想數學教師之教學方法與表徵使用：菲律賓 STEM 著重高中之學生的觀點 |               |                             |
|                                     | G3 數學遊戲融入教學對七年級社團學習動機及學習成就影響之行動研究       |               |                             |
|                                     | <b>場次 H 主題：數學素養教師培育與專業</b>              | 附小自然<br>實驗室4  | 主持人<br>劉曼麗教授                |
| H1 和算家會田安明《改精算法》之題目探討與反思            |   |               |                             |
| H2 從數學專業學習社群看教師教學轉變與學生學習成效—以南投某國小為例 |   |               |                             |
| H3 個案資優生對百分率計算式關係性理解之研究             |   |               |                             |
| 10:30-11:00                         | 茶敘                                      | 中教大附小<br>活動中心 | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |
| 11:00-12:00                         | <b>場次 I 主題：數學文化與數學素養教育</b>              | 附小自然<br>實驗室1  | 主持人<br>劉宣谷教授                |
|                                     | I1 金融教育融入國中八年級數學領域學習成效之研究               |               |                             |
|                                     | I2 以活動本位課程提升高級中等學校籃球聯賽球員的理財觀念之研究        |               |                             |
|                                     | I3 擬真實金融情境融入國小整數四則運算教材之研究               | 附小自然<br>實驗室2  | 主持人<br>鄭英豪教授                |
|                                     | <b>場次 J 主題：數學文化與數學素養教育</b>              |               |                             |
|                                     | J1 國小五年級學生對數學素養導向試題看法之探究                |               |                             |
|                                     | J2 八年級機率教學實驗：以樹狀圖為核心設計                  |               |                             |
| J3 資訊融入國中三角形三心之補救教學設計               | 附小自然                                    | 主持人           |                             |
| <b>場次 K 主題：數學素養學習成效與應用</b>          |   |               |                             |

|             |                               |                |                             |
|-------------|-------------------------------|----------------|-----------------------------|
|             | K1 實體教具融入國小五年級體積教學之初探         | 實驗教室3          | 劉祥通教授                       |
|             | K2 實體教具融入教學方案設計之歷程：以國小四年級體積為例 |                |                             |
|             | K3 實體教具融入發展二年級學生方塊計數能力之初探     |                |                             |
| 12:10-13:00 | 午餐<br>(台灣數學教師期刊編輯委員會議)        | 中教大附小<br>活動中心  | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |
| 13:00-13:30 | 台灣數學教育學會理監事會                  | 附屬小學<br>視聽會議中心 | 謝豐瑞教授                       |
| 13:30-15:40 | 台灣數學教育學會會員大會                  |                |                             |
| 15:40-16:40 | 數學教具在數學教學上之應用工作坊              | 中教大附小<br>活動中心  | 李香慧老師                       |
| 16:40-      | 閉幕式                           | 附小活動中心         | 行政組<br>國立臺中教育大學<br>國立臺北教育大學 |

## 2019 年第十一屆科技與數學教育國際學術研討會口頭發表場次 場次(1)

| 時間                     | 場次 | 編號 | 作者          | 論文題目                            |
|------------------------|----|----|-------------|---------------------------------|
| 5/24(五)<br>16:00-17:00 | A  | 1  | 林原宏、徐大衛     | 應用層級分析法建立國小數學有效教學指標之研究          |
|                        |    | 2  | 湯永麟、李源順     | 個案小學教師在理財素養的專業成長                |
|                        |    | 3  | 陳嘉皇、林原宏、游自達 | 國小專業學習社群教師對數學課程材料察覺的研究          |
|                        |    | 4  | 施珮鳳、謝閩如     | 國小六年級學生數形規律學習成效之個案研究            |
|                        | B  | 1  | 周姝聿、林碧珍     | 造例設計影響學生提出猜想之研究                 |
|                        |    | 2  | 張廖珮鈺、林碧珍    | 教師在數學臆測教學扮演協調者角色的教學行為           |
|                        |    | 3  | 石糧豪、林碧珍     | 教師對於學生形成論證的支持性行為：新竹與浙江數學課比較     |
|                        |    | 4  | 謝閩如         | 專業學習社群與教師數學教學專業發展—以國小數學接力聯合教學為例 |
|                        | C  | 1  | 劉德晟、秦爾聰     | 探究教學對九年級學生數學學習成就與學習動機影響之行動研究    |
|                        |    | 2  | 陳佳明、林碧珍     | 檢驗猜想規範的形成之教學策略                  |
|                        |    | 3  | 謝秉融、劉祥通     | 平行四邊形包含關係的探究—一位資優生的個案研究         |
|                        | D  | 1  | 許廷維、陳嘉皇     | 國小數學「角」概念之活動設計與實施               |
|                        |    | 2  | 陳嘉皇、曾于珊     | 乘除法數學素養示例編製與教學應用                |
|                        |    | 3  | 陳嘉皇         | 透過解題發展學生加減運算的學習軌道               |
|                        |    | 4  | 林政廷、陳嘉皇     | 台灣、中國和新加坡國小代數教材心智習性內容之分析與比較     |

## 2019 年第十一屆科技與數學教育國際學術研討會口頭發表論文 場次(2)

| 時間                     | 場次 | 編號 | 作者                        | 論文題目                                 |
|------------------------|----|----|---------------------------|--------------------------------------|
| 5/25(六)<br>09:30-10:30 | E  | 1  | 范雅婷、楊德清                   | 計算機融入美國國中數學教科書「連結數學」之研究              |
|                        |    | 2  | 林亮余、楊德清                   | 繪圖計算機融入國中直角坐標與二元一次方程式圖形之教學研究         |
|                        |    | 3  | 吳於臻、李源順                   | 兩位國中教師於理財中數學素養的專業成長                  |
|                        | F  | 1  | 翁枝春、李源順                   | 十二年國教數學領域核心素養教學之行動研究—以「比和比值」為例       |
|                        |    | 2  | 劉貞余、謝佳歡                   | 國小職前教師數學教學風格之探究—加入文字探勘的分析方式          |
|                        |    | 3  | 林原宏、游自達、楊晉民               | 一位偏鄉國小教師數學教學專業成長個案分析                 |
|                        | G  | 1  | 陳欣民、黃峰文、張郁玲、周濟仁           | 數學放手玩~九九乘法遊戲融入小二數學課程之研究              |
|                        |    | 2  | 謝豐瑞、王婷瑩、Juliano Parena Jr | 理想數學教師之教學方法與表徵使用：菲律賓 STEM 著重高中之學生的觀點 |
|                        |    | 3  | 秦爾聰、吳國銘、吳昇峰               | 數學遊戲融入教學對七年級社團學習動機及學習成就影響之行動研究       |
|                        | H  | 1  | 陳映竹、英家銘                   | 和算家會田安明《改精算法》之題目探討與反思                |
|                        |    | 2  | 楊晉民、黃雅蘭                   | 從數學專業學習社群看教師教學轉變與學生學習成效-以南投某國小為例     |
|                        |    | 3  | 方盈云、劉祥通                   | 個案資優生對百分率計算式關係性理解之研究                 |

## 2019 年第十一屆科技與數學教育國際學術研討會口頭發表論文 場次(3)

| 時間                     | 場次 | 編號 | 作者          | 論文題目                          |
|------------------------|----|----|-------------|-------------------------------|
| 5/25(六)<br>11:00-12:00 | I  | 1  | 謝建吉、劉宣谷     | 金融教育融入國中八年級數學領域學習成效之研究        |
|                        |    | 2  | 葉聖恩、劉宣谷     | 以活動本位課程提升高級中等學校籃球聯賽球員的理財觀念之研究 |
|                        |    | 3  | 廖柔捷、劉宣谷     | 擬真實金融情境融入國小整數四則運算教材之研究        |
|                        | J  | 1  | 邱靜玟、謝佳叡     | 國小五年級學生對數學素養導向試題看法之探究         |
|                        |    | 2  | 許哲毓、許芷雲、單維彰 | 八年級機率教學實驗：以樹狀圖為核心設計           |
|                        |    | 3  | 黃琪如、姚如芬     | 資訊融入國中三角形三心之補救教學設計            |
|                        | K  | 1  | 陳夢雅、張淑怡     | 實體教具融入國小五年級體積教學之初探            |
|                        |    | 2  | 蔡宛伶、張淑怡     | 實體教具融入教學方案設計之歷程：以國小四年級體積為例    |
|                        |    | 3  | 鄭柔安、張淑怡     | 實體教具融入發展二年級學生方塊計數能力之初探        |

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                   |  |                |                |                 |                   |
|-------------------|--|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習主題              | 2019 年第 11 屆科技與數學教育國際學術研討會               |                |                |                 |                   |
| 研習時間              | 民國 108 年 05 月 24 日 星期五 上午 09:00-下午 17:00 |                |                |                 |                   |
| 十六、研習內容規劃         |  |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                          | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習時數安排            | 92%                                      | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 教授準備的內容十分豐富，一小時實在讓人意猶未盡，希望能夠多安排更多演講時間。   |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                          | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習內容規劃符合個人需求      | 98%                                      | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                       |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                          | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 研習辦理方式            | 95%                                      | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 希望能夠安排與講者交流的時間。                          |                |                |                 |                   |
| 二、講師授課情形          |  |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                          | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師與學員有互動及回應       | 91%                                      | 9%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                       |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                          | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 92%                                      | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。                                       |                |                |                 |                   |

|                  | 很滿意<br>5  | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
|------------------|---|---------|---------|----------|------------|
| 講師整體演講的方式與內容     | 92%   | 8%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 教授演講內容十分受用，能推廣給更多教師參考。  |         |         |          |            |
| 三、學員自我幫助         |   |         |         |          |            |
|                  | 很滿意<br>5  | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於學員專業成長有所幫助     | 95%   | 5%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。  |         |         |          |            |
|                  | 很滿意<br>5  | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於教學或學習資源發展有所幫助  | 96%   | 4%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 無。  |         |         |          |            |
|                  | 很滿意<br>5  | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 98%   | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項           | 參與者認為整體活動滿意度極佳，講者演講內容十分豐富，在未來從事的教學專業發展。希望能夠再多多辦理研討會促進教師之間的教學專業發展。 |         |         |          |            |

# 講師簡報分享

## 演講貴賓：Prof. Markku Hannula



### Enjoyment, self-confidence, and mathematics achievement: The importance of affect, when you can choose

Markku S. Hannula  
University of Helsinki, Finland and  
Volda University Collage, Norway

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI Faculty of Educational Sciences / Markku S. Hannula [www.helsinki.fi/yliopisto](http://www.helsinki.fi/yliopisto) 20.5.2019 1



### Overview

- McLeod (1992) model of affect
  - Emotions
  - Attitudes & Beliefs
- Reasons to move forward
- Metatheory of affect (Hannula, 2012)
- The causal relationship between affect and achievement

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI Faculty of Educational Sciences / Markku S. Hannula [www.helsinki.fi/yliopisto](http://www.helsinki.fi/yliopisto) 20.5.2019 2



### McLeod model of affect

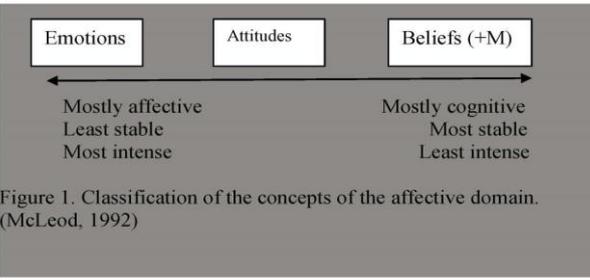


Figure 1. Classification of the concepts of the affective domain. (McLeod, 1992)

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI [www.helsinki.fi/yliopisto](http://www.helsinki.fi/yliopisto) 20.5.2019 3



### Emotions

- Darwinian, Freudian and cognitive tradition
- Include
  - physiological processes that regulate the body
  - subjective experience that regulates behaviour, and
  - expressive processes that regulate social coordination.
- Emotions
  - are closely related to personal goals,
  - have an important role in human coping and adaptation, and
  - include a physiological reaction that makes them different from cognition

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI [www.helsinki.fi/yliopisto](http://www.helsinki.fi/yliopisto)



### Mathematical Problem Solving and Emotions

Problem = the solver does not know how to proceed

Already Polya (1957) addresses determination and hope in his short dictionary of heuristics, mentioning also the necessity to become familiar with all emotions related to the problem solving process.

Mason, Burton, and Stacey (1982), Schoenfeld (1985), McLeod (1988), Goldin (1988, 2000) and Cobb, Yackel & Wood (1989) all gave a significant role for affect in their analysis of mathematical problem solving.

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI [www.helsinki.fi/yliopisto](http://www.helsinki.fi/yliopisto)



### Emotional states and problem solving

All problem solvers encounter positive and negative emotions that influence their solution process (e.g. Schoenfeld, 1985; McLeod, 1992; Goldin, 2000)

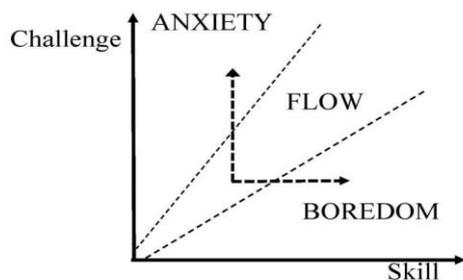
Emotions are an essential part of the problem solver's self-regulation (Goldin, 2000; Hannula, 2006; Carlson & Bloom, 2005; Malmivuori, 2006).

Problem solving takes place by social beings in the complexity of the learning environment where multiple goals need to be addressed (Hannula, 2006, Goldin et al. 2011).

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI [www.helsinki.fi/yliopisto](http://www.helsinki.fi/yliopisto)



### FLOW - individual engagement (Nakamura & Csikszentmihalyi, 2014; Liljedahl 2016)

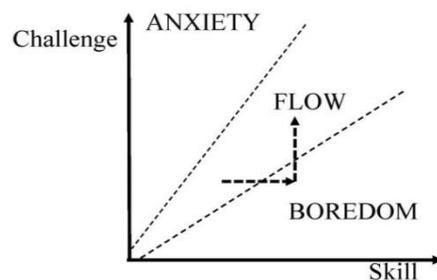


HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI  
Faculty of Educational Sciences / Markku S.  
Hannula

www.helsinki.fi/yliopisto 20.5.2019



### How to stay in FLOW (Liljedahl 2016)



HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI  
Faculty of Educational Sciences / Markku S.  
Hannula

www.helsinki.fi/yliopisto 20.5.2019 8



### Flow through problem solving

*Children frequently jumped up and down, hugged each other, and rushed off to tell the teacher when they solved a particularly challenging problem.*  
(Cobb et al., 1989, p. 61)

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI  
Faculty of Educational Sciences / Markku S.  
Hannula

www.helsinki.fi/yliopisto 20.5.2019 9



### Attitudes and beliefs: roots in social psychology

- Social psychology research on attitudes (Thurstone, 1931) was interested in the role that attitudes had on behaviour in the larger population.
- Important for developing the survey methodology

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI  
Faculty of Educational Sciences / Markku S.  
Hannula

www.helsinki.fi/yliopisto 20.5.2019 10



## Affective disposition and mathematical performance

- Student disposition towards mathematics is related with their actual performance in mathematics
  - Anxiety (Hembree, 1990)
  - Attitude (McLeod, 1992)
  - Self-efficacy beliefs (Bandura & Schunk, 1981, Lee, 2009)
  - Motivation ( Middleton and Spanias, 1999)
  - Intrinsic motivation is better than extrinsic motivation (Middleton & Spanias, 1999)
  - Mastery goal orientation is advantageous (Friedel, Cortina, Turner & Midgley 2007; Midgley, Kaplan, Middleton, Maehr, Urdan, Anderman, Anderman & Roeser 1998)
  - Mixed results for performance goal orientation (Freeman 2004; Midgley et al. 1998.)

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

www.helsinki.fi/yliopisto



## Moving on from McLeod

- Ambiguous terminology.
  - A virtual panel of researchers on mathematics related affect could not agree on any of the their definitions taken from literature (Furinghetti & Pehkonen, 2002)
- Social turn in mathematics education (Lerman 2000)
- Proliferation of terminology (Hannula, Pantziara, & Di Martino, 2018)
- For additional discussion, see Hannula, 2011 or Hannula 2012.

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

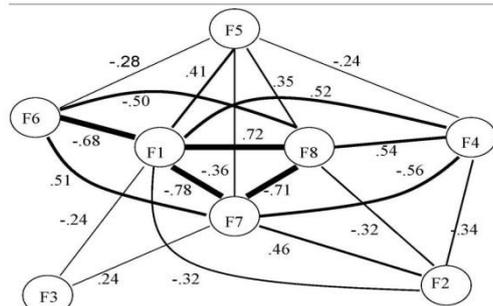
Faculty of Educational Sciences / Markku S. Hannula

www.helsinki.fi/yliopisto

20.5.2019 12



## The structure of teacher students' view of mathematics (Roesken, Hannula, & Pehkonen 2011)



HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

www.helsinki.fi/yliopisto



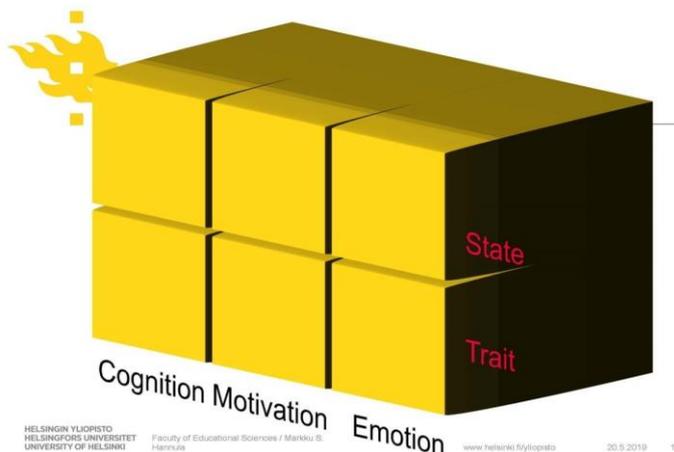
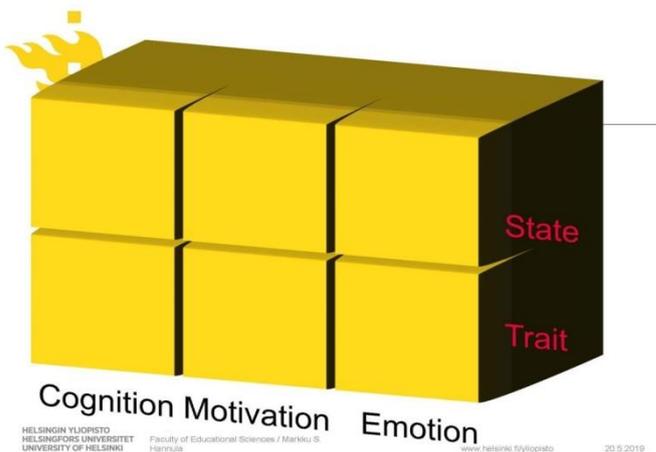
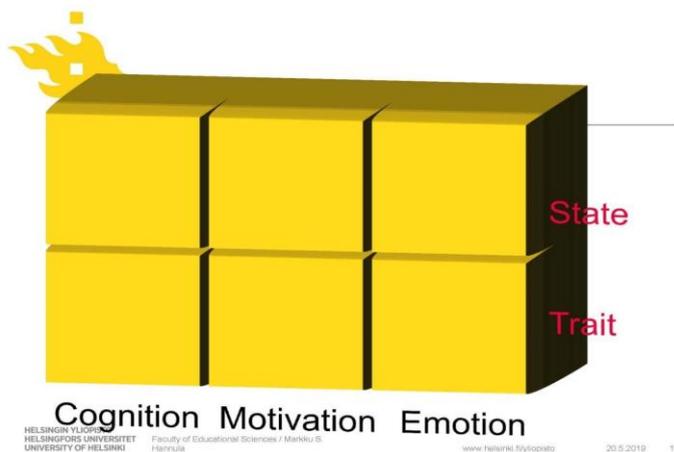
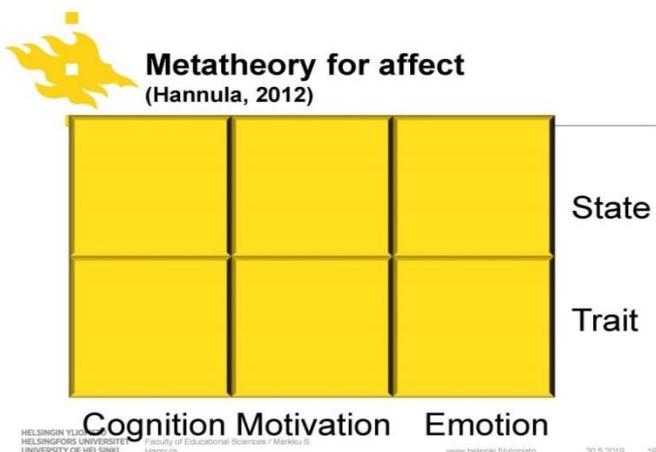
## A metatheory for affect

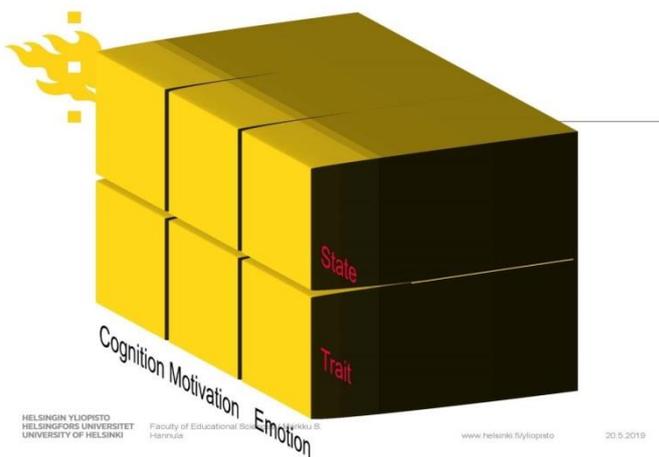


HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

www.helsinki.fi/yliopisto

Faculty of Educational Sciences / Markku S. Hannula  
20.5.2019



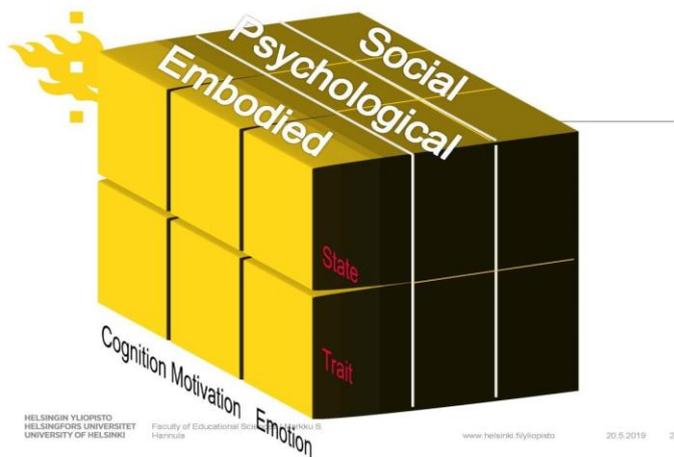


HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

Faculty of Educational Sciences  
Helsinki

www.helsinki.fi/yliopisto

20.5.2019

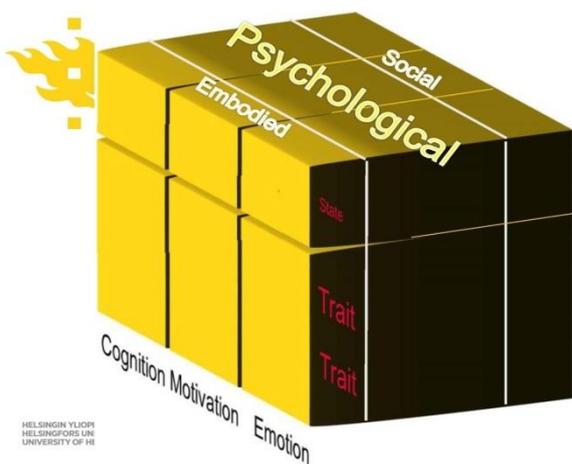


HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

Faculty of Educational Sciences  
Helsinki

www.helsinki.fi/yliopisto

20.5.2019 31



HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

20.5.2019

HELSINGIN YLIOPISTO  
HELSINGFORS UNIVERSITET  
UNIVERSITY OF HELSINKI

www.helsinki.fi/yliopisto



### Direction of causality?

Success → expectation of future success → disposition

OR

Disposition → determination → success



## Direction of causality

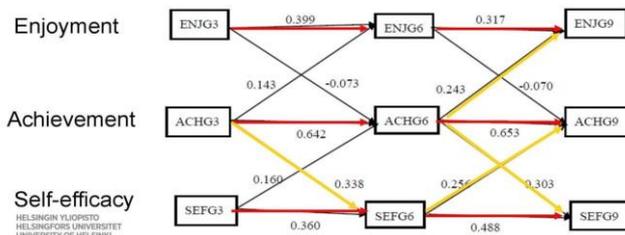
Meta-analyses of non-longitudinal surveys (Ma & Kishor, 1997a, b; Ma, 1999)  
 Longitudinal studies (Minato and Kamada, 1996, Ma and Xu, 2004)  
 PISA data, structural equation modelling (Williams & Williams, 2010)

Mixed results, perhaps influenced by age and culture  
 The relationship is most likely a reciprocal one, indicating that changes in either can lead to changes in the other.



## LONGITUDINAL DEVELOPMENT OF EMOTIONS, EFFICACY, AND ACHIEVEMENT from Grade 3 to Grade 9

A reciprocal relation  
 Self-efficacy becomes more important later



Enjoyment

Achievement

Self-efficacy

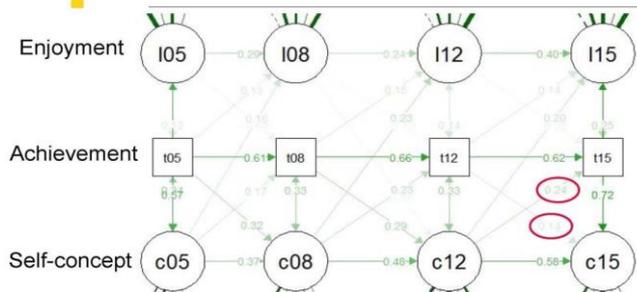


## Things change after grade 9

- The compulsory comprehensive education ends at grade 9 (16-year olds)
- Students choose between vocational and academic educational track
- In the academic track, students choose between advanced and basic syllabus in mathematics
- How does this affect the relation between affect and achievement?



## Affect ↔ Achievement (Salonen et al. In preparation)



Enjoyment

Achievement

Self-concept



## The role of affect after comprehensive education

- When mathematics becomes optional, achievement and affect are less likely to evolve
- Self-efficacy becomes an important predictor for changes in achievement



## Conclusions

- For elementary grades it is important to build understanding
- Towards the adolescence, building of self-efficacy becomes important
  - Especially at the time of choices



## Acknowledgements

|                         |                    |
|-------------------------|--------------------|
| Erkki Pehkonen          | MAVI people        |
| Anu Laine               | CERME affect group |
|                         | Etc etc....        |
| Emmanuel Adu-tutu Bofah |                    |
| Visajaani Salonen       |                    |



## References

- Buck, R. (1999). The Biological Affects: A Typology. *Psychological Review* 106 (2), 301-336.
- Damasio, A. R. (1994). *Descartes Error: Emotion, Reason and the Human Brain*, New York: G.P. Putnam's Sons
- Fennema, E. & Sherman, J.A. 1976. Fennema-Sherman mathematics attitudes scales. *JSAS Catalog of Selected Documents in Psychology*, 6, 31 (Ms. No. 1225).
- Goldin, G. A. (2000). Affective pathways and representation in mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning* 2 (3), 209-219.



- Hannula, M. S., Bofah, E. A., Tuohilampi, L., & Metsämuuronen, J. (2014). A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. In S. Oosterlaer, F. Lijedars, C. Nicol, & D. Allan (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 3) (pp. 249-256). Vancouver, Canada: PME.
- LeDoux, J. (1996). *The Emotional Brain*. Phoenix, Orion Books Ltd.
- Lehman, B., D'Mello, S. K., and Pearson, N. L. (2008). All Alone with your Emotions: An Analysis of Student Emotions during Effortful Problem Solving Activities. *Supplementary Proceedings of the Workshop on Emotional and Cognitive Issues in ITS (WECITS)*.
- Leiman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 19-44). Westport, CN: Ablex.
- Lijedars, P. (2005). Sustained engagement: preservice teachers' experience with a chain of discovery. In *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education 17. - 21.2. 2005 in Sant Feliu de Guixols, Spain*. Retrieved 3.11.2005 at <http://www.ed-crm.es/Papers%20del%20Congreso/2005/Lijedars/papers.htm>
- Ma, X. & Kishor, N. (1997). Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (1), 25-47.
- McLeod, D.B. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D.A.Grouws (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Learning and Teaching*, pp. 575-596. New York: MacMillan.
- Meyer, D. K. & Turner, J. C. (2002). Discovering emotion in classroom motivation research. *Educational Psychologist* 37 (2), 107 - 114.



- Roesken, B., Hannula, M.S. & Pehkonen, E. *ZDM Mathematics Education* (2011) 43: 497.  
<https://doi.org/10.1007/s11858-011-0315-8>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. San Diego: Academic Press.
- Yakel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (4), 458-477.

## 講師簡報分享

### 演講貴賓：Prof. MOK, Ida A.C

The 11th International Conference on Technology and Mathematics Education  
(ICTME 11) National Taichung University of Education, Taiwan. 05/24/2019

#### Developing students' positive attitude and mathematics competence in a digital environment: Lessons from university-school partnership

Ida Ah Chee Mok  
Associate Dean & Associate Professor  
Faculty of Education  
The University of Hong Kong  
Email: iacmok@hku.hk



#### Outlines

- What is positive attitude?
- Mindset theories
- Learning about the brain
- What is mathematics competency in a digital environment?
- Examples from university-school partnership projects
- Ways ahead

What is positive attitude?



"Everything depends on attitude. We are ambitious or lazy, enthusiastic or dull, loyal or undependable, according to our attitude. We get good grades or poor grades - according to our attitudes. Discouragement is an attitude. Lack of industry is an attitude. Failure to follow instructions is an attitude."

Sterling Welling Sill  
(1903-1994)

"Everything depends on attitude. We are **ambitious** or **lazy**, **enthusiastic** or **dull**, **loyal** or **undependable**, according to our attitude. We get **good grades** or **poor grades** - according to our attitudes. **Discouragement** is an attitude. **Lack of industry** is an attitude. **Failure to follow instructions** is an attitude."

### Positive

- **Ambitious ?** / with a vision
- Enthusiastic
- Loyal / commitment
- **Good grades?**
- Industrious
- **Follow instruction ?!**

### Negative

- Lazy
- Dull
- Undependable
- Poor grades
- Discouragement
- Lack of industry
- Failure to follow instructions

## Confucianism: Deep Learning

- 子曰：「學而不思則罔，思而不學則殆。」《論語·為政》
- According to Biggs (1991) and Lee (2006), Confucius saw learning as deep: 'Seeing knowledge without thinking is labour lost; thinking without seeking knowledge is perilous' [Analects II. 15].



Mok (in press). From the Confucian tradition to the digital era: The case of mathematics teaching in Hong Kong. *International Journal of Chinese Education*, 8(2).

## Confucianism: Making inquiry



Zhu Xi (1130-1200), the Southern Song (1127-1279)

- “讀書無疑者須教有疑，有疑者卻要無疑，到這裡方是長進。”(南宋朱熹)
- “For those who studies without queries, it is necessary to teach them to raise questions. When those who have doubts arrive at a stage of no doubts, this is an achievement.”

## Classrooms: Goals, structures, and student motivation (Ames, 1992)

- Mastery goal and Performance goal.
- A central element of classroom learning is the design of tasks and learning activities.
- What characteristics of tasks foster a motivation for students to put in effort and become actively engaged in learning?



## Mastery goal (Ames, 1992)

- A belief that effort and outcome covary, and it is this attributional belief pattern that maintains achievement-directed behaviour over time.
- One's sense of efficacy is based on the belief that effort will lead to success or a sense of mastery.
- With a mastery goal, people are oriented toward developing new skills, trying to understand their work, improving their level competence, or achieving a sense of mastery based on self-referenced standards.
- --- a "motivation to learn" (Brophy, 1983)

## Performance goal (Ames, 1992)

- A focus on one's ability and sense of self-worth, and ability is evidenced by doing better than others, by surpassing normative-based standards, or by achieving success with little effort.
- With a performance goal people are oriented toward public recognition that one has done better than others or performed in a superior manner, to achieve a desired goal, achieving normatively defined success.
- Self-worth is determined by a perception of his or her ability to perform.

What characteristics of tasks foster a motivation for students to put in effort and become actively engaged in learning? (Ames, 1992)

- Involve variety and diversity.
- Consistent with a mastery goal.
- Developing an understanding of the content, improving their skills, gaining new skills.
- Personal relevance and meaningfulness of the content.
- Challenge, interest and perceived controls.
- Social organization.

Students' beliefs that they can accomplish a task with reasonable effort and their willingness to apply the effort can be enhanced when the tasks are defined in terms of specific and short-term goals.

## The importance of Intrinsic Motivation

### Intrinsic Motivation

- a key factor in academic achievement
- drives the direction of self-determination;
- experience of the inherent satisfaction of the activity itself,
- motivated behaviors pertaining to choice, effort and persistence in academic tasks.

### Extrinsic Motivation

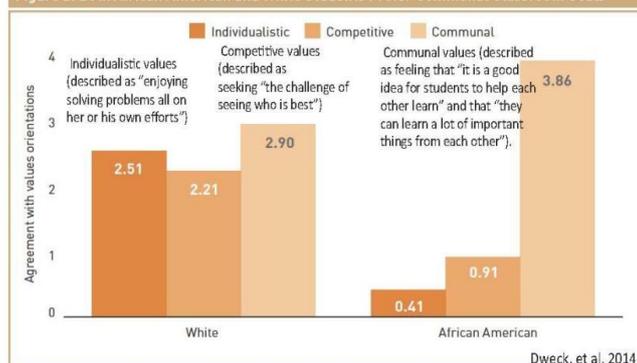
- doing the activity in order to attain some reward, such as grades or social recognition

Ng, B., 2018, The Neuroscience of Growth Mindset and Intrinsic Motivation. *Brain Sciences*. 2018 Feb; 8(2): 20.

## Communal Versus Competitive Classroom Goals

- Students are often more motivated and successful when classroom activities involve cooperative rather than competitive or individualistic goals.
- E.g., Students working together on a task may feel a greater sense of responsibility to try their best because they do not want to let down their group members.
- In contrast, students working in competitive environments may engage in more self-handicapping, withholding effort so that they can attribute failures to a lack of effort rather than to a lack of ability.
- Because one student's gain is another's loss in competitive environments, students may withhold effort to avoid being stigmatized as a "curve-raiser" or a "teacher's pet."

Figure 2: Both African American and White Students Prefer Communal Classroom Goals



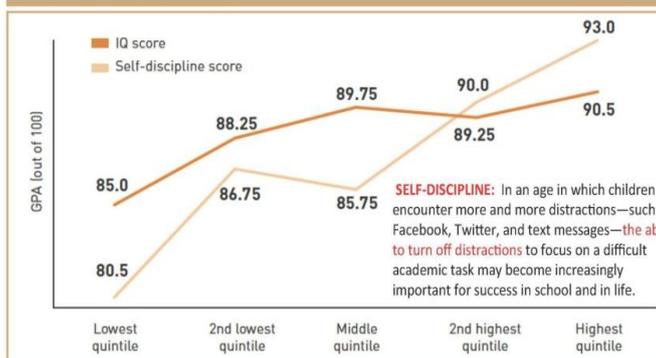
Source: Boykin, A. W., Albury, A., Tyler, K. M., Hurley, E. A., Bailey, C. T., & Miller, O. A. (2005). Culture-based perceptions of academic achievement among low-income elementary students. *Cultural Diversity and Ethnic Minority Psychology, 11*, 339-50.

## Culture, the matching of students' goals and the goals of classroom activities matters...

- "Minority students appeared to be aware of the mismatch between their own goals and the goals often valued in the classroom. This was explored by another study that asked African American students to rate high-achieving peers who endorsed different goals.
- The African American students liked the students who endorsed communal values best, but they believed that their teachers would like the students who more often endorsed individualistic or competitive goals.
- This discontinuity between the goals minority students personally endorse and the goals they see as valued in school could affect their sense of social belonging in the classroom, as well as their learning and achievement.
- Unsurprisingly, students are more engaged when the goals of classroom activities match their own values."

Dweck, et al. 2014. p.9

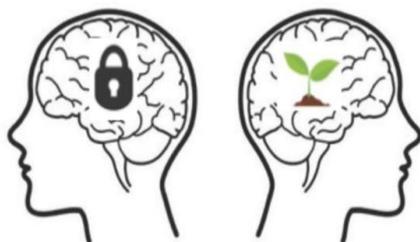
Figure 3: For 8th Grade Students, Self-Discipline Is a Better Predictor of Academic Performance Than IQ



Source: Duckworth, A. L., & Seligman, M. E. P. (2005). Self-discipline outdoes IQ in predicting academic performance of adolescents. *Psychological Science, 16*, 939-944.

Dweck, et al. 2014. p.12

## Mindset theories



Two mindsets that people can have about their talents and abilities (Carol S. Dweck)

- People with a **fixed mindset** believe that their talents and abilities are simply fixed.
- People with a **growth mindset** think of talents and abilities as things they can develop—as potentials that come to fruition through effort, practice, and instruction.
- Almost every truly great athlete-- has had a growth mindset. They **do not rest on their talent**; they constantly **stretched themselves, analyzed their performance, and addressed their weaknesses**.

## How Do The Mindsets Work? The Mindset Rules

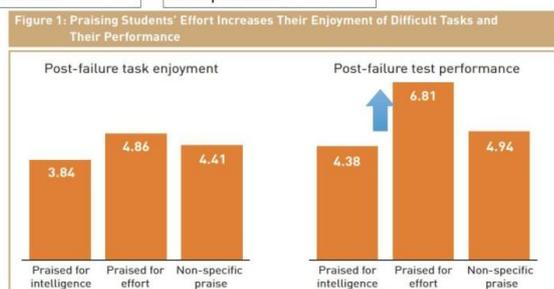
1. In a fixed mindset the cardinal rule is: Look talented at all costs. In a growth mindset, the cardinal rule is: Learn, learn, learn!
2. In a fixed mindset, the second rule is: Don't work too hard or practice too much. In a growth mindset, the rule is: Work with passion and dedication—effort is the key.
3. In a fixed mindset, the third rule is: When faced with setbacks, run away or conceal your deficiencies. In a growth mindset, the rule is: Embrace your mistakes and confront your deficiencies.

(Carol S. Dweck)

That's really high score. You must be smart at these problems.

That's really high score. You must have worked hard for these problems.

That's really high score.



Source: Mueller, C. M., & Dweck, C. S. (1998). Intelligence praise can undermine motivation and performance. *Journal of Personality and Social Psychology*, 75, 33-52.

Quoted in Dweck, C. S., Walton, G. M., & Cohen, G. L. (2014). Academic Tenacity: Mindsets and Skills that Promote Long-Term Learning. Bill & Melinda Gates Foundation. p.7.

Students receiving praise for their ability endorse a fixed mindset. They did not want to try hard problems.



- Focus on performance (proving one's ability)
- Performance approach goals and performance avoidance goals
- Intelligence is fixed.

Students receiving praise for effort endorse a growth mindset. They value learning more than looking smart.



- Focus on learning (improving one's ability)
- Mastery goals or learning goals
- Perceive obstacles as a necessary part the learning process
- Intelligence is malleable.



## Growth Mindset

- A belief that intelligence is malleable and improvable.
- Students with growth mindset:
  - embrace challenges and put in effort to learn;
  - perceive obstacles as a necessary part of the learning process;
  - tend to embrace lifelong learning and the joy of incremental personal growth;
  - mobilize their learning resources without being defeated by the threat of failure.

(Boaler, J. 2013; Dweck, C.S. 2006, 2009)

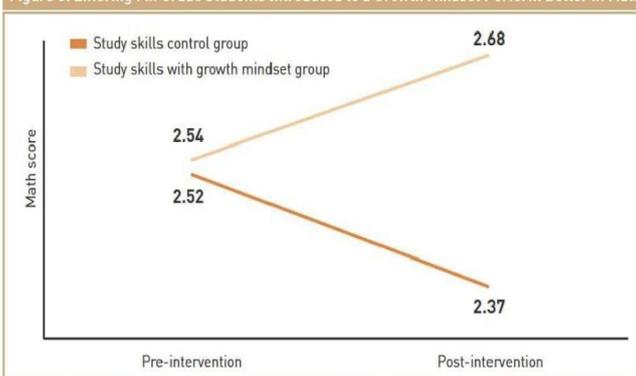
Figure 4: Selected Interventions with Academic Outcomes

| AUTHORS   | RESEARCH PARTICIPANTS  | EFFECTS (RELATIVE TO CONTROL GROUP)   |
|---|--|---|
| <b>Teaching students that intelligence can be developed (a growth mindset)</b>              |  |   |
| Blackwell, Trzesniewski, & Dweck (2007)   | Urban, low-income, African American and Latino 7th grade students          | Higher math grades  |
| Good, Aronson, & Inzlicht (2003)  | African American and Latino middle school students at a rural school       | Higher state test scores for all in reading and for girls in math                           |
| Aronson, Fried, & Good (2002)   | African American and white college students                                | Higher GPA, greater valuing and enjoyment of academics                                      |
| <b>Helping students to feel that they belong or are valued in school</b>                    |  |   |
| Walton & Cohen, (2007)  | African American college students  | Higher GPA  |
| Cohen et al. (2006; 2009)   | African American and white middle school students                          | Higher grades among African American students in the targeted class                         |
| <b>Helping students to see how the curriculum is relevant to their own lives</b>            |  |   |
| Hulleman & Harackiewicz (2009)  | White, African American, Latino, and Asian high school students            | Higher grades in the targeted class among students with low initial expectations of success |
| <b>Helping students to set goals, identify obstacles, and learn self-control strategies</b> |  |   |
| Oyserman, Bybee, & Terry (2006)   | African American and Latino middle school students                         | Higher grades; fewer absences; fewer disciplinary referrals                                 |
| Bigman & Webb (2007)  | Students in grades 5-9 who scored below 50th percentile on state math test | Higher state test scores in reading and math  |

Note: All interventions were randomized controlled trials.

## MINDSET INTERVENTION!

Figure 5: Entering 7th Grade Students Introduced to a Growth Mindset Perform Better in Math



Source: Eccles, J. S., Wigfield, A., & Schiefele, U. (1998). Motivation to succeed. In N. Eisenberg (Ed.), *Handbook of child psychology, Vol. 3: Social, emotional, and personality development* (5th ed.). New York: Wiley.

## Game-based learning and growth mindset

- One recent study on elementary students showed that leveraging an online educational game with in-game rewards can promote a growth mindset by providing incentive and encouraging tenacity in low performing students.

[O'Rourke, E.; Haimovitz, K.; Ballweber, C.; Dweck, C.; Popović, Z., 2014]

## Jo Boaler: Mathematical Mindsets

How teachers respond to her message that mistakes are an important part of learning?

"I'll say to teachers — MRI scans show that when you make a mistake, **synapse: fire in your brain.**

And math teachers will say to me, oh, but it's not just when you make a mistake. You have to have corrected the mistake for the synapses to fire.

"They're really sure about this.

"And I'll say no — that's actually not the case. The brain studies show there are two possible synapse firings. The first comes when you make a mistake. The second comes if you become aware you've made a mistake.

The New York Times, Jo Boaler: Mathematical Mindsets (By Gary Antonick April 18, 2016 12:00 pm)

## Neuroscience: Learning about the brain

"The teachers will then ask — How does the brain grow if you don't even know you've made a mistake?"

"The best evidence we have on this is that **your brain grows even if you're not aware you've made a mistake because it's the time when your brain is struggling and challenged.** That is the time when brains are sparking and firing.

(Jo Boaler, 2016)

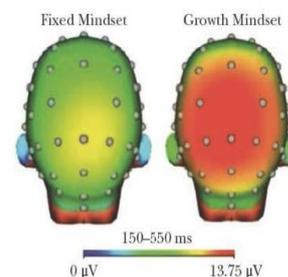


Figure: Brain activity in individuals with a fixed and a growth mindset. Source: Moser et al., 2011

“Good teachers have said this for a long time — mistakes help us. We can learn from mistakes.

- But this is a much more powerful message: that **we can learn only from making mistakes**. We need kids making mistakes. **If kids are not making mistakes** — if they're not struggling — **we're limiting their brain growth**.
- “But you can't just suddenly make the work more challenging for kids. You have to start by **changing the norms in the classroom, so that they know mistakes are good**. You have to start by **creating a growth mindset**.
- “And you can't just change the mistake messages. You **have to give them different math**. If you're giving kids math lessons which are a series of short, closed questions with right and wrong answers, they won't develop a growth mindset because they won't see growth in math. They won't see any room for growth and learning in those questions.

Ng, B., (2018) reviews the theoretical frameworks of growth mindset and intrinsic motivation, and how they are linked to neuroscientific evidence.

Table 1. Neuroscientific evidence of growth mindset and intrinsic motivation.

| Growth Mindset (Behavior)   | Intrinsic Motivation (Behavior)  |
|---|--|
| Enhanced P <sub>e</sub> amplitude (awareness and attention) [30,34] | Enhanced SPN (engagement and enjoyment) [39]                               |
| DLPFC (error-monitoring and behavioral adaptation) [32]             | Medial and lateral frontal cortex (cognitive control) [33]                 |
| Dorsal ACC (error-monitoring and behavioral adaptation) [32]        | ACC (error-monitoring and behavioral adaptation) [37]                      |
| -   | AIC (awareness, engagement) [38,42]  |
| Dorsal and ventral striatum (intrinsic value of an action) [32]     | Ventral striatum (intrinsic value of an action, reward processing) [40-42] |

Ng, B., 2018, The Neuroscience of Growth Mindset and Intrinsic Motivation. Brain Sciences. 2018 Feb; 8(2): 20. p.10

What is mathematics competence in a digital environment?



## Hong Kong Curriculum

- For the role of mathematics, it includes the four aspects:
  - (a) a powerful means of communication;
  - (b) a tool for studying other disciplines;
  - (c) an intellectual endeavor and a mode of thinking; and
  - (d) a discipline, through which students can develop their ability to appreciate the beauty of nature, think logically and make sound judgments.
- For attitude, students should be enabled:
  - to build up confidence and
  - positive attitudes towards mathematics learning,
  - to value mathematics and
  - to appreciate the beauty of mathematics.

Available 15/5/2017, <http://www.edb.gov.hk/en/curriculum-development/klia/ma/index.html>

For the direction of information technology...

- It states: “The appropriate use of information technology (IT) in mathematics learning should be emphasized. ... Students need to master IT to adapt to the dynamically changing environment.

### The IT Landscape in Hong Kong: We have started for some time...

- Information Technology in Education (ITEd)
  - ✓ First strategy, November 1998
  - ✓ Second strategy, July 2004
  - ✓ Third strategy, December 2008
  - ✓ Fourth strategy, February 2015
  - ✓ <http://www.edb.gov.hk/tc/edu-system/primary-secondary/applicable-to-primary-secondary/it-in-edu/WiFi900/pdp.html>



34

Examples from university-school  
partnership projects



To make a **rich mathematics activity**, the tasks should be accessible to everyone at the start, so that students with different mathematics capacity have a chance to kick off with the others. At the same time, the design of the tasks need to make room for further challenges and extendible; allowing the students to engage themselves in all kinds of mathematical process, such as, hypothesis making and testing, proving or explaining, reflecting and interpreting; promoting discussion and communication; hence providing an enjoyable platform for sharing and collaboration.

Mok, I.A.C. & Fan L. (2018).

#### Example 1

#### The Rich Task Project

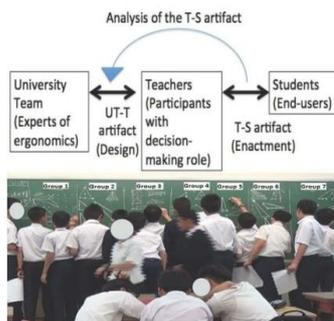
(Funded by Quality Education Fund)

The definition for human factors/ergonomics (HFE) adapted by International Ergonomics Association

- “Ergonomics (for human factors) is the scientific discipline concerned with the understanding of the interactions among humans and other elements of a system, and the profession that applies theoretical principles, data and methods to design in order to optimize well-being and overall performance.” (J. Dul, R. Bruder, P. Buckle, P. Carayon, P. Falzon, W. S. Marras, J.R. Wilson, & B. van der Doelen, 2012)

Mok, I.A.C. & Fan L. (2018). Curriculum Ergonomics: A rich task experience from an Asian perspective. International Journal of Ergonomics (IJEG), Volume-8 Issue-1. December, 2018.

UT-T-S interactions in two artifacts



Mok, I.A.C. & Fan L. (2018). Curriculum Ergonomics: A rich task experience from an Asian perspective. International Journal of Ergonomics (IJEG), Volume-8 Issue-1. December, 2018.

“Curriculum analysis of the implementation of the Rich Task Project is articulated in terms of the notions of human factors/ergonomics (HFE), participatory ergonomics (PE), and is about the interaction in two layers of artifacts between the mix of participants (the university research team, teachers and students) and the elements in the system. At the same time, the participant teachers were the main decision makers for the adaptation of the tasks and the enactment in the lessons, aiming to bring about better learning for the students in their classes.”

Matching Trigonometric Ratios

This block contains a diagram of 'UT-T-S interactions in two artifacts' for the 'Research Element: Analysis of the T-S artifact'. It shows the University Team (Experts of ergonomics) interacting with Teachers (Participants with decision-making role), who in turn interact with Students (End-users). Below this are two boxes: 'UT-T artifact (Design)' with points like 'Cognitive demand of the task', 'Design of the materials', and 'Activity-sequence in the lesson'; and 'T-S artifact (Enactment)' with points like 'Students' work and ideas', 'Students' perspectives', and 'Teachers' interpretations'. To the right is a grid of 12 trigonometric ratio cards, each with a right-angled triangle and its corresponding ratios (e.g.,  $\tan \theta = \frac{28}{45}$ ,  $\cos \theta = \frac{45}{53}$ ). At the bottom is a photograph of a teacher pointing at a chalkboard during a lesson.

DESMOS PLATFORM

The screenshot shows the Desmos platform interface for 'Trigonometric ratio Level 1' and 'Level 2'. Level 1 is titled 'Trigonometric ratio card sorting (Your answer will be automatically saved, leave the page after finishing)'. It displays a grid of 12 cards with different trigonometric ratios and right-angled triangles. Level 2 is titled 'Trigonometric ratio card sorting (Your answer will be automatically saved, leave the page after finishing)'. It shows a similar grid but with some cards already sorted into groups. The interface includes navigation buttons like 'Previous' and 'Next', and a 'Show Answer Key' button.

**The Class**

- Average
- S.2 Students
- 36 students in class

**Teacher comments**

- Joyful
- Collaborative
- Intrinsic motivation

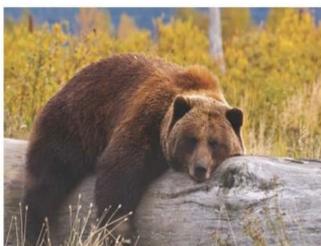
**Student Feedback**

- Skills for simplifying tan, cos and sin; learn how to determine which ratio from the triangles.
- An answer can have many possible matches.
- Collaborative spirit.
- Can guess the answers, more interesting.

### Example 2

- An Education Department Commissioned project
- Aim: Enhancing small-class learning environment via fostering learning communities
  - 11 schools supported by 3 university researchers
  - Workshops at the university
  - On-site school support for collaborative lesson planning
  - School-based research lessons
  - Learning circle: public lesson sharing with project schools
  - Dissemination of good practice

### A primary three lesson (25 students, 15 boys, 10 girls; Age 9-10)



- Student background:
  - A. A student has a middle and lower intelligence and language barrier.
  - B. Four students scored less.
  - C. Three students have special learning difficulties.
  - D. A student has below average IQ, lack of attention and language barriers.
  - \*E. One is a cross-border student
- About one-half of the students often do not submit their homework.
- Family background: Most of the parents do not follow up the children's homework or school work.

Which picture is a metaphor for your classroom?  
How to make it happen?



## Preparation Meeting, Initial ideas

- After the end of each topic in the past, students quickly forget what they have learned. **How can we effectively consolidate the learning outcomes of students?**
- When preparing for the class, University Researcher suggested that we should pay more attention to the children's games, such as, **video games**. Really! Today's video games are so attractive because they can "upgrade", so that you have a great incentive to continue playing.
- **How to consolidate the learning outcomes of students?**
- Personally think that **designing interesting classroom activities** and paying attention to students' learning diversity/differences may effectively consolidate students' learning outcomes.
- I tried to design **a series of Level ONE to Level THREE games** to help students consolidate their learning outcomes from the games in a step-by-step manner.

## Learning objectives for the lesson

1. **Knowledge:** Consolidate "12-hour time-reporting system" and "24-hour reporting; the understanding of the time system.
  2. **Skills:** Know how to self-assess learning outcomes.
  3. **Attitude:** Develop the spirit of self-directed learning.
- Development: Emphasize students' understanding of the "12-hour timekeeping system" and "24-hour timekeeping system" by working papers from three different levels.

一寸光陰一寸金，寸金難買寸光陰。



24 小時報時制 (3B 班 第四教節)

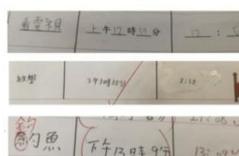
Motivation:

- **Value education:** One inch of time, one inch of gold, it is difficult to buy time with gold.
- Review the "12 hours" and "24 hours" systems, and let the students observe the chart and find out the difference between the two.
- Focus on reviewing and giving feedback to students in the preview worksheets.



預習工作紙-自我評估

- ◎我能夠自行完成。(22 位)
- ◎我需要家長/老師/同學協助才能完成。(3 位)
- ◎我能夠準時交功課。(21 位)
- ◎我需要1至2天後才能交功課。(4 位)



Preview Worksheet - Self Assessment

- I can do it myself. (22)
- I need parent/teacher/classmate assistance to complete. (3)
- I can hand in homework on time. (2)
- I need 1 to 2 days to hand in my homework. (4)

Activity 1: Fill in the number game (LEVEL ONE)

- Grouping (group of four, homogeneous grouping)
- Convert the "12-hour time reporting" to the "24-hour time-reporting".
  - 7:10 a.m. → 07:10
  - 10:1 pm → 22:01
  - 12 midnight → 24:00 (on the day) or 00:00 (on a new day)
- \* Remind students "3-NOTs"
- Do not mess, do not compare, do not give up easily

三不  
不胡亂做  
不作比較  
不易放棄

Student work in Activity 1 (differentiated worksheets)



Activity 2: Matching Game (LEVEL TWO)

Match the "12-hour" time and the "24-hour" time to the same time.

Key points:

- 12 noon → 12:00
- 12 o'clock midnight → 00:00 (calculated on a new day)

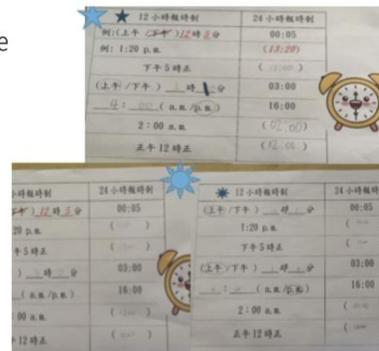


Activity 3: Swap game (LEVEL THREE)

The "12-hour" time and the "24-hour" time are cross-exchanged to the same time.

Key points:

- 12 noon → 12:00
- 16:00 → 4:00 p.m.



### Activity 4: Challenge individual activities

- Use Kahoot! to test each student's learning.
- Focus on learning outcomes

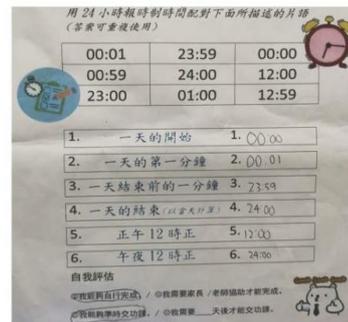


### To sum up:

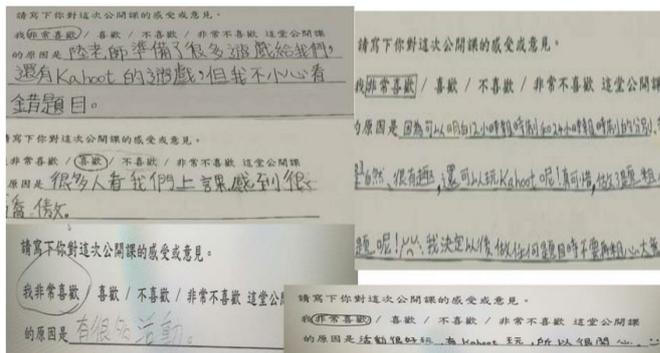
- Using the method of listing, the students told the difference between the "12 hours" and "24 hours" reporting system.
- Share what they learn in the group today.

### Homework:

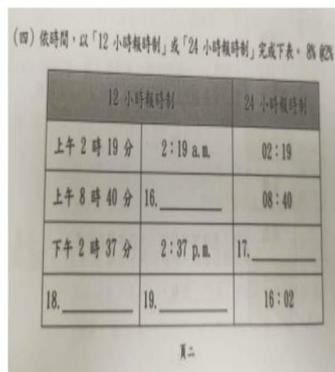
Extended worksheet



### Student sharing of their feelings after one week



### Student test after one month



|    | 16 | 17 | 18 | 19 |
|----|----|----|----|----|
| 長繩 | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 快跑 | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 吃餅 | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 擊掌 | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 擊拳 | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 拍球 | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 抽籤 | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 茶  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 林  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 影  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 拍  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 氣  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 香  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 色  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 字  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 自  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 畫  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 各  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 各  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |
| 各  | ✓  | ✓  | ✓  | ✓  |

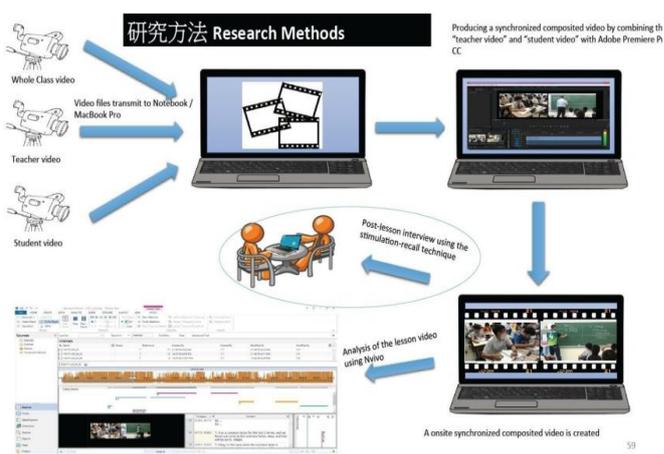
## Teacher reflections

- Infiltrating into classroom teaching by means of games not only can consolidate students' understanding of the 12-hour and 24-hour reporting system, but also enhance the positive and willing spirit of students, and enhance students' interest in independent learning.
- Suggestions:
  1. Grouping can be changed to a group of two, giving students more opportunities to participate, and teachers can better understand the students.
  2. There are too many problems with Level ONE, which can be cut by half, so that the teacher can take more time to discuss the last part of the student's Kahoot problem. Kahoot's questions are quite thoughtful. Teachers must set aside more time to explain to students and remind students to be careful.

Mok (in press). From the Confucian tradition to the digital era: The case of mathematics teaching in Hong Kong. *International Journal of Chinese Education*, 8(2).

## Example 3: A special lesson in a secondary school

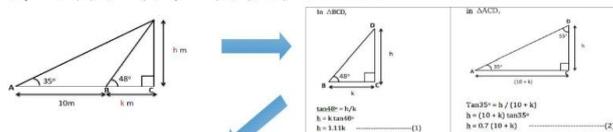
- The data is from another project: "Fundamental challenges in using digital technologies in secondary mathematics classrooms: a comparison between different paradigms, over time, and between places"
- Funded by Research Grant Council Hong Kong



## The Lesson

- 8<sup>th</sup> Grade lesson
  - 1 hour and 30 minutes.
  - The class size was 33 students.
  - Topic: trigonometry.
  - The lesson consisted of two parts:
    - (1) a trigonometry routine problem
    - (2) an activity for estimating the height of a bell from the school playground.
- 八年級課
  - 1小時30分鐘。
  - 班級人數為33人。
  - 主題：三角學。
  - 課由兩部分組成：
    - (1) 三角常規問題
    - (2) 從學校操場估算鐘的高度的活動。

### 第1部分 (約20分鐘) Part 1



Teacher then asked students to solve equation (1) and (2),

$$\begin{aligned} h &= 1.11k & \text{-----(1)} \\ h &= 0.7(10 + k) & \text{-----(2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= 1.11k & \text{-----(1)} \\ h &= 7 + 0.7k & \text{-----(2)} \\ \text{Sub (1) into (2),} \\ 1.11k &= 7 + 0.7k \\ (1.11 - 0.7)k &= 7 \\ k &= 7 / 0.41 \\ k &= 17.07 \\ h &= 1.11k \\ h &= 18.9 \text{ (3 s.f.)} \end{aligned}$$

### 第2部分 Part 2



(Page 1) Estimate the height of the bell

(Page 2) Actual Measurements

Use this page to record all the measurements.

(Page 3) Evaluations.

How precise is your answer? Are there some ways to improve your answer? What are the roles for each group members?



### 兩個學生的課後訪談

The post-lesson interviews of two students

- S1 saw his performance non-steady in mathematics; his score might range from 50% to over 70% depending on how he liked the topics and how hard he did the exercises. He had a very positive towards mathematics and mathematics lessons. He liked mathematics because he found it challenging and interesting, liking solving mystery, not learning by rote.
- S1看到他的表現在數學上不穩定; 他的得分可能在50%到70%以上, 具體取決於他喜歡的主題, 以及他做了多少練習。
- 他對數學和數學課非常積極。
- 他喜歡數學, 因為他發現它具有挑戰性和趣味性, 喜歡解決謎團, 而不是用死記硬背。

- S2 saw his performance as weak;
- his score in the last test was a pass.
- He did not like mathematics because he was not successful in the subject.
- His feeling towards mathematics lessons was only average for he did not quite like mathematics.
- **Nonetheless, both S1 and S2 liked the special lesson because it was more lively, comparing with other mathematics lessons which could be sometimes boring when they had to sit there all the time and students were not keen to answer questions.**

- S2看到他的表現很弱;他在最後一次測試中的得分是合格。
- 他不喜歡數學,因為他在數學上不成功。
- 他對數學課的感覺只有平均水平,因為他不太喜歡數學。
- 儘管如此,S1和S2喜歡這個特別的課,因為它比較活潑,與其他數學課相比,有時無聊,當他們不得不坐在那裡,學生們不熱衷於回答問題。

65

## 學生認為什麼重要?

### What did they see as important?

- The teacher demonstration example (learning a new method and linked to the activity).
- The discussion before going for the playground.
- The actual measurement, the difficulty and disagreement they had.
- Completing the calculation in the classroom.
- 老師演示示例(學習一種新方法並與活動相關聯)。
- 去學校操場之前的討論。
- 他們的實際測量,困難和討論的不一致。
- 在課堂上完成計算。

66

## The demo example

- S1 said that the problem was different from those in other lessons, for it had two triangles and one of them was not a right-angled. Also, he said that the problem was difficult and the teacher asked a questions that nobody seemed to know the answer, that seldom happened. As a result, the class was silence and he thought this was important. Referring to a slightly later moment but still within the episode of explaining the example, he said that he was thinking and about to answer the teacher's question but he was surprised that he knew his answer for he had not know earlier.

S1说,问题与其他课程不同,因为它有两个三角形,其中一个不是直角的。此外,他说问题很困难,老师问了一个问题,没有人似乎知道答案,很少发生。结果,班上沉默,他认为这很重要。提到稍稍后的一段时间,但仍然在解释这个例子的情节之中,他说他在想,要回答老师的问题,但他很惊讶,他知道他原先不知道的答案。

67

## The demo example

- S2 said that the teacher taught a method so that they did not need to go under the bell to measure the height, and he thought the teaching of how to set up the equations were important.
- S2說,老師教了一種方法,使他們不需要在鐘下去測量身高,他認為教學如何設定方程是很重要的。

68

### 去學校操場之前的討論

#### The discussion before going for the playground

- they discussed in group to plan how to carry out the activity,
  - came to a realization of the link between the example and the activity,
  - deciding what tools to use.
- 他們在組中討論瞭如何開展活動，
  - 實現了示例和活動之間的聯繫，
  - 決定使用什麼工具。

69

### 在學校操場的實際工作

#### The actual fieldwork in the school playground

- S1, The difficulty for finding two points in a straight line so that they could make measurement.
  - S1, The group had different opinions and discussed over the chalk drawing on the ground.
  - S1, They had forgotten to bring the notes in the first part of the lesson, hence, they had difficulty with the calculation with their own methods without a reference to the demo.
- S1, 在直線上找到兩個點的難度，以便他們可以進行測量。
  - S1, 小組有不同的意見，並在實地討論了粉筆劃。
  - S1, 他們忘了帶課的第一部分筆記，所以他們用自己的方法進行計算是困難的，沒有參考筆記。

70

### 在學校操場的實際工作

#### the actual fieldwork in the school playground

- S2 paid attention to the different procedures in making the measurement.
  - He mentioned when they marked two points on the ground.
  - when they measured the angle, when they measured the height of their eye-level.
- S2注意測量的不同程序。
  - 他提到當他們在地面上標出兩點時。
  - 當他們測量角度時，他們測量了他們的眼睛水平的高度。

71

### 回到教室Back to the classroom

- they finished the measurement and returned to the classroom to complete the calculation.
  - S1 pointed out that their answer was not very good for the measured value and the teacher gave them another number so that they could get a better answer,
  - They were very happy while getting the answer, so he raised his hands to ask the teacher to check whether they were correct.
- 他們完成了測量，並返回到教室完成計算
  - S1指出，他們的答案對於測量值不是很好，老師給了他們另一個數字，以便他們得到一個更好的答案，
  - 他們在得到答案時非常開心，所以他舉起手來問老師是否正確。

72

## 他們怎麼喜歡IT技術？

### How do they like technology?

- S1 saw that technology was something good to use in lessons because it was something new.
- However, he did not want technology to be used in every lesson. He thought that it was better to let the teacher teach for face-to-face opportunities. Hence, technology was not a bad thing, but it was not always good.
- He thought that it was not good to use mobile tablets or phones for every lesson. Using them every lesson would not be so much fun for he thought that students needed interaction and talking to each other.
- They were also asked to compare the traditional lessons, the lessons using geogebra and this special lesson (mobile phone).
- S1看到技術在課堂上很有用，因為這是新的東西。
- 不過，他並不希望每一課都使用技術。他認為最好讓老師教授面對面的機會。因此，技術不是一件壞事，但並不總是好的。
- 他認為在每個課中使用移動平板電腦或手機都不好。每一課都使用它們不會那麼有趣，因為他認為學生需要互動和交談。

73

## 他們怎麼喜歡IT技術？

### How do they like technology?

- S2 saw technology (Geogebra, apps) as good, not boring.
- Different from drawing on blackboard, he thought that technology was more convenient, made the subject easier to understand for it showing more information, and he needed to understand before he could use it.
- He described himself that he would be day-dreaming while sitting still, thus moving about helped him become attentive.
- He thought that the school should use more technology.
- S2看到技術 (Geogebra, apps) 一樣好，而不是沉悶。
- 與黑板上的繪畫不同，他認為技術更加方便，使得主題更容易理解，顯示更多的信息，他需要了解才能使用它。
- 他描述自己，他會在靜坐的時候做夢，動一下幫助他變得注意。
- 他認為學校應該使用更多的IT技術。

74

## 老師說什麼？

### What did the teacher say?

- He believed that mathematics was beyond numbers and authentic in the real world.
- The application of mathematics in the activity in the lesson created an experience of making authentic measurement, such as, the elevation angles, walking on the ground to find the distances and appropriate position to make the measurements,
- and these experiences enrich their mathematics sense,
- an authentic mathematics sense that go beyond numbers.
- 他認為數學在現實世界中超越數字和真實。
- 在課程活動中應用數學創造了一個真正測量的經驗，例如仰角，在地面上行走以找到距離和適當的位置進行測量，
- 這些經驗豐富了他們的數學感，
- 真正的數學感超越了數字。

75

## 老師怎麼看這個課？

### How the teacher saw the lesson

- In the playground, "many interesting instances" (helped how to measure the angle of elevation, helped two weak students who needed more support, The students were very engaged in the task, willing to try and ask questions.)
- Back in the classroom, he helped the students check whether the measured value not appropriate. He got the idea for using Geogebra for the next lesson.
- 在操場上，"許多有趣的實例" (幫助如何量仰角，幫助了兩個需要更多支持的弱學生，學生們非常投入任務，願意嘗試提問。)
- 回到教室，他幫助學生檢查測量值是否合適。他有了使用Geogebra進行下一課的想法。

76

## Ways ahead

In the 21<sup>st</sup> century it is important for a technology-supportive learning environment designed for nurturing the young generation to be:

- With a positive attitude and a growth mindset,
- Learning with intrinsic motivation,
- Having a collaborative spirit and self-discipline,
- Wise and selective use of technology.



Ida Ah Chee Mok  
Associate Dean & Associate Professor  
Faculty of Education  
The University of Hong Kong  
Email: [iacmok@hku.hk](mailto:iacmok@hku.hk)

# 講師簡報分享

## 演講貴賓：Prof.Masami Isoda

筑波大学 University of Tsukuba

### How can we develop students' mathematical attitude and thinking across the curriculum?

Mathematical positive disposition and mathematics literacy.

我們如何在整個課程中培養學生的數學態度和數學思維？

磯田正美 Isoda, Masami. Prof./PhD  
筑波大学教育開発国際協力研究中心長 Director of CRICED, University of Tsukuba, Japan

筑波大学 University of Tsukuba

### Contents:

- 0) What is Teaching Materials for Curriculum?
- 1) What is ongoing in Industrial Revolution IV?  
In the case of Japan
- 2) What is necessary as for Curriculum Frame Work?  
In the case of SEA-BES CCRLS (ASEAN Standards for Math and Science) and Japan
- 3) Some Exemplar for considering the objective

筑波大学 University of Tsukuba

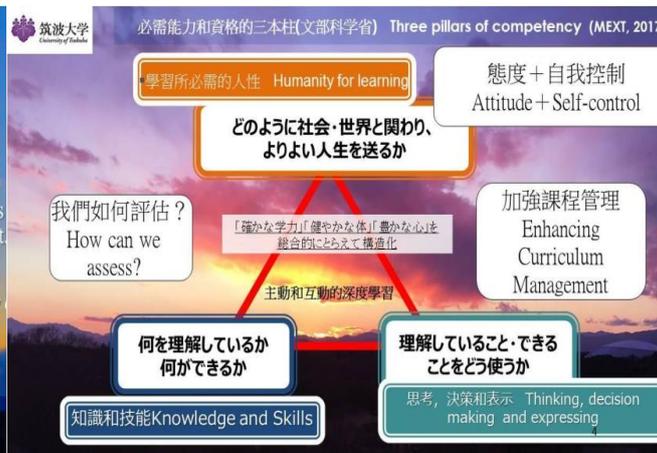
### 什麼是教材? What is the teaching materials?

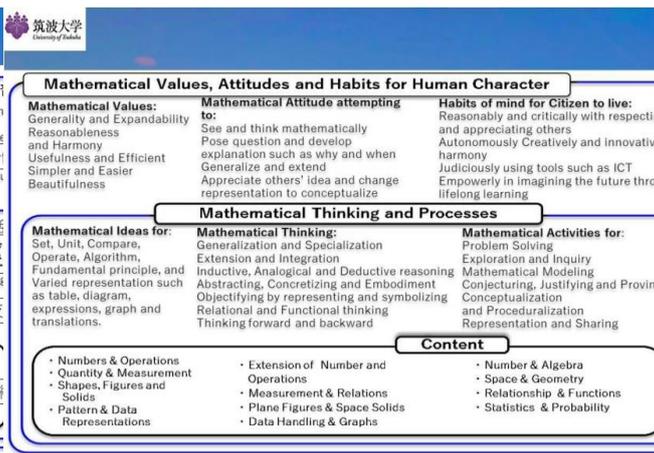
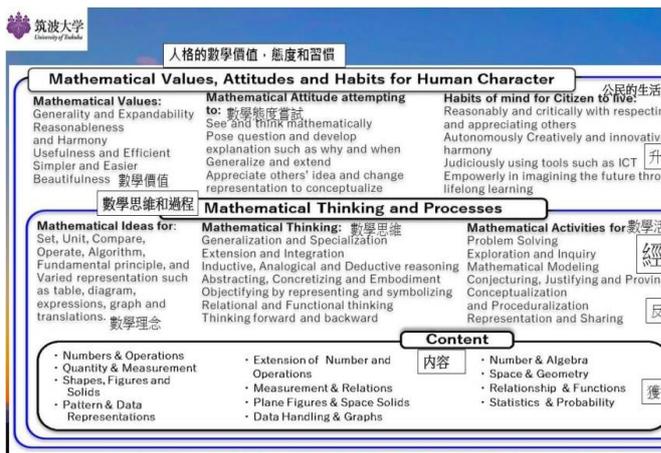
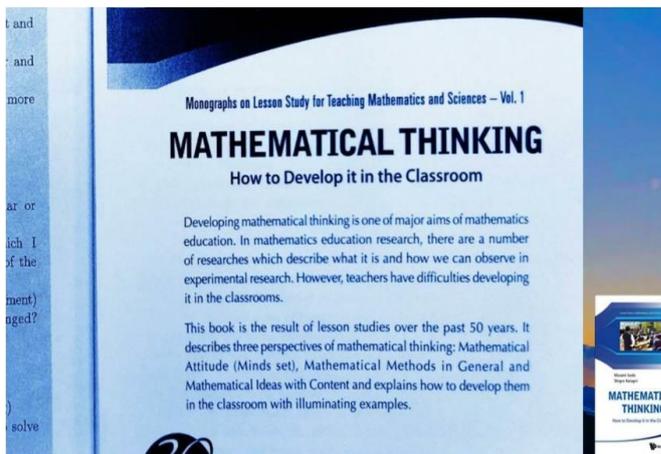
(Origin: German Didactics by Wagenschein introduced by Otake 1996)

教材 Teaching Material = 內容 Content + 目的 Objective in the curriculum framework and sequence (Isoda, 2014)

Exemplar: Preferring most basic and essential example from various existed aims and materials, and explore and learn it deeply, instead of learning various content

French Didactics in Math Education (Chevallard, 2015): Anthropological Theory of Didactics, Questioning the World, Study and Research Paths





**Image of Learning Process of Mathematics**

Finding Mathematical Problem, Process of solution

Mathematical Activity and Mathematization (MEXT, 2017)

Utilization-Meaning: Grasping event of daily life or social mathematically, finding mathematical problem, and resolving problem proactively and collaboratively.

Integration-Development / Systemization: Thinking mathematical event integrally and developmentally, and it can resolve problem.

**数学化 Mathematization**  
(MoE, 1943; Freudenthal 1973; Isoda 2014)

教學順序看起來是連續的 Teaching sequence looks continuous

但是，這是重組的過程 However, it is the process of reorganization

Inconsistency and contradiction, necessity of reorganization 不一致和矛盾，重組的必要性

I. Object of Mathematization 数学化的对象

II. Process of Mathematization 数学化的過程

III. Result of Mathematization 数学化的結果

**Do you know how to read textbooks?**

→ Pure Math textbook do not teach how to think!

↓↓↓ Think backward! ↓↓↓

Re-organizing its from various perspectives such as from the end to beginning.

△ABCにおいて、3辺の長さが  $a=7, b=8, c=9$  であると

面積  $S$  を求めよ。

余弦定理から

$$\cos A = \frac{8^2 + 9^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{96}{2 \cdot 8 \cdot 9} = \frac{2}{3}$$

$\sin A > 0$  であるから

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 12\sqrt{5}$$

小林豊也 磯田正美 2008

Synthesis 総合  
既知（仮定と所与）から結論を導く

Analysis 解析  
結論が得られたと仮定して既知を導く

Analysis  
For G. Construction  
For Algebra  
For Calculus

**(1) ヘロンの公式は使わずご解答下さい。記載**

問題.  $a=7, b=8, c=9$  である△ABCの面積  $S$  を求めなさい。

Experienced teachers cannot read textbook backward 経験豊富な教師無法向後閱讀課本

Experience does not improve teaching 經驗不會改善教學 固定的考試任務

Excellent school teachers cannot teach backward. 優秀的學校教師不能從落後教學

They just try to prepare the fixed exam-tasks. 他們只是嘗試準備固定的考試任務

図1. 教師の年齢・解答のわかりやすさ

図3. 生徒の学力・解答のわかりやすさ

筑波大学  
University of Tsukuba

Schooten (1649) Isoda edited  
http://math.its.u-tokyo.ac.jp/museum/book\_size/Schooten/OnWeb/Schooten/Isoda.html

FRANCISCI  
A  
SCHOOTEN  
LEIDENSIS  
DE ORGANICARUM  
CONICARUM SECTIONUM  
IN PLANO DESCRIPTIONE.

CAPVT I.  
De rectis lineis, quae in plano ex motu im-  
plicato describuntur.

In plano quocumque concipiatur rec-  
ta AB, mobilis circa punctum  
fixum A, atque alia regula CBD  
hinc quidem antea in puncto B,  
quae circa illud in eodem plano con-  
verti possit: Statuatur autem inter-  
ualla AB, CB & BD inter se aequalia.  
Dico si feratur punctum D in recta lineae tran-  
sire per A (ut A D), punctum alcerum C motu isto in  
eodem

DE ORGANIC. SECT.  
eodem plano describere lineam rectam, & petat AD  
perpendiculariter.

Intelligatur enim a puncto  
C ad punctum  
A recta linea  
eius ducta AC.  
Quia igitur  
trianguli ABD  
latera AB, BD  
aequalia sunt,  
erunt etiam  
anguli BAD,  
BDA inter se aequales. Eodem modo, quoniam in  
triangulo ABC latera AB, BC aequalia sunt,  
erunt quoque anguli ACB, BAC inter se aequales.  
Aequali igitur est angulus CAD duobus angulis  
BCA, ADB. Sumatur autem tres anguli CAD, BCA  
& ADB duobus rectis aequales. Rectus itaque erit

IN PLANO DESCRIPTIONE.

Statuatur enim  
regula AB, quae mo-  
bilis sit circa  
punctum A, non  
amplius  
fili puncto B  
statuatur ha-  
bere regulam  
CBD, sed  
triangulum C  
B D i'terius

What if not



筑波大学  
University of Tsukuba

Knowing Mathematics differently with appropriate Eyes  
Different Intuitions within Conceptual Embodiment, Symbolic Calculation & Manipulation

$(X, Y)$   
 $X^2 + Y^2 = 1^2$   
 $X = 4x, Y = -2y$   
 $\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{y}{-2}\right)^2 = 1^2$

We are teaching mathematical thinking!  
What value it has.  
Why we have to teach it in this order.

筑波大学  
University of Tsukuba

11. 機械ノ運動  
スベテ機械ガ運動シテキルノ見ルト原  
動力ヲ受テテ動カス部分ト用ノ運動ヲスル  
部分トノ間ニアル依テガアテテ期ノ運動ヲ  
次々ニ傳ヘテ起ノ運動ヲ起テセルヤクニナ  
ラフテキル。

10. 右ノ四角形 AC ノ一  
端 A ト命シテ B トヘ直列ニ交  
ハル線ヲ運動トシテ動カス。  
C ハドシテ線ヲ動カス。

11. 直線ガ水ノ不等式ニ

Figure 14c

Figure 14d

Now,  
what do you imagine?

筑波大学  
University of Tsukuba

Example 2:  
8 or 9, which is closer to  $\sqrt{72.3}$

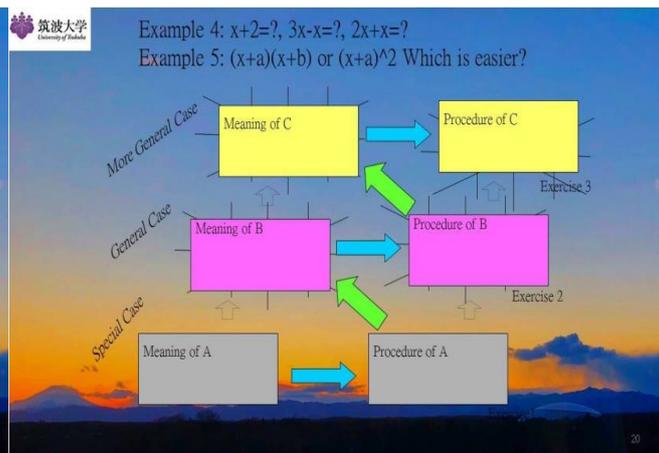
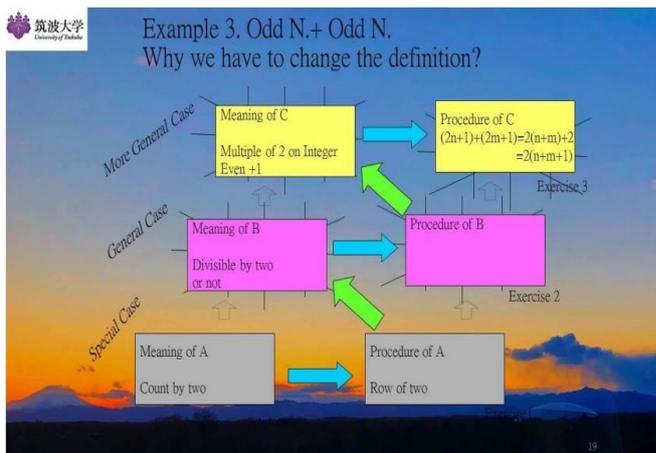
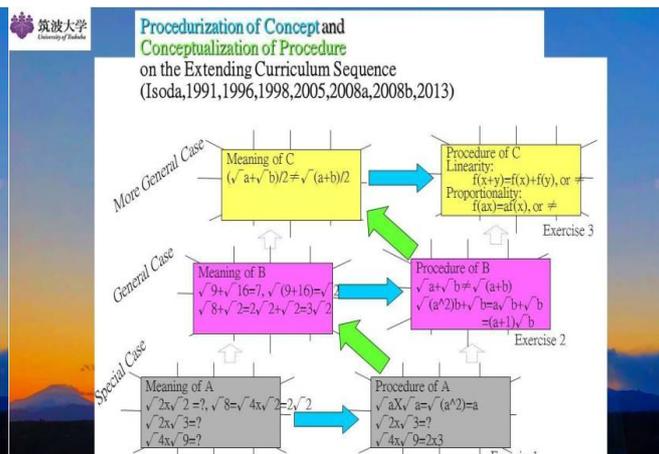
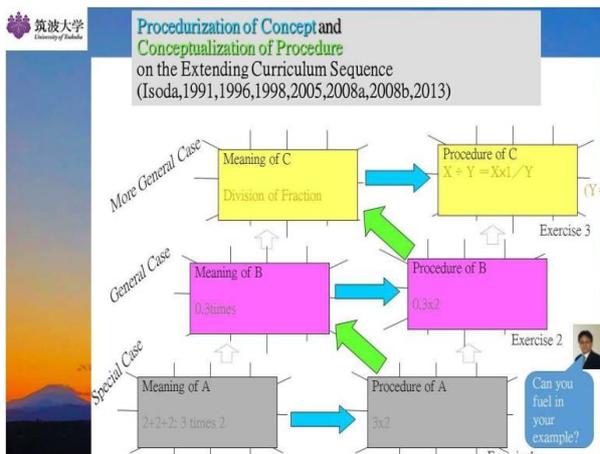
Why he asked this question

8 is closer!

9 is closer!

Contradiction!  
We have to choose one.  
How?

What do you want to do next?



筑波大学 University of Tsukuba

Example 6: Let's find the Minimum of  $y = x^2 - 4x + 4$  ( $1 \leq x \leq 4$ )

Is it correct?

$$x^2 - 4x + 4 - y = 0$$

$$D = 16 - 4(4 - y) \geq 0$$

$$4y \geq 0$$

$$y \geq 0$$

Why?  
How?  
What we are teaching?

The diagram illustrates a hierarchy of mathematical concepts. At the bottom is 'Meaning of A' (Special Case) leading to 'Procedure of A' (Exercise 1). Above it is 'Meaning of B' (General Case) leading to 'Procedure of B' (Exercise 2). The next level is 'Meaning of C' (More General Case) leading to 'Procedure of C' (Exercise 3). The top level is 'Meaning of C' (Most General Case) leading to 'Procedure of C' (Exercise 3). Arrows indicate the flow from more specific to more general cases.

21

筑波大学 University of Tsukuba

謝々

我們如何在整個課程中培養學生的數學態度和數學思維？  
磯田正美 Isoda, Masami, Prof/PhD  
筑波大学教育開発国際協力研究中心長 Director of CRICED, University of Tsukuba, Japan

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|              |   |                       |                       |                        |                          |
|--------------|---|-----------------------|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 研習主題         | 2019 年第 11 屆科技與數學教育國際學術研討會              |                       |                       |                        |                          |
| 研習時間         | 民國 108 年 05 月 25 日星期六 上午 08:30-下午 17:30 |                       |                       |                        |                          |
| 一、 研習內容規劃    |   |                       |                       |                        |                          |
|              | <b>很滿意</b><br><b>5</b>                  | <b>滿意</b><br><b>4</b> | <b>普通</b><br><b>3</b> | <b>不滿意</b><br><b>2</b> | <b>非常不滿意</b><br><b>1</b> |
| 研習時數安排       | 96%                                     | 4%                    | 0%                    | 0%                     | 0%                       |
| 建議改善事項       | 希望能夠安排多一些教授演講的時間，教授準備內容十分充分，一小時稍嫌不足。    |                       |                       |                        |                          |
|              | <b>很滿意</b><br><b>5</b>                  | <b>滿意</b><br><b>4</b> | <b>普通</b><br><b>3</b> | <b>不滿意</b><br><b>2</b> | <b>非常不滿意</b><br><b>1</b> |
| 研習內容規劃符合個人需求 | 98%                                     | 2%                    | 0%                    | 0%                     | 0%                       |
| 建議改善事項       | 無。                                      |                       |                       |                        |                          |
|              | <b>很滿意</b><br><b>5</b>                  | <b>滿意</b><br><b>4</b> | <b>普通</b><br><b>3</b> | <b>不滿意</b><br><b>2</b> | <b>非常不滿意</b><br><b>1</b> |
| 研習辦理方式       | 96%                                     | 4%                    | 0%                    | 0%                     | 0%                       |
| 建議改善事項       | 無。                                      |                       |                       |                        |                          |
| 二、 講師授課情形    |   |                       |                       |                        |                          |
|              | <b>很滿意</b><br><b>5</b>                  | <b>滿意</b><br><b>4</b> | <b>普通</b><br><b>3</b> | <b>不滿意</b><br><b>2</b> | <b>非常不滿意</b><br><b>1</b> |
| 講師與學員有互動及回應  | 96%                                     | 4%                    | 0%                    | 0%                     | 0%                       |
| 建議改善事項       | 講師跟學員互動熱烈。                              |                       |                       |                        |                          |
|              | <b>很滿意</b><br><b>5</b>                  | <b>滿意</b><br><b>4</b> | <b>普通</b><br><b>3</b> | <b>不滿意</b><br><b>2</b> | <b>非常不滿意</b><br><b>1</b> |

|                   |  |                |                |                 |                   |
|-------------------|--|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 97%  | 3%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 教授透過新聞報導連結數學與現實生活中的應用，說明了現今數學素養提倡之重要性。           |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 講師整體演講的方式與內容      | 98%  | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 講師實際利用教具來演示教學與互動，讓學員能夠知道如何應用在教學現場。               |                |                |                 |                   |
| 三、 學員自我幫助         |  |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 對於學員專業成長有所幫助      | 96%  | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。   |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 96%  | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 無。   |                |                |                 |                   |
|                   | <b>很滿意</b><br>5                                  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 對於日後的教學或學習工作有所幫助  | 97%  | 3%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項            | 透過此次演講可知，我們的數學素養相關研究仍舊不足，需要透過各學員的努力，憶起提倡數學素養的研究。 |                |                |                 |                   |

# 講師簡報分享

## 演講貴賓：李源順教授 (臺北市立大學)

紮根的功夫: 數學感教育&多元優選

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

### 數學素養的研究與實務

李源順 教授  
臺北市立大學  
數學系(含數學教育碩士班)  
leey@utapei.edu.tw

紮根的功夫: 數學感教育&多元優選

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

### 目錄

- 12年國教核心素養
  - 數學領域核心素養
- 數學素養
  - 數學感之內容理論
  - 研究與實務
- 一些研究結果

紮根的功夫: 數學感教育&多元優選

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

### 12年國教的核心素養 (教育部, 2013.11)

核心素養是指一個人為適應現在生活及未來挑戰，所應具備的知識、能力與態度。

- 「核心素養」強調學習不宜以學科知識及技能為限，而應關注學習與生活的結合，透過實踐力而彰顯學習者的全人發展。
- 核心素養，強調培養以人為本的「終身學習者」，分為三大面向、九大項目

紮根的功夫: 數學感教育&多元優選

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

核心素養的滾動圓輪意象

紮根的功夫: 數學感教育&多元優選

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

### 數學領域之核心素養

| 總綱核心素養項目 | 總綱核心素養項目說明   | 數學領域核心素養具體內涵   |   |  |
|----------|--------------|--|---|--|
|          |              | 國民小學教育 (E)   | 國民中學教育 (J)  | 普通型高級中等學校教育 (S-U)  |
| A 自主行動   | A1 身心素質與自我精進 | 數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。      | 數-J-A1 對於學習數學有信心和正向態度，能使用適當的數學語言進行溝通，並能將所學應用於日常生活中。                       | 數-S-U-A1 能持續地探索與解決數學問題，具備數學思考能力以及精確與理性溝通時所必需的數學語言，並擁有學習力以成就優質的生涯規劃與發展。 |
|          | A2 系統思考與解決問題 | 數-E-A2 具備基本的算術操作能力，並能認識基本的形體與相對關係，在日常生活情境中，用數學表達與解決問題。 | 數-J-A2 具備有理數、概式、坐標系之運作能力，並能以符號代表數或幾何物件，執行運算與推論，在生活情境或可理解的想像情境中，分析本質以解決問題。 | 數-S-U-A2 具備數學模型的基本工具，以數學模型解決典型的現實問題，了解數學在觀察歸納之後從演繹證明之思維特徵及其價值。         |

紮根的功夫: 數學感教育&多元優選

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

### 12年數學領域課程目標 (教育部, 2018.07)

從另一角度看，國民教育的重點在於學習對生涯有用的知識與能力。數學知識雖然本質抽象，卻具有廣大的應用面向與深刻的應用層級。如何在不同年齡、不同能力、不同興趣或領域，皆能獲得足以結合理論與應用的數學素養，是國民數學教育的重要目標。

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 數學課綱之數學素養

- 課程發展
  - (五) 在課程規劃上, 應培養學生**結合理論與應用的數學素養**, 並於課程中發展出具有思考、推論、抽象、演算、溝通、行動、分析的能力, 學習欣賞數學內涵中以簡馭繁和嚴謹、結構完美的特質。
- 教學實施
  - (十五) 教師可運用數學奠基與探索活動, **鼓勵學生利用數學解決生活中的實際問題**。
  - 數學教師可協同其他領域/科目教師, 發展出各領域使用數學的實例, **幫助學生建立其他領域/科目所需的數學素養**。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 7

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 數學素養的英文

(陸昱任、譚克平, 2006)

- 英國大多用 Numeracy 及 Mathematical Literacy
- 美國大多用 Mathematical Literacy 與 Mathematical Proficiency
- 部分學者使用 Matheracy (Bishop, 2000; Bonotto)
- 也有人使用 Mathematical competence (蔡清田, 2012)
  - 核心素養/能力, core/key competencies (林永豐, 黃琇屏)
- PISA (OECD, 2003) 使用 Mathematical Literacy (目前國內數學教育學者較有的共識)**

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 8

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 數學素養 (臺灣PISA國家研究中心, 2012)

- 在不同情境脈絡中, 個人能**辨識、做及運用數學的能力**, 以及藉由**描述、建模、解釋與預測不同現象**, 來瞭解數學在世界上所扮演的角色之能力。
  - 數學素養是連續的, 即數學素養愈高的人, 愈能**善用數學工具做出有根據的判斷**, 這也正是**具建設性、投入性及反思能力**的公民所需具備的。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 5/21/2019 9

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 數學素養 (教育部提升國民素養專案辦公室, 2013)

- 「**個人的數學能力與態度**, 使其在學習、生活、與職業生涯的情境脈絡中面臨問題時, 能**辨識問題與數學的關聯**, 從而根據**數學知識、運用數學技能**, 並藉由適當工具與資訊, 去**描述、模擬、解釋與預測**各種現象, **發揮數學思維方式的特長**, 做出理性反思與判斷, 並在解決問題的歷程中, 能有效地與他人溝通觀點」。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 10

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 問題

數學領域之核心素養 VS. 數學素養

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| A |  | B |  |
| C |  | D |  |

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 11

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 數學能力 VS. 數學素養

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| A |  | B |  |
| C |  | D |  |

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 12

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立清華大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 能力的定義 (<https://wiki.mbalib.com/zh-tw/能力>)

- 能力是完成一定活動的本領，是一種力量。任何一種活動都要求參與者具備一定的能力，而且能力直接影響著活動的效率。
  - 能力和知識是有區別的。知識是人類經驗的總結和概括；能力是一個人比較穩定的個性心理特征，它表現在人們掌握知識和技能的難易、快慢、深淺、鞏固程度以及應用知識解決實際問題等方面。一般來說，能力的形成和發展遠較知識的獲得要慢。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133.14 13

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立清華大學  
數學系(含數學教育碩士班)

- 數學能力可以被定義為獲得、處理和保留數學資訊的能力 (Krutetskii 1976; Vilkomir and O'Donoghue 2009) 或者學習和掌握新數學觀念和技能的才能 (Koshy 等人, 2009)。
- Mathematical ability can then be defined as the ability to obtain, process, and retain mathematical information (Krutetskii 1976; Vilkomir and O'Donoghue 2009) or as the capacity to learn and master new mathematical ideas and skills (Koshy et al. 2009).

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133.14 14

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立清華大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 為什麼要重視數學素養

- 以前的數學學習太重視解決數學內的問題
  - 不會的學生感覺數學無法想像、沒有用
- 在有限的教、學時間內
  - 少做一點數學內的問題解決
  - 多一點數學應用在生活中的問題解決

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133.14 15

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立清華大學  
數學系(含數學教育碩士班)

真實世界脈絡挑戰  
數學內容領域：數量、不確定性和資料、改變與關係、空間與形狀  
真實世界脈絡領域：個人、職業、社會、科學

數學的思維和行動  
數學的概念、知識和技能  
基本的數學力：溝通、表徵、抽取策略、數學化、推理和論證、使用符號、形式和技術的語言以及運算、使用數學工具

圖4-1 在實踐中的數學素養模型(OECD, 2013, p. 26)

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 5/21/2019 16

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立清華大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 數學感教育

- 以數學感內容理論為知識系統
- 以一個起動機制、五個核心內涵為教、學策略
- 同時教學多元優選

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 17

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立清華大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 數學感內容理論(2013)

- 一、數學來自解決生活問題的需求
  - 許多小學數學觀念來自生活觀念的理想化、抽象化
  - 數學觀念的學習有它的啟蒙脈絡
- 二、在數學內部生成與繁衍
  - 數學觀念包括概念、運算和性質
  - 數學觀念時常在進行推廣
  - 數學觀念來源不同卻會合流
  - 探討數學觀念之間的關係
  - 數學觀念應該考慮它的逆觀念
  - 數學觀念的學習愈來愈精準、多元、抽象
- 三、數學觀念的發展是為了解決人類碰到的問題，促進人類發展(包括數學素養)

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 18

紮根的功夫: 數學教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 數學素養之研究與實務

- 期刊論文
- 研究計劃
  - 科技部
  - 國教院
- 碩博士論文
- 一些研究結果
- 數學教師知識庫

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133 頁 19

紮根的功夫: 數學教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

國家圖書館 臺灣期刊論文索引系統

查詢提示詞: 數學素養, 數學素養S, 數學素養教學, 數學素養

查詢結果

共 28 筆資料, 第 1/2 頁, 1-2 條

出版年

- 2013(3筆)
- 2010(5筆)
- 2018(4筆)
- 2012(2筆)
- 2014(2筆)
- 2015(2筆)
- 2016(2筆)
- 2009(1筆)
- 2008(1筆)
- 2005(1筆)

資料性質

- 社會科學(14筆)
- 自然科學(13筆)
- 其他(1筆)

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133 頁 20

紮根的功夫: 數學教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

MOST 科技部 學術補助獎勵查詢

專題研究計畫

計畫年次: 78 ~ 106

類別: 研究案, 獎勵補助案, 獎勵案, 代辦案, 其他案

執行機關: 全部

主持人姓名: 全部

計畫名稱: 數學素養

關鍵字: 全部

計畫類別: 全部

關鍵字: 全部

共 11 頁(共 33 筆), 目前在 第 1 頁

- 99-102: 主持人: 洪碧霞。台灣15歲學生閱讀、數學、和科學素養調查研究: 教育品質與機會均等的趨勢探討(PISA2012)
- 102, 李源順, 數學素養研究: 國中教師的專業成長歷程
- 107, 李源順, 小學教師在理財脈絡中數學素養的專業發展

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133 頁 21

紮根的功夫: 數學教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

國教院 研發成果整合平臺

首頁 研究人員 研究計畫 學術著作 研究倫理

研發成果整合平臺

研發成果: 9 筆資料

- 105年度十二年國民基本教育實施計畫提升國民素養實施方案
- 104年度十二年國民基本教育實施計畫提升國民素養實施方案
- 107年十二年國民基本教育數學素養導向教學模組研發編輯計畫
- 106年十二年國民基本教育數學素養導向教學模組研發編輯計畫
- 素養導向的數學教科書設計比較——以德、美兩國小學加減法運算的教材為例
- 第四學習階段數學素養長期追蹤研究
- 中等教育階段數學核心素養評量工具開發研究 (I)
- 小六數學能力與素養評量相關研究之分析
- 探討國中數學教師教學及其與學生數學素養表現之關聯

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133 頁 22

紮根的功夫: 數學教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

### 目前正在參與、執行的計劃

- 本人正在執行的計劃
  - 小學教師在理財脈絡中數學素養的專業發展
- 本人參與之計劃
  - 國小4~6年級數學素養試題研發
  - 素養導向試題研發人才培訓計畫
  - 素養導向之教師資格考試國民小學師資類科「數學能力測驗」素養試題研發

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133 頁 23

紮根的功夫: 數學教育 & 多元優選

國立中央大學 數學系(含數學教育碩士班)

NDLTD 臺灣博碩士論文知識加值系統

National Digital Library of Theses and Dissertations in Taiwan

一般民眾 研究人員 校院系所及研究生

姓名: 李源順 您好! 臺灣時間: 2019/04/09 21:43(101.136.123.108)

簡易檢索

檢索結果 點我看建議檢索詞

檢索策略: "數學素養".ti(精準); 檢索結果共 55 筆資料

在搜尋的結果範圍內查詢: [ ] 不限單位 確定

2004-2018

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1.133 頁 24

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元傳遞

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 一些研究結果

- 國中教師的專業成長
- 購屋貸款問題
- 某縣市能力競賽
- 能力競賽

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 25

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元傳遞

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 國中教師專業成長

- 目的在探究國中教師有關數學養的專業成長、歷程與影響因素
- 詮釋性研究法
- 對象有四位在職教師
  - T1, 男, 34歲, 數學碩士畢, 任教國中6年
  - T2, 男, 36歲, 數學系畢, 任教國中13年
  - T3, 女, 35歲, 數學碩士畢, 任教國中8年
  - T4, 男, 40歲, 數學系畢業, 任教17年

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 26

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元傳遞

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 國中教師專業成長

- 研究場域為參與對象的學校, 研究流程主要是大約兩週一次的教師團體討論, 研究者也參與其中, 此外還有教師自主的試題設計與教學。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 27

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元傳遞

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 研究結果—影響專業發展的因素 (和教師的數學素養教學、評量有關)

- 脈絡專業因素
  - 教師發現要設計不同脈絡的問題涉及不同領域的專業知能, 因此, 要教師設計出各行各業的素養試題度很高。
  - 例如, T2就認為要有醫學背景才能命眼球相關問題(想利用相似形和圓的角度, 來了解眼球和近視和遠視的關係); 要有護士背景才能想到設計出PISA 2012點滴的問題; 對咖啡有特殊嗜好人的, 才會想到金杯理論。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 28

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元傳遞

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

### 簡化因素

- 在設計數學素養問題時, 簡化變因是一個重要的因素, 若沒有把問題的變因適度簡化, 教師是很難設計出題目。
  - T2上網找手機資費表, 要設計素養問題。一開始, 他設計出來的問題是, 以他這個月的通話費為例, 要學生選擇那一種資費較便宜。但是因為資費方案, 涉及平常、減價時段, 有打網內、外電話, 電話費是六位小數, 變因太多, 以致無法形成試題 (20131113對話)。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 29

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元傳遞

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

本月總打通話分鐘數 112分鐘 (提醒您可依據您的話務行為, 選擇適合的資費)

| 話務分類大項 | 分鐘數 | 通話佔比 |
|--------|-----|------|
| 網內行動   | 37  | 33%  |
| 他網行動   | 41  | 37%  |
| 市話     | 34  | 30%  |
| 國際電話   | 0   | 0%   |
| 加值語音   | 0   | 0%   |
| 其他語音   | 0   | 0%   |

本月使用服務次數  
網內簡訊: 1則  
加贈簡訊: 0則

| 資費   | 月租費     | 可享優惠內容        | 儲蓄費率(每月)       |            | 新優費率(每月) |        | 儲蓄費率(每月) |          |     |
|------|---------|---------------|----------------|------------|----------|--------|----------|----------|-----|
|      |         |               | 網內             | 網外/他網      | 網內       | 網外     | 網內       | 網外       |     |
|      |         |               | 一般/標準          | 金獎級        | 金獎級      | 金獎級    |          |          |     |
| 200型 | \$200   | 月租包含通話<br>標準費 | \$0.08/\$0.015 | \$0.130639 | \$0.12   | \$0.3  | \$2.1742 | \$2.1742 | \$5 |
| 300型 | \$300   |               | \$0.08/\$0.015 | \$0.113221 | \$0.12   | \$0.25 | \$2.1742 | \$2.1742 | \$5 |
| 600型 | \$600   |               | \$0.07/\$0.015 | \$0.104511 | \$0.1    | \$0.22 | \$0.8697 | \$1.7394 | \$5 |
| 900型 | \$900   |               | \$0.06/\$0.015 | \$0.095801 | \$0.09   | \$0.2  | \$0.8697 | \$1.7394 | \$5 |
|      | \$1,500 |               | \$0.05/\$0.015 | \$0.087093 | \$0.08   | \$0.18 | \$0.8697 | \$1.7394 | \$5 |

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

設計方向因素

- 四位教師一直都有一個想法，就是無論是設計試題或者進行教學，都要需要和教學內容相關。因此四位教師都覺得要設計試題的難度很高。
- 例如，T4發現要設計和現在教學單元相同的題目不是很容易(20131219)。

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 31

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

考量脈絡因素

- 教師剛開始在設計題目時，會有考慮脈絡不周的問題。
  - T4在設計時，沒有考慮人從海平面走到山頂的時間差所導致的氣溫變化情形；無法形成符合真實情境的素養問題。
  - (試題)問題一：當小薰到達海平面上200公尺處時，測得該處氣溫為25°C；到達山頂時，測得山頂氣溫為18.1°C。請求出 $h=?$ ?
  - (試題)問題二：根據以上資料，判斷當時該座山山頂的氣壓約為多少百帕(hPa)?

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 32

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

素養知能因素

- 在數學素養的教學上面，教師擔心自己無所清楚掌握，數學素養問題的教學，害怕因此讓學生看不起。
- T2：我陪小朋友寫這些素養題目，我發現連我都會錯。這就回應剛剛T4講的，有時候那些題目的設計，連我都好像是初學者第一次看到，我有一些錯誤的觀念真的會被他引導，然後答錯。(20131210)

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 33

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

觀點或信念因素

- 四位教師都有同樣的觀點：都認同數學素養很重要，但也認為課綱要先訂出數學素養的地位，課本要編入素養試題，教師才會教，教了才不會被家長質疑。甚至師資培育機構要先教教師怎麼做，教師才知道怎麼做。
  - T1：以目前的架構，如果要針對數學素養的話會有難度。除非課綱改變，教科書寫進去，大家一起教，不然只有我教別人不教。(20140617)

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 34

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

購屋貸款問題

目的在了解大學數學系學生的理財情境數學素養

- 研究對象：數學系大三、四學生18名，他們在重要科目都不及格而需重修
- 研究問題
  - 假設我們跟銀行貸款1000萬，年利率2.4%，貸款20年，每個月固定同等金額還款。
  - 問每個月要還多少錢？
  - 它是怎麼算出來的？這樣算合理嗎？

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 35

紮根的功夫: 數學感教育 & 多元優選

國立中央大學  
數學系(含數學教育碩士班)

研究方法

- 問卷調查法
- 分析編碼
  - 了解題意(I)
    - 用到年利率、每個月還款金額固定
  - 了解題目中的理財背景知識(II)
    - 年利率轉成月利率的背景知識(II-1)
    - 以複利計算(II-2)
    - 借款的第一個月末再還錢(II-3)
    - 我們還錢也要複利(II-4)
  - 運用數學知能(III)

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 下午 36

紮根的功夫: 數學威教育&多元優選

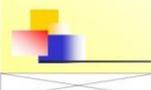
白北育立大專  
數學系(含數學教育碩士班)

貸款年限 240個月  
1000萬 (1+2.4%)<sup>n</sup> 每月月固定同等金額還款  
r=0.2%  
設每月月還 x 元

$$\left[ (1000萬 \times (1+0.2\%) - x) \times (1+0.2\%) - x \right] \times 1.2\% - x \dots$$

$$1000000 \cdot (1+0.2\%)^{240} = 1000000 \cdot 1.60693804426$$

$$= 1606938.045 \text{ (總共)}$$

$$1606938.045 \div 240 = 6695.575 \text{ (每月月)}$$


University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

紮根的功夫: 數學威教育&多元優選

白北育立大專  
數學系(含數學教育碩士班)

### 2018年某縣市數學能力競賽

- 分國小中年級組(三、四年級)、國小高年級組(五、六年級), 共二組。
- 各校遴選優秀學生參賽, 每組最多報名5人。
  - 中年級組355位
  - 高年級組415位

# 數學能力競賽



University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

紮根的功夫: 數學威教育&多元優選

白北育立大專  
數學系(含數學教育碩士班)

- 2017年超越盃第四屆T&AMC
  - 4,5,6年級各692, 873, 913人
- 2018年超越盃第五屆T&AMC
  - 4年級810人

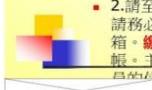



Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 41 39

紮根的功夫: 數學威教育&多元優選

白北育立大專  
數學系(含數學教育碩士班)

- 網路報名
  - 線上填寫報名表→回傳匯款資訊→系統寄出訂單完成通知信→完成報名。
- 現場報名
  - 至超越盃各特約報名處→填妥報名表→繳交報名費→特約處將資料回傳主辦單位→系統寄出訂單完成通知信→完成報名。
- 團體報名
  - 1.同一單位報名人數達十人以上(含), 建議採團體報名, 檢測結束後, 主辦單位會提供團體成績單。
  - 2.請至【下載專區】>【團報辦法】下載報名表, 登打完畢, 請務必將檔案重新命名為『\*\*學校超越盃報名.xls』寄至報名信箱。繳款時, 請註明報名單位(例如: 臺北市\*\*國中)以利對帳。主辦單位確認資料後, 系統寄出訂單完成通知信至承辦人信箱, 即完成報名。



Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 41 40

紮根的功夫: 數學威教育&多元優選

白北育立大專  
數學系(含數學教育碩士班)

### 數學教師知識庫

(http://www.mtedu.utaipei.edu.tw)

數學教師知識庫  
Knowledge Web of Mathematics Teachers  
The bridge of theory and practice

紮根的功夫: 數學威教育&多元優選

知識庫分類 \* 數學威家版 數學威存書 12年級教學資源 數學素養 \* 理財數學素養

- 高國時期表中的數學
- 哈維的假設和半徑
- 猴主題
- 一天到底能吃幾隻雞蛋? 美國研究: 吃1顆半死亡率增18% New
- 看樂透成語
- 國小數學「神秘符號」有看沒有懂 網友想破頭求解
- 語文版數學題
- 人參加入數估計
- 網路上的數學問題-矩陣&花球、刺下
- 台灣獎5口餘票 抽獎號碼近70點



Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 41 41

紮根的功夫: 數學威教育&多元優選

白北育立大專  
數學系(含數學教育碩士班)

### 我們生活的地球

- 地球的任何一條半徑長度都落在6,357km~6,378km。地球形狀與標準球體的偏差只有約三分之一, 因此把地球看做球體並使用術語「地球半徑」。
- 假設地球半徑是6378KM
  - 可以提問什麼數學問題?(形成)
  - 它的答案是什麼?(使用)
  - 真的這樣嗎?(詮釋、評析)
  - 台灣本島在北緯22~25



University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education) 1:33 41 42

紮根的功夫：數學感教育&多元傳遞

國立清華大學  
數學系(含數學教育碩士班)

老師有數學感  
學生有數學感

共勉之

University of Taipei  
Department of Mathematics (Master program in Mathematics Education)

43

2019 年第 11 屆  
科技與數學教育國際學術研討會中英文論文摘要彙整

應用層級分析法建立國小數學有效教學指標之研究

林原宏<sup>1</sup> 徐大衛<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺中教育大學數學教育學系 lyh@mail.ntcu.edu.tw

<sup>2</sup> 國立臺中教育大學數學教育學系 davidshu320@gmail.com

摘要

數學有效教學是近年來國內外數學教育非常重視的議題，但其評估的工具和分析方法相當缺乏。基於此，本研究旨在應用層級分析法(Analytical Hierarchy Process, AHP)，建立國小數學有效教學(effective mathematics instruction)指標與權重。本研究首先以文獻分析法整理各國數學教育相關文獻，彙整歸納出數學有效教學的八個「向度」，每個向度下有若干「指標」；其後透過問卷調查篩選並修正出重要性較高的指標，並再次進行專家調查，以重要性成對比較(pairwise comparisons) 進行層級分析法分析，建立指標權重(weight)。本研究所建立的數學有效教學向度與指標和分析結果，期能對國小數學教學提供參考價值，並且在未來的教學現場中加以應用，落實數學有效教學。

**關鍵字：**有效教學、層級分析法、數學教學

# Application of AHP on Establishing the Indicators of Effective Mathematics Instruction for Primary Schools

Yuan-Horng Lin<sup>1</sup> Ta-Wei Hsu<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

<sup>2</sup> Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

## Abstract

The purpose of this study is to establish the indicators and weights for effective mathematics instruction of primary schools. Analytical Hierarchy Process (AHP) is adopted to establish the indicators and weights. Nowadays, effective mathematics instruction is an important issue and its evaluation tool is needed. Firstly, this study reviews and evaluates the literature related to effective mathematics instruction. It is concluded there is eight dimensions with its indicators with respective to effective mathematics instruction. Secondly, statistics test is used to filter the important indicators so that the AHP questionnaire is used to collect the viewpoints of expert teachers. Therefore, this study has established the indicators and weights for effective mathematics instruction. Results of this study could be references for the training of pre-service teachers and in-service teachers in professional development. Based on the findings, some suggestions and recommendations for future studies and practical instructions are discussed.

**Key words :** analytical hierarchy process, effective instruction, mathematics instruction

# 個案小學教師在理財素養的專業成長

湯永麟<sup>1</sup> 李源順<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 臺北市立大學數學教育所在職專班 oscar71731@lhes.tp.edu.tw

<sup>2</sup> 臺北市立大學數學系教授 leeys@go.utapei.edu.tw

## 摘要

國民的理財素養與理財知能有密切的關係，因為教師是學生知能成長的重要持分者，一位教師的知能可以在教學生涯的過程中對學生的理財知能產生很大的影響，因此教師的理財知能是非常重要且值得去了解與探究的。本研究目的旨在探究個案小學教師在理財素養的專業成長。研究方法採個案研究法，研究對象一人，過程中蒐集每次會談的錄音檔、網路相關資訊、計算過程筆記等...，最後統整並討論。由研究者主動提供資訊及議題互相討論來促進個案教師的成長，並藉 PISA 在理財素養中的各向度來分析個案教師之成長。本研究初步發現個案教師在理財素養的成長有(一)能藉由網路搜尋得到更深入的理財資訊並學習辨識。(二)在理財脈絡中能發現更多隱含的問題，並進行計算和分析資訊。(三)更能借助知識、邏輯推論與評估在理財情境中的數學問題。(四)能考量更多的條件，運用對理財知識的理解來執行計算和解決數學問題。最後建議可將理財素養相關課題融入課室的課程與教學之中。

**關鍵字：**理財素養、教師專業成長

# The Professional Growth of the elementary school teachers in Financial Literacy.

Yung-Lin Tang<sup>1</sup> Yuan-Shun Lee<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Graduate Institute of Mathematics Education, University of Taipei

<sup>2</sup>Department of Mathematics, University of Taipei

## Abstract

The financial literacy of the nationals is highly connected with financial competence. Because teachers are important stakeholders in the growth of students' knowledge, the competence of a teacher can have a great influence on the financial knowledge of students in the process of teaching. Therefore, the financial literacy of teachers is very important and worth knowing and exploring. The purpose of this study is to explore the professional growth of the elementary school teachers in financial literacy. The research method adopts the case study method, and the research object is one person. During the process of each meeting, the researcher collected the recording files, network related information, calculation process notes, etc. And finally organized and discussed. The researcher actively provide information and issues for the case teacher to promote the growth of this. The researcher also use PISA in the financial literacy to analyze the growth of the case teacher. This study initially found that the growth of financial literacy of the case teacher is (1) To gain extensive and detailed financial information and learn to identify through online search. (2) Finding more hidden problems in the context of financial management, and calculate and analyze information. (3) Using knowledge and logic to infer, and evaluating mathematical problems in the financial situation. (4) Considering more conditions and using the understanding of financial management knowledge to perform calculations and solve mathematical problems. Finally, it is suggested that teachers can intergate the topics relevants to financial literacy into the classroom curriculum and teaching .

**Key word** : Financial literacy, Teacher's professional growth.

# 國小專業學習社群教師對數學課程材料察覺的研究

陳嘉皇<sup>1</sup> 林原宏<sup>2</sup> 游自達<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 國立臺中教育大學數學教育學系 chench1109@mail.ntcu.edu.tw

<sup>2</sup> 國立臺中教育大學數學教育學系 lyh@mail.ntcu.edu.tw

<sup>3</sup> 國立臺中教育大學教育學系 yiu@mail.ntcu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在透過 PLC 的運作，探索國小教師對數學課程材料的參與、解釋與回應察覺行動表現為何？研究結果為：在課程參與階段的察覺行動表現，教師會 1.進行課程教材與能力指標的比對以做教學活動順序的定位；2.將教材與學生認知的連結，促進課程材料之連貫。在課程解釋階段，教師產出 1.詮釋數學課程材料中的術語，解析問題結構關係；2.利用操作與表徵搭建數學概念鷹架的行動表現。在課程回應階段，教師的行動表現為 1.重整課程材料，安排學習順序；2.透過操作體驗設計，找尋課程材料實施困難。

**關鍵字：**專業學習社群、課程材料、察覺

# Research on the Noticing of Mathematics Curriculum Materials by the Teachers of the Elementary School's Professional Learning Community

Chia-Huang Chen<sup>1</sup> Yuan-Horng Lin<sup>2</sup> Tzu-Ta Yiu<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

<sup>2</sup> Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

<sup>3</sup> Department of Education, National Taichung University of Education

## Abstract

The purpose of this study is to explore the engage, interpretation and response of the elementary school teachers in the operation of the PLC. The results of the study are as follows : In the engage stage, the teacher will 1. Compare the mathematics materials with the ability indicators to position the teaching activities; 2. Link the teaching materials with the students' cognition and promote the continuity of the materials. In the interpretation stage, the teacher produces 1. Interprets the terminology in the mathematics curriculum material, and analyzes the problem structure relationship; 2. Uses the operation and representation to construct the mathematical concept of the performance of the scaffold. In the response stage, the teacher's actions are as follows : 1. Reorganize the course materials and arrange the learning sequence; 2. Through the operation experience design, it is difficult to find course materials.

**Key words :** Professional learning community, Curriculum material, Noticing.

# 國小六年級學生數形規律學習成效之個案研究

施珮鳳<sup>1</sup> 謝閻如<sup>2</sup>

<sup>1</sup>臺中教育大學數學教育系 nina040332@gmail.com

<sup>2</sup>臺中教育大學數學教育系 khsieh@mail.ntcu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在探討國小六年級學生在數形規律的學習成效之個案研究，研究對象為臺中市東勢區某國小六年級學生小弘(化名)，以自編數形規律循環圖形不重複顏色的序列問題進行紙筆測驗，並於小弘解題作答後，使用教學晤談了解小弘的解題想法，澄清其迷思概念，引導小弘進行解題，再於教學晤談後兩週，以相同情境但改變問題珠子顆數的題目進行紙筆測驗，以了解小弘於教學晤談後的學習成效。本研究目的為探討小弘在數形規律循環圖形不重複顏色序列問題的解題情形、迷思概念及教學晤談後的學習成效。研究結果發現：小弘在循環圖形不重複顏色序列問題的學習容易僅複製原授課老師的解題作法，而未理解運算式之意涵；在餘數為0的問題情境下，小弘易解讀為第一顆圖形顏色而非最後一顆圖形顏色；從數字較小的問題情境漸漸推論至數字較大的問題情境，能引導小弘覺察圖形序列與運算式間的關係並理解運算式之意義；由後測紙筆測驗顯示，小弘在經過教學晤談後，能順利解決數形規律循環圖形不重複顏色序列問題。

**關鍵字：**迷思概念、教學晤談、數形規律

# A Case Study of the learning outcomes of the Sixth Grade Students in the Patterns of number and shape

Pei-Feng Shih<sup>1</sup> Kai-Ju Hsieh<sup>2</sup>

1 Department of Mathematics Education, National Taichung University

2Department of Mathematics Education, National Taichung University

## Abstract

The purpose of this case study was to investigate the learning outcomes of the numerical and/or geometrical patterns of one six grade student, John (alias), from one of the elementary schools of the Dongshi District of Taichung City. Self-constructed paper-and-pencil test regarding problems of numerical and geometrical patterns were used. In addition, teaching interview were conducted in order to understanding and clarify any misconception(s) appeared on John's paper-and-pencil test results and during the interviews. Furthermore, posttest was administered two weeks after the teaching interview. The results showed that : John usually mimicked the problem-solving steps demonstrated by his mathematics teacher without fully understanding the meaning of each step. While decided the sequence of a pattern, John usually considered the remainder of 0 as the first color of the pattern instead of the last one. During the teaching interview, the researcher were able to introduce the meanings and the connections between the graphical sequence problem and the number sentences required for solving these types of problems. After the teaching interview, John can successfully solve these types of problems, which was shown from the posttest of his paper-and-pencil test.

**Key words :** misconception, teaching interview, the numerical and/or geometrical patterns

# 造例設計影響學生提出猜想之研究

周姝聿<sup>1</sup> 林碧珍<sup>2</sup>

國立清華大學數理教育研究所

<sup>1</sup>startmathelaine@gmail.com

<sup>2</sup>linpj@mx.nthu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在探討造例設計影響學生提出猜想之可能因素。本研究採用質性研究法，觀察一位個案教師將臆測融入三年級及四年級的數學課堂教學。蒐集資料包括錄影及錄音逐字稿、學生解題紀錄及會議紀錄。本文僅將焦點放在數學臆測教學模式五個階段中的第二個階段「提出猜想」，研究結果發現，影響學生提出猜想之因素有三個：第一個是「造例數據的設計要能整合、分類個人造例的數據，聚焦數據間的關係」，若出現不合適的分類，會讓學生無法聚焦數據間的關係；第二個是「彙整單要出現和教學目標相關的資訊」，才能讓學生容易看到關係，提出和教學目標相關的猜想；第三個是「造例數據出現之規律要和意圖目標相關」，當猜想和意圖目標有相關價值，可以增加教學目標，保留成為全班猜想，若出現其他的數學性質或是關係，則需修正數據，以免影響教學目標。

**關鍵字：**造例階段任務設計、提出猜想、數學臆測教學

# The Study of Constructing Cases Affecting Students' Conjectures

Su-Yeu Zhuyo<sup>1</sup> Pi-Jen Lin<sup>2</sup>

National Tsing Hua University

Graduate Institute of Mathematics and Science Education

<sup>1</sup>startmathelaine@gmail.com

<sup>2</sup>linpj@mx.nthu.edu.tw

## Abstract

The purpose of the study was to explore how the constructing cases as the first stage of conjecturing influenced students' conjectures to be generated. The qualitative study was adopted to observe a case teachers teaching mathematics with conjecturing approach in the fourth and fifth grade classrooms. The data collected consisted of : audio- and video-tapes of classroom observations, jot down logs, and students' worksheet. The were three concerns in constructing cases. First, the cases to be constructed needed should be considered in classifying. Second, the information on the worksheet for compiling the data should be considered in instructional objectives. Finally, the pattern of the data should be considered to be highly tied to intended objectives.

**Key words :** Constructing cases, formulating conjectures, conjecturing teaching

# 教師在數學臆測教學扮演協調者角色的教學行為

張廖珮鈺<sup>1</sup> 林碧珍<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立清華大學數理教育研究所 beatles820205@gmail.com

<sup>2</sup> 國立清華大學數理教育研究所 linpj@mx.nthu.edu.tw

## 摘要

本研究的目的是在探究數學素養導向的課堂中教師扮演的角色。本研究是採用個案研究法，觀察一位參與科技部研究計畫下在數學課堂執行臆測教學六年時間的國小個案教師。蒐集的資料主要包括教學影帶和學生的課堂工作單。資料分析是參照 Chen, Hand 和 Norton-Meier (2017) 的教師角色的分析架構。研究結果發現：臆測教學中教師不同階段扮演協調者的內涵不同，不同的行為調整幫助臆測活動的效果達到最大。例如提出猜想階段，協調者能促進學生觀察到更多的數學關係；效化階段協調者有助於猜想的歸類；證明階段協調者幫助學生整理證明包含關係，提昇證明的效率。

**關鍵字：**數學素養、數學臆測、數學論證、教師角色

# Teacher's Teaching Behavior in the Role of Moderator in Mathematically Conjecturing Activities

Pei-Yu Chang Liao<sup>1</sup> Pi-Jen Lin<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>National Tsing Hua University, Taiwan Graduate Institute of Mathematics and Science Education

## Abstract

The purpose of this study is to explore the role of teachers in the classroom of mathematical literacy orientation. The case teacher of this study has been conducting mathematically conjecturing in her classroom for six years. The data collection in the study mainly consisted of the transcripts of videos of teaching and students' worksheets. The analytical framework of teacher roles was based on the framework of Chen, Hand and Norton-Meier (2017). The finding of the study indicates that the connotation of the moderators at different stages of the teacher's teaching is different. Different behavioral adjustments help to maximize the effectiveness of mathematically conjecturing activities. For example, in the stage of formulating conjectures, the moderator can promote students to observe more mathematical relationships; In the stage of validating the conjectures, moderator helps to classify the conjecture; In the stage of justifying, moderator helps the student to clarify the inclusion relationship and improve the efficiency of the proof.

**Key words :** Mathematical Literacy, Mathematically Conjecturing Activities, Teacher Roles, Argumentation

# 教師對於學生形成論證的支持性行為：新竹與浙江數學課比較

石糧豪<sup>1</sup> 林碧珍<sup>2</sup>

<sup>1</sup>清華大學數理教育研究所 freepig931012@gamil.com

<sup>2</sup>清華大學數理教育研究所 linpj@mx.nthu.edu.tw

## 摘要

本研究採個案研究法，選擇參與兩岸「素養導向論證與推理課堂教學相遇」論壇中的二位新竹教師與二位浙江教師為研究對象，四堂課四個教學主題，分析兩岸教師於學生形成論證時，給予的教師問話支持性行為有何差異。研究結果發現，兩岸教師所選用的支持性行為受到教學方法與主題所影響，但兩岸教師在支持學生形成論證時，皆是以教師問話為主，顯示在強調論證的課室中，教師注重學生自發性的產出，並且在教師問話類別使用中，重視學生想法的表達，而非單純的是非問答，是支持學生思考的表現。

**關鍵字：**兩岸、數學論證、教師支持性行為

# Teacher Support for Argumentation : Comparison between Hsinchu and Zhejiang Mathematics Class

Liang-Hao Shih<sup>1</sup> BI-ZHEN Lin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University  
freepig931012@gamil.com

<sup>1</sup>Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Tsing Hua University  
linpj@mx.nthu.edu.tw

## Abstract

This study adopts the case study method and chooses two Hsinchu teachers and two Zhejiang teachers who participate in the forum of "Cultivation of Qualification Orientation and Reasoning Classroom Teaching" as the research object, analyzing the differences of asking-questions behaviors between the Hsinchu and Zhejiang teachers in forming a mathematical argument for the students.

The study found that the supportive behaviors chosen by the teachers on both sides of the strait are influenced by the teaching methods and themes. However, when the teachers on both sides of the strait support the students to form argumentations, they are mainly based on asking questions, which are shown in the classrooms that emphasize argumentation. Sexual output, and in the use of teacher question categories, pay attention to the expression of students' ideas, rather than purely question and answer, is to support students' thinking.

**Key words :** China and Taiwan, mathematical argumentation, teacher support

# 專業學習社群與教師數學教學專業發展—以國小數學接力聯合教學為例

謝閻如

國立臺中教育大學數學教育系 khsieh@mail.ntcu.edu.tw

## 摘要

近年來專業學習社群取代傳統專業發展的操作模式，透過同儕學習的方式提升教師教學知能。本研究透過訪談二位現職教師，探討苗栗縣某國小以接力聯合教學方式為專業學習社群活動主軸，參與教師對於活動方式的看法，及活動對於教師教學信念的影響與改變。研究結果顯示接力聯合教學雖然對參與教師造成壓力，但除了提升教師教學知能，改變教師備課思維外，學生亦可從中受惠。

**關鍵字：**國小數學、專業學習社群、接力聯合教學

# Professional Development for Elementary Teachers of Mathematics via Professional Learning Community : A Case Study on Relay Joint Teaching

Kai-ju Hsieh

Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

## Abstract

The paradigm of professional development shift from traditional attending workshops to the professional learning community (PLC). The main idea of PLC is that a group of teachers advance their pedagogical knowledge and pedagogical content knowledge through peer learning, with the purpose of improving their students' learning outcomes. The purpose of this study was to investigate the impacts on teachers believes and instruction preparations using "relay joint teachings" as the main activities in one elementary school located at Maioli County. Two inservice teachers were interviewed. The results indicated that although the relay joint teachings put pressures on PLC participants, it did improve teachers' teaching knowledge and abilities, and change how these teachers prepare their mathematics lessons. In addition, the students were also benefit from the relay joint teachings.

**Key words :** Elementary mathematics, professional learning community, relay joint teaching

# 探究教學對九年級學生數學學習成就與學習動機影響之行動研究

劉德晟      \* 秦爾聰

國立彰化師範大學科學教育研究所

p123456789502@gmail.com

\* abechin@cc.ncue.edu.tw

## 摘要

本行動研究旨在探討探究教學對九年級學生的數學學習動機與數學學習成就之影響。研究者透過行動研究，依據探究環(inquiry circle)的四個階段(1、準備與聚焦探究階段 2、執行探究階段 3、對探究出來的結論進行綜合和溝通階段 4、評估與延伸階段)，設計探究並進行數學探究教學，研究時間為一個學期(9 月至隔年 1 月)，兩次的行動研究循環，研究對象為國中九年級之學生(男生 3 人，女生 6 人)，研究工具包含學生定期評量成績、數學學習動機量表、學習單、教師教學反思紀錄、晤談資料、課堂錄影資料。

研究結果顯示：(1)透過探究教學，九年級學生數學學習動機進步人數為 4 人，退步人數為 5 人，數學學習成就進步人數為 6 人，退步人數為 3 人，因此對九年級學生而言，數學學習成就影響較大，而數學學習動機影響較小。(2)透過訪談資料發現，準備國中教育會考帶來的壓力較為影響九年級學生的數學學習動機。

對未來研究的建議：(1)研究過程時程短暫，可以再延長研究時間，以期能獲得較為有代表性的研究資料。(2)進行教學前應多與同領域的專家教師進行課程的討論，能達到更好的教學效果。(3)研究前應考慮九年級學生為因應會考所產生的研究變因。

**關鍵字：**數學探究教學；數學學習動機；數學成就

# Action Research on the Effect of Inquiry-based Mathematics Teaching to Ninth Graders' Mathematics Achievement and Mathematical Learning Motivation

Te-Cheng Liu      \* Erh-Tsung Chin

Graduate Institute of Science Education, National Changhua University of Education

p123456789502@gmail.com

\* abechin@cc.ncue.edu.tw

## Abstract

The aims of the action research to understand the effect of inquiry-based mathematics on the ninth graders' mathematical achievement and mathematical learning motivation. The research method of the study is action research. Under the rules of action plan, the researcher arranges two-teaching-period sessions in the study, which have kept one semester along from September, 2018 to January, 2019. There are three males and six females ninth grade students participate in the study. The research tools of this experiment are as follows : the students' mathematics assessments, the students' mathematical learning motivation scale, the teacher's daily reflection journal, learning worksheets, recorded videos and audio files of the teaching sessions, and the informal interviews of the students.

The study shows thar : First, the inquiry-based mathematics teaching into ninth grade course effect students' mathematics assessments more than mathematical learning motivation positively. Second, the factor of the Comprehensive Assessment Program for Junior High School Students is more influential than others to the ninth graders in mathematical learning motivation from the informal interviews of the students.

The suggestions of the future studies from the research as follows : First, the more time to use teaching method can get more teaching effects you want. Second, when you prepare the revolution of your teaching method, it can get more positive effects that more discussions with expert teachers.

**Key words :** inquiry-based mathematics teaching, mathematics achievement, mathematical learning motivation

# 檢驗猜想規範的形成之教學策略

陳佳明<sup>1</sup> 林碧珍<sup>2</sup>

<sup>1</sup>雲林縣鎮東國民小學 ck3344314@gmail.com

<sup>2</sup>國立清華大學數理教育研究所 linpj@mx.nthu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在探討師生在數學臆測歷程中，檢驗猜想規範的形成之教學策略，進而從中了解教學問題及學生的學習情形，增進自己的數學教學知識及數學教學專業知能。研究結果發現，數學臆測教學與數學臆測規範密不可分，透過「檢驗猜想」規範能建立檢驗模式，並讓教學者在數學臆測教學的實施更為順暢，也讓學生的猜想更為聚焦並從中培養說理的民主素養。

**關鍵字：**檢驗猜想、規範、臆測教學

# Teaching Strategy to the Norms of Examine Conjecturing

Chia-Ming Chen<sup>1</sup> Pi-Jen Lin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Yunlin County Jhen Dong Elementary School

<sup>2</sup> Graduate Institute of Mathematics and Science Education  
National Tsing Hua University

## Abstract

The purpose of this study is to explore the teaching strategies of teachers and students in the process of mathematical speculation, to examine the formation of speculation norms, to understand the teaching problems and students' learning situations, and to improve their knowledge of mathematics teaching and mathematics teaching expertise. The research results show that the mathematics speculation teaching and the mathematical speculation norms are inseparable. Through the "examine conjecture" norm, the mode of examine can be established, and the teaching students can implement the mathematics speculation teaching more smoothly, and the students' conjectures are more focused and cultivated. Reasonable democratic literacy.

**Key words :** examine conjecture 、 norms 、 mathematics conjecturing

# 平行四邊形包含關係的探究——一位資優生的個案研究

謝秉融<sup>1</sup>、劉祥通<sup>2</sup>

<sup>1</sup>嘉義大學數理教育研究所 lin020488995@gmail.com

<sup>2</sup>嘉義大學數理教育研究所 shiangtungliu@gmail.com

## 摘要

在小學幾何教材中，學生在二到四年級學習四邊形性質，但認識四邊形的包含關係卻要到國中二年級下學期。van Hiele 的幾何思考發展理論中強調，國小中高年級的學童大多位於非形式演繹期，而要能夠完全理解圖形包含關係則要到達非形式演繹期。高年級資優生的推理能力是否能夠超越年齡，到達形式演繹期，可以解決包含關係的問題，是值得我們關切的。因此，本研究旨在探討國小高年級的資優生是否能夠先行了解平行四邊形的包含關係。

研究者依 van Hiele 的幾何思考發展的階段理論設計開放式任務單，對一位高年級資優生進行施測。研究發現：1. 個案因受平行四邊形的刻板形狀影響，在畫出非典型的平行四邊形時，皆排除了長方形的可能。2. 可能因受到語言影響，在敘述圖形的包含關係時，個案無法精確地敘述“誰是誰”的包含關係，甚至有顛倒敘述包含關係的現象。

在訪談個案時，研究者以“三角形的包含關係”當作學習鷹架，期望個案能利用類比的方法，以了解平行四邊形的包含關係，最後再進行訪談，以觀察學習遷移的成效。

在教學上，本研究建議教師：可以利用各種四邊形的條件限制多寡，讓學生了解圖形限制越多，範圍越小；限制越少，範圍越大，進而對於包含關係有初步理解。

**關鍵字：**平行四邊形、包含關係、資優生、幾何圖形

# The Exploration of Parallelograms Containing Relationships - A Case Study of a Gifted Student

Ping-Zung Hiesh<sup>1</sup> Shiang-Tung Liu<sup>2</sup>

Institute of Mathematics and Physics, National Chiayi University

<sup>2</sup>Institute of Mathematics and Physics, National Chiayi University

## Abstract

In the geometric textbooks of elementary schools, students are allowed to learn the characteristic of the quadrilateral in the second to fourth grades, but the quadrilateral inclusion relationship is only introduced detailedly in the second semester of the middle school. Van Hiele's theory of geometric thinking development emphasizes that most of the children in the middle and upper grades in elementary high school are in the formal deduction, but to fully understand the quadrilateral inclusion relationship, it is necessary to reach the formal deduction. Whether the comprehension of upper grades gifted students can transcend the age and reach the formal deduction period can solve the problem of the inclusion relationship, which is worthy of our concern. Therefore, the research aimed to explore whether the upper grades gifted students in the elementary school can understand the inclusion relationship of parallelograms first.

The researchers designed an open task based on the stage theory of van Hiele's geometric thinking development, and tested an upper grade gifted student. The study found that: 1. The case is affected by the stereotype shape of the parallelogram, and when drawing other parallelogram, the possibility of the rectangle is excluded. 2. Due to the influence of language, the case cannot be accurately defined in the description of the inclusion of the figure, and even the phenomenon that the relationship is reversed.

In the interview case, the researchers used the "triangle inclusion relationship" as the learning scaffold. The expected case can use the analogy method to understand the inclusion relationship of the parallelogram, and finally conduct interviews to observe the effect of the learning transfer.

In the teaching suggestions, teachers can use various quadrilateral conditions to limit the amount of information, so that the research object understands the more graphical restrictions, the smaller the scope; the fewer the restrictions, the larger the scope, and thus the initial understanding of the inclusion relationship.

**Key words :** inclusion relationship, gifted student, geometry, parallelogram

# 國小數學「角」概念之活動設計與實施

許廷維<sup>1</sup> 陳嘉皇<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 台中教育大學數學教育學系 m16a438500@gmail.com

<sup>2</sup> 台中教育大學數學教育學系 chench1109@mail.ntcu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在探究 4 年級學生對於角度概念學習表現為何？學生接受整數角度學習軌道課程教學後，其學習表現為何？研究結果發現：1.在角度概念學習內容中，比較角的大小是表現最弱的部分。2.在量角器的使用上，操作的正確性、熟練度和報讀的精準度有明顯的落差。3.接受角度概念的學習軌道課程教學後，原有的部分迷思概念獲得釐清，並能以更精確的語彙來描述角概念或溝通。

# Design and implementation of the activity of the mathematical "Angle" concept

Ting- Wei Xu<sup>1</sup> Chia-Huang Chen<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics Education, National  
Taichung University of Education

<sup>2</sup> Department of Mathematics Education, National  
Taichung University of Education

## Abstract

This study aims to explore the performance of 4th grade students in the concept of angle. What are the learning performances of students after they have taken the integer-angle learning orbital course? The research results show that : 1. In the angle concept learning content, the size of the comparison angle is the weakest part. 2. In the use of the protractor, there is a significant gap in the correctness, proficiency and accuracy of the operation. 3. After learning the orbital course of the concept of angle, the original part of the myth concept is clarified, and the concept or communication can be described in a more precise vocabulary.

# 乘除法數學素養示例編製與教學應用

陳嘉皇<sup>1</sup> 曾于珊<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 台中教育大學數學教育學系 chench1109@mail.ntcu.edu.tw

<sup>2</sup> 台中教育大學數學教育學系 viewtiful53197@gmail.com

## 摘要

本研究依照試題編製要點規定，設計乘除法數學素養示例內涵，以符應課室教學動態需求。經測試後探討受試班級的學生對於乘除法數學素養示例的表現是否有顯著改變。結果進行了乘除問題類型與八項數學實務查核雙向細目表的檢驗；從學生「乘除法數學素養示例」的施測結果，了解學生的表現情形。

**關鍵字：** 乘除法、數學素養、示例

# Formulation and Teaching Application of Mathematical Literacy in Division and Division

Chen Chia Huang<sup>1</sup> & Zeng Yushan<sup>2</sup>

National Taichung University of Education, Department of Mathematics Education

## Abstract

This study consists of designing the connotation of the mathematics literacy of the division and division in accordance with the provisions of the test preparation, in order to meet the dynamic needs of classroom teaching. After the test, the students in the test class were examined whether there was a significant change in the performance of the example of the mathematics literacy of the division and division. The results of the multiplication and division problem type and the eight mathematics practice check two-way breakdown table test; from the student's "multiplication and division mathematics literacy example" test results, to understand the student's performance.

**Key words :** Multiplication and division, mathematical literacy, examples

# 透過解題發展學生加減運算的學習軌道

陳嘉皇

台中教育大學數學教育學系 chench1109@mail.ntcu.edu.tw

## 摘要

本研究利用 LTA 理論作為基礎，探索國小師資生解題歷程產出的加減運算思維與必備知識，進而發展設計小學二年級學生之加減運算學習軌道。研究發現師資生針對研究設計之購物問題的解題表現與思維包括利用 1.拼湊法，2.差數補足法，3.平均數補足法，4.符號推理法等策略進行解題。解題歷程呈現出運用認識錢幣、分與合策略、位值概念、連加(減)法運算、「倍數」概念、不足與超過解題運用與解題策略轉換等相關的數學知識；師資生並以此數學知識作為加減法運算的基礎，發展出小二學生對購物問題可運用之 HLT 模式，以利日後教學實驗證明執行的成效。

**關鍵字：** 加減法、解題、學習軌道

# Develop a learning trajectory on mathematical addition and subtraction operation through problem solving

Chen Chia Huang

National Taichung University of Education, Department of Mathematics Education

## Abstract

This study uses LTA theory as the basis to explore the mathematical addition and subtraction thinking and necessary knowledge of the pre-service teachers through the process of solving the problem, and then develops the learning trajectory of the addition and subtraction of the second-grade students. The research finds that the problem-solving performance and thinking of the pre-service teachers for the shopping problem of research design include the use of 1. patchwork method, 2. difference complement method, 3. average complement method, 4. symbolic reasoning strategies to solve the problem. The problem solving process is presented use the knowledge of coins, division and integration strategy, position value concept, continuous addition (subtraction) method, "multiple" concept, insufficient and more than the use of problem solving and problem-solving strategy conversion, etc.; Pre-service teachers use this mathematical knowledge as addition and subtraction based on the basis, the HLT model that primary school students can use for shopping problems is developed to facilitate the effectiveness of future teaching experiments.

**Key words :** Addition and subtraction, Problem solving, Learning trajectory.

# 台灣、中國和新加坡國小代數教材心智習性內容之分析與比較

林政廷<sup>1</sup> 陳嘉皇<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 台中教育大學數學教育學系碩士班 ms0523997@yahoo.com.tw

<sup>2</sup> 台中教育大學數學教育學系教授 chench1109@mail.ntcu.edu.tw

## 摘要

本研究採內容分析法，分析台灣、中國和新加坡三個國家之教科書內容，了解這三個國家國小高年級階段教科書設計的代數主題包含的心智習性類型和比例，並比較代數主題之特色，以期能提供教學實務應用。研究發現：一、三個國家之代數主題提供發展心智習性的內容，以數學思考與理解和抽象化兩大數學能力為主，兩心智習性合計比例約 85%。二、台灣教材較注重觀察問題中變數發展的趨勢及比較不同解題策略優缺點；中國教材則重點置於計算的一般化，透過類題的熟練和問題情境的擴展，以達到讓學生能有效地計算各式題目的目的；新加坡教材則明顯強調理解問題，加強培養學生理解問題中變數之間關係的能力。三、台灣教科書特色為：1. 呈現不同解題策略的比較以增進學生對於解題規則的理解；2. 透過觀察、歸納問題中變數的關係培養邏輯推理能力。中國教科書特色為：1. 反覆練習基本問題以提升計算流暢度；2. 融入生活情境問題發現生活中的數學。新加坡教科書特色為：1. 算數題目與代數題目做連結以彌補學生代數學習之間隙；2. 反覆練習基本變數關係奠基代數解題的能力。

**關鍵字：**心智習性、教科書、代數

# Analysis of Algebra Habits of Mind in Taiwan, China and Singapore's Elementary School

Cheng-Ting Lin<sup>1</sup> Chia-Huang Chen<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Master class, Department of Mathematics Education, National

Taichung University of Education

<sup>2</sup> Professor, Department of Mathematics Education, National

Taichung University of Education

## Abstract

The purpose of this study is to use content analysis method to analyze the contents of textbooks in Taiwan, China and Singapore. The mainly focus is to explore the types and ratios of habits of mind of Algebra themes in the textbooks of fifth and sixth grade students from these three countries. Further, after exploring the types and ratios, comparing every different characteristic of Algebra themes is to provide application to pedagogics. The thesis discusses the findings : 1. Contents of algebra themes developing habits of mind is focus on two abilities of mathematic thinking and abstraction. The total ratio of the two habits of mind is 85%. 2. Taiwan's course materials focus on observing development and trend of variables in questions and compare the pros and cons of different problem-solving strategies; China's course materials focus on the general calculating, dexterity to questions and expansion of question situation so that students can solve different types questions efficiently; Singapore's course materials focus obviously on realizing questions and cultivating students to enhance the ability of understanding the relation of variables. 3. The characteristics of Taiwan's course materials : (1) Compare different problem-solving strategies for students to enhance realization to problem-solving rules; (2) Observe and summarize the relation of variables to cultivate inferential capacity. The characteristics of China's course materials : (1) Practice constantly basic questions to improve calculation fluency. (2) Blend in life situation questions to discover mathematic in our life. The characteristics of Singapore's course materials : (1) Associate calculating questions with algebra questions to supply any deficiency when students learn algebras. (2) Practice constantly basic variable relation to firm the ability of solving algebra questions.

**Key words :** Habits of mind, Textbook, Algebra

# 計算機融入美國國中數學教科書「連結數學」之研究

范雅婷<sup>1</sup> 楊德清<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立嘉義大學數理教育所 tina12345920@gmail.com

<sup>2</sup> 國立嘉義大學數理教育所 dcyang@mail.ncyu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在分析計算機教材融入美國國中數學教科書「連結數學(CMP)」中，佈題之目的與特色。採用內容分析法，以立意取樣選取上述教科書為樣本。結果顯示：CMP 將計算機定位為學生隨時可以使用的解題工具。在教科書中，計算機使用的佈題目的可以分為四種，「熟悉功能鍵操作」、「開發數學概念」、「結果計算的驗證」與「直接結果計算」。在特色中，教科書於計算機活動後安排開放式問題，注重學生在工具使用上的省思能力。安排多元的真實情境問題，引導學生善用計算機解決繁瑣的算術問題，加速數學概念的生成。在教材內容編排上，依學習目標的不同，教科書所呈現計算機教材的方式，可分為直接融入與獨立分節的形式，以便學生清楚地了解計算機活動的內容。本研究結果將有助於我國新課綱推動計算機融入數學教學之政策，提供計算機融入教科書之參考方針。

**關鍵字：**計算機、連結數學

# The study of calculator into American mathematics textbook " Connected Mathematics Program "

Ya-Ting Fan<sup>1</sup> and Der-Ching Yang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Graduate Institute of Mathematics Education, National Chiayi University

<sup>2</sup>Graduate Institute of Mathematics Education, National Chiayi University

## Abstract

The key aim of this study was to analyze the purpose and characteristics of calculator integrated into the American mathematics textbook. This study applied the content analysis method and the Connected Mathematics Program was selected as the sample. The results showed that "Connected Mathematics Program" argue the calculator as a problem solving tool and students can use it at any time. In textbooks, the attributes of the mathematical content used by calculator can be divided into four categories: "Familiarity with function key operations", "Development of mathematical concepts", "Verification of calculation result" and "Result calculations". The characteristics of textbooks arrange open-ended questions after calculating activities, paying attention to students' ability to think about tools. In the textbook, multiple real-world situation problems were designed, and guided students to use calculator to accelerate the resolution of complex arithmetic problems. The design of teaching materials based on the learning objectives. The way presented in the textbooks can be divided into direct integration and independent subsections, so that students can clearly understand the content of calculator related activities. The findings of this study can serve as the reference of Guideline of the new mathematics curriculum in Taiwan that calculator should be integrated into mathematics textbooks.

**Key words :** Calculator 、 CMP

# 繪圖計算機融入國中直角坐標與二元一次方程式的圖形之教學研究

林亮余<sup>1</sup> 楊德清<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立嘉義大學數理教育研究所 cyy89113@gmail.com

<sup>2</sup> 國立嘉義大學數理教育研究所 dcyang@mail.ncyu.edu.tw

## 摘要

本研究目的旨在探討繪圖計算機融入國中七年級數學直角坐標與二元一次方程式的圖形單元教學，教學後的學習表現與實踐歷程。為達研究目的，本研究採用個案研究法。個案為南部七年級學生，透過教學活動學習單、課室觀察、訪談與前後測試卷等方式來蒐集個案學生的多元評量資料，以進行結果的探討與分析。研究結果發現：1.透過教具繪圖計算機學習，有助於提升個案的學習動機及對概念的了解；2.透過存有迷思問題的設計，使個案於課堂中產生認知衝突之後，有助於釐清對此數學單元的相關迷思；3.個案可能透過繪圖計算機學習，過程中未發現其概念，導致學習概念未完全；4.在教學中使用教具可能導致學生日後依賴於教具，把教具抽離後可能無法習慣。最後，在教學後發現，個案後測答對率高，透過訪談也發現，利用繪圖計算機學習，確實可以幫助學生建立單元概念。

**關鍵字：**繪圖計算機、直角坐標、二元一次方程式圖形、學習動機

# The Study on the Integration of Graphing Calculator into Rectangular Coordinates and Two-Dimensional Equation Graphics in Middle Grade

Liang-Yu Lin<sup>1</sup> De-Ching Yang<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Graduate Institute of Mathematics and Science Education  
National Chiayi University

<sup>2</sup> Graduate Institute of Mathematics and Science Education  
National Chiayi University

## Abstract

The purpose of this study was to explore the integration of the graphing calculator into the seventh-grade mathematics rectangular coordinates and two-dimensional Equation graphics units, learning performance and practice after teaching. This study applied the case study. A seventh grader in south Taiwan was selected. Data was collected through the learning of activities, teaching observation, interview and posttest. The results showed that learning through the use of graphing calculator can help students improve her learning motivation and understanding of the concept. After the case of generating a cognitive conflict in the classroom through the design of misconception, it helps to clarify the relevant misconception for this mathematical unit. In addition, the finding showed that the student's mathematics concepts could not be developed well and the use of teaching aids in teaching may lead students to rely on teaching aids in the future, and may not be accustomed when withdrawn from the use of teaching aids.

**Key words :** Graphing Calculator, Rectangular Coordinates, Two-Dimensional Equation Graphics, Learning Motivation.

## 兩位國中教師於理財中數學素養的專業成長

吳於臻<sup>1</sup> 李源順<sup>2</sup>

<sup>1</sup>臺北市立大學數學教育所在職專班 m10611106@go.utaipei.edu.tw

<sup>2</sup>臺北市立大學數學系教授 leeys@go.utaipei.edu.tw

### 摘要

本研究目的旨在探討兩位國中教師在理財中數學素養的專業成長，包括在個人、職業及社會等脈絡中，辨識、做及應用數學於理財中的情形。研究者採用個案研究法進行研究，研究對象是兩位現任國中在職教師，由研究對象主動提出與理財相關的議題互相討論來促進兩位教師的成長。收集的資料包括每次討論的錄音檔、書面資料、網路相關資訊、計算過程筆記等...，並藉由 PISA 數學素養中的各向度來分析，最後統整並討論。本研究發現兩位國中教師在數學素養的成長有(一)更能在理財情境中形成數學問題、(二)對於理財中的數學問題更具備分析與批判的能力、(三)對於問題解決的數學結果，更能推論、詮釋。最後建議可將理財相關課題融入課室的課程與教學之中，提升學生數學素養的成長。

**關鍵字：**數學素養、理財、專業成長

# Professional growth of mathematics literacy among two middle-school teachers in financial management

Yu-Chen Wu<sup>1</sup> Yuan-Shun Lee<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Graduate Institute of Mathematics Education, University of Taipei

<sup>2</sup>Department of Mathematics, University of Taipei

## Abstract

The purpose of this research is to explore the professional growth of mathematics literacy in two middle-school teachers who are in the specialised field of financial management. This includes individuals, professionals, societal, as well as identifying, performing, and applying mathematics in the financial management. Researchers used a case study to perform the research, where the targeted individuals is on two present middle-school teachers. This research is to allow the teachers to actively provide information and debatable topics to promote their growth through data collection, includes recordings files of every discussion, written materials, network related information, calculation process notes, etc., analyse different aspects of PISA in mathematical literacy, and finally gather and discuss. This study at first found that the growth of the mathematics literacy in the two middle-school teachers has (1) More able to form mathematical problems in financial management situations. (2) the ability to analyse and criticise mathematical problems in the financial management. (3) Ability to infer and interpret mathematical results of the formation of mathematical problems. Lastly, it is suggested that financial management related topics can be integrated into the teaching curriculum as well as teaching in the classroom. This can result to enhance the growth of students' mathematical literacy.

**Key words :** mathematics literacy, financial management, professional growth

# 國教數學領域核心素養教學之行動研究—以「比和比值」為例

翁枝春<sup>1</sup> 李源順<sup>2</sup>

<sup>1</sup>臺北市立大學數學教育所在職專班 M10611107@go.utapei.edu.tw

<sup>2</sup>臺北市立大數學系教授 leeys@go.utapei.edu.tw

## 摘要

本研究目的旨在透過教學行動研究探究教師轉化數學領域核心素養於教學之專業成長，研究過程蒐集每次會議的錄音檔、修改的教學設計、實踐教學的錄影檔、學生討論的相片記錄和研究者的省思，最後統整並討論。本研究發現研究者轉化數學領域核心素養的教師專業成長如下：(一)「轉」、「做」、「得」的教學設計，協助研究者掌握三面九項的核心素養。(二)核心素養並非僅是與情境結合，更重視思考歷程。(三)了解課本布題的安排，運用批判與反思的態度去分析課本教材的合理性。(四)教學更留意關鍵問題、布題、引導注意事項、預期學生反應，及實施後的回饋。最後，針對未來欲進行教學行動研究者給予建議。

**關鍵字：**比和比值、核心素養、教學行動研究

# Research On The Core Literacy Teaching Action In The Field Of Mathematics In The 12 Years Of The State — Take "comparison and ratio" as an example

Chin-Chun Weng<sup>1</sup>

Yuan-Shun Lee<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Graduate Institute of Mathematics Education, University of Taipei

<sup>2</sup>Department of Mathematics, University of Taipei

## Abstract

The purpose of this study is to explore the core literacy growth of teachers' transformational mathematics in teaching through the teaching action research. The research process collects the recording files of each meeting, the revised instructional design, the video files of the practical teaching, the photo records of the students' discussions, and the researcher's thoughts, and finally consolidates and discuss. This study found that the teacher's professional growth in the core literacy of the field of mathematics is as follows : (1)The teaching design of "transfer", "do" and "gain" helps researcher grasps the core literacy of three sides and nine items. (2) Core literacy is not only a combination of context, but also a focus on thinking. (3) Understand the arrangement of textbooks and use the attitude of criticism and reflection to analyze the rationality of textbooks. (4) Teaching pays more attention to key issues, guiding precautions, expected student responses, and feedback after implementation. Finally, give advice to researchers who want to conduct teaching action in the future.

**Key words :** ratio and ratio, core competency, teaching action research

# 國小職前教師數學教學風格之探究—加入文字探勘的分析方式

劉貞余<sup>1</sup> 謝佳叡<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 g110627013@grad.ntue.edu.tw

<sup>2</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 paris@tea.ntue.edu.tw

## 摘要

本研究以文字探勘搭配自我報導以及錄影觀察共三種不同的方式探討國小職前教師的數學教學風格。研究過程中以 Conti 的理論為基礎設計了數學教學想法問卷以及教學演示觀察表，並使用 Python 搭配 jieba 套件分析研究對象在教學演示時使用的話語，以三種面向描繪國小職前教師在數學教學演示時所展現的樣貌，並試圖找出各種教學風格類型的分類指標，綜合評估國小職前教師的數學教學風格類型。

目前樣本持續收集中，本文的分析僅針對第一階段收集到的 31 位樣本進行問卷分析與文字探勘，研究結果發現：一、大部份的職前教師在各層面的想法都偏向以學生為中心的教學風格。二、研究樣本可分為學生中心教學、折衷開放、學生中心評量共三種不同特質的群。三、教育學院背景的國小職前教師展現出更多的以學生為中心的數學教學風格。四、不同群的老師在用詞的詞頻上也有不同的展現。

**關鍵字：**文字探勘、國小職前教師、數學教學風格

# Mathematics Teaching Style of Preparation Elementary Teachers : Using Analytical Methods of Text Mining

Jhen-Yu Liou Chia-Jui Hsieh

Department of Mathematics and Information Education,  
National Taipei University of Education

## Abstract

This study explores the mathematics teaching style of the preparation elementary teachers in three different ways : text mining, self-reporting and video observation. Based on Conti's theory, the mathematics teaching style questionnaire and teaching demonstration observation table were designed. The Python and jieba kit were used to analyze the discourses used by the research subjects in the teaching demonstration. The appearance of the demonstration and trying to find out the various teaching style classification indicators, comprehensive evaluation of the mathematics teaching style of the preparation elementary teachers.

At present, the sample is continuously collected. The analysis of this paper only analyzes the 31 samples collected in the first stage. The results show that : First, most of the preparation elementary teachers' ideas at all levels are biased towards the student-centered teaching style. Second, the research sample can be divided into three groups of student center teaching, eclectic openness, and student center evaluation. Third, the preparation elementary teachers in the background of the College of Education show more student-centered mathematics teaching styles. Fourth, different groups of teachers also have different expressions on the word frequency of words.

**Key words :** Mathematics Teaching Style, Preparation of Elementary Teachers, Text Mining.

# 一位偏鄉國小教師數學教學專業成長個案分析

林原宏<sup>1</sup> 游自達<sup>2</sup> 楊晉民<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 國立臺中教育大學數學教育系 lyh@mail.ntcu.edu.tw

<sup>2</sup> 國立臺中教育大學教育系 yiu@mail.ntcu.edu.tw

<sup>3</sup> 國立臺中教育大學數學教育系 jinminyang@mail.ntcu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在進行一位偏鄉國小教師的數學教學專業成長歷程之個案分析，在數學師培者 (mathematics teacher educator) 與國小組成數學教學專業學習社群 (professional learning community for mathematics instruction) 的理念架構下，於為期兩年的縱貫性活動中，協助教師精進其數學教材內容分析、數學診斷評量分析討論、促進數學題意理解的教學策略、基模導向的數學教學、生活取向數學教材融入、教學案例分享。研究結果顯示，個案教師在上述各面向有所成長與改變，且個案教師在數學師培者與同儕的協助下，能察覺教學中數學語言與詞彙的重要，依據學童的先備知識進行教科書重整布題，並善用生活情境和操作活動讓學童瞭解數學意義，使用並引導學童應用表徵進行解題，透過評量分析瞭解學童困難與迷思成因，對其有效教學策略的活化運用有極大幫助。此外，在為期兩年期間，這位偏鄉國小教師的班上學童，數學成就平均數逐漸提升且標準差逐漸下降。本研究結果可提供十二年國民基本教育數學課程實施、數學教師專業精進的實踐和未來研究之參考。

**關鍵字：**偏鄉教育、教師專業成長、數學教學專業學習社群、數學課室研究

# A Case Study on the Professional Development of Mathematics Instruction for One Rural Primary Teacher

Yuan-Horng Lin<sup>1</sup> Tzu-Ta Yiu<sup>2</sup> Jinn-Min Yang<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

<sup>2</sup>Department of Education, National Taichung University of Education

<sup>3</sup>Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

## Abstract

The purpose of this research aims at investigating the professional development of mathematics instruction for one rural primary teacher. This teacher participates in professional learning community (PLC) for mathematics instruction with which are organized by one group of mathematics teacher educators and all teachers of the rural primary school. This study is a longitudinal study with two years. All the teachers in the PLC are cultivated in many issues of mathematics instruction. They include : (1)structures of mathematics curriculum; (2)diagnosis of children's mathematics concepts; (3)instructional strategies for mathematics reading; (4)schema-based mathematics instruction; and (5) life mathematics in classroom. Results show that the rural primary teacher is promoted in many facets of mathematics instruction. They are : (1) understanding the importance of mathematics language and vocabularies ; (2) posing mathematics problems based on children's prior knowledge; (3)adopting life mathematics to help students understand mathematics concepts; (4) using proper mathematics representation to interpret mathematical meanings; (5) realizing children's difficulties and misconceptions based on assessment. In addition, in according to the mathematics assessment, the mean scores steadily increase and standard deviations decrease gradually. It means the positive effects of effective mathematics instruction. Based on the findings, the results could be the references for mathematics lesson study of 12-year Basic Education, professional development of mathematics instruction and future studies.

**Key words :** mathematics lesson study, professional learning community for mathematics instruction, rural education, teacher's professional development

## 數學放手玩～九九乘法遊戲融入小二數學課程之研究

陳欣民<sup>1</sup> 黃峰文<sup>2</sup> 張郁玲<sup>3</sup> 周濟仁<sup>4</sup>

<sup>1</sup>嘉義縣朴子市大同國民小學 chensinmin2003@gmail.com

<sup>2</sup>雲林縣維多利亞雙語中小學 dravic0626@yahoo.com.tw

<sup>3</sup>國立嘉義大學數理所 wawaling168@gmail.com

<sup>4</sup>嘉義縣朴子市大同國民小學 ttps@mail.cyc.edu.tw

### 摘要

本研究主要目的在探討將自編之「九九乘法」之遊戲式數學教學活動應用在課堂上，對學生認知與情意的影響。在開發適合小二學童之「九九乘法」遊戲式數學教學活動後，採質量並重的方式，透過課堂觀察、學生半結構式晤談、學習單等相關資料，探究學童的學習興趣及解題思考策略之轉變情形。研究結果顯示：(一)學童從遊戲中察覺並歸納解題策略；(二)學童能互相分享並應用新策略；(三)此活動能提升學童數學學習興趣。針對以上三個研究結果修正「九九乘法」數學教學活動，以及改進教學方法與技巧，提出對未來研究及課程、教學上的建議。

**關鍵詞：**九九乘法；「遊戲式」數學教學活動；學習興趣

# Math is fun~The Study on the integration of games into 2th grade Nine-nine multiplication table Instruction

Hsin-Min Chen<sup>1</sup> Feng-Wen Huang<sup>2</sup> Yu-Ling Chang<sup>3</sup> Ji-Ren Jhou<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Chia-yi Puzi Datong Elementary School

<sup>2</sup> Yun-Lin Douliou Victoria Academy

<sup>3</sup> Graduate Institute of Mathematics & Science Education

<sup>4</sup> Chiayi Puzi Datong Elementary School

## Abstract

The purpose of this research aims at investigating the influence on the elementary school students' cognition and sensitivity by applying the use of math games about "Multiplication Table". After developing "Multiplication Table" math game suitable for grade two students, we used both the qualitative and quantitative analysis to explore the transformation of learning attitude and mathematical problem solving strategies by classroom observation, semi-interview, and worksheets.

The results of this study include : (1)The students can aware and induction strategies; (2)The students can apply new problem solving strategies and share with each others. (3)The "Multiplication Table" math game can enhance students' learning attitude. Based on the results of this study, the researchers attempts to modify the "Multiplication Table" math game and propose certain conclusions for the future research design and the selection of multimedia materials.

# 理想數學教師之教學方法與表徵使用：菲律賓 STEM 著重高中之學生的觀點

謝豐瑞 王婷瑩 Juliano Parena Jr  
國立臺灣師範大學

## 摘要

許多學者致力於探討影響學生數學理解之因素，有些研究從理想教師的教學行為之角度切入。本研究使用謝豐瑞研究團隊所發展的研究工具（Hsieh, Wang, & Chen, 2017; Wang & Hsieh, 2017），來探討菲律賓學生關於理想教師應該使用之教學方法、數學表徵。

本研究採用線上施測的方式蒐集 386 位來自菲律賓 STEM 著重高中之學生的資料。結果顯示，關於理想教師應該使用的數學表徵，菲律賓學生對具體生活表徵、形式符號表徵的認同程度差異不大；關於哪類表徵能幫助其數學理解，菲律賓學生對於兩類表徵的認同程度亦差異不大。而理想教師應使用的表徵、能幫助學生數學理解的表徵之前三名皆為正式方式（例如，定義）、例子、圖形表徵。

關於教學方法，無論理想教師該使用或是能幫助學生數學理解，菲律賓學生皆認同教師想法闡述、學生自主活動，高於啟發探討。而菲律賓學生認為最能幫助他們數學理解之教學方法的前五名則為白話講解、動手操作、澄清解釋同學疑惑、帶領學生觀察歸納、要求學生上台做題。

**關鍵字：**教學行為、表徵、教學方法、數學理解

# A look into teaching behaviors and use of representations by ideal mathematics teachers : Perceptions of Senior High School-Stem students from a school in the Philippines

Feng-Jui Hsieh   Ting-Ying Wang   Juliano Parena Jr  
National Taiwan Normal University

## Abstract

The desire to identify the factors that play an influence in students' understanding of mathematics in East Asian countries gained consistent interests worldwide. Using the instrument developed by Hsieh's team (Hsieh, Wang, & Chen, 2017; Wang & Hsieh, 2017) in Taiwan, two dimensions, teaching methods employed by teachers and their use of representation in their lessons, were used to investigate the preferences of 386 Philippine Senior High School-STEM students.

The method of on-line survey was used to collect students' data. The results show that in terms of helpful in their understanding, Philippine students endorsed the factors *concrete and real-life representations* and *formal and symbolic representations* to almost similar degrees. The results also show that the top three use of representations preferred by the students are use of formal approach, use of examples, and use of graphs.

Regarding teaching methods, the students endorsed the factors *idea elaboration* and *student active-learning activities* to a higher degree than *heuristic inquiry*, respectively. The top five teaching methods perceived by students to be helpful in their understanding are the use of simple and clear words, use of hands-on activities, use of explanation to clarify, guide us in observation, and asking the students to solve problems on the boards.

**Key words :** teaching behaviors, representation, teaching method, mathematics understanding

# 數學遊戲融入教學對七年級社團學習動機及學習成就影響之行動研究

秦爾聰<sup>1</sup>，吳國銘<sup>2\*</sup>，吳昇峰<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 國立彰化師範大學科學教育研究所 abechin@cc.ncue.edu.tw

<sup>2</sup> 國立彰化師範大學科學教育研究所 guo995@gmail.com

<sup>3</sup> 雲林縣斗六國民中學 zoidnick01@gmail.com

## 摘要

本研究目的在探討實施數學遊戲融入教學，對於國中七年級學生的數學學習動機、學習成就的影響，以及在設計、實施數學遊戲融入教學的過程中，所遭遇的問題與解決方法為何？本研究採行動研究法，自 2016 年 9 月至 2017 年 6 月，依教學方法的調整進行三個循環之行動研究。研究工具採用 Chin, Lo, Yeh (2016) 開發的數學學習動機量表、學生段考成績、教學反思、學生學習單、課室錄影、學生晤談，以成對樣本 t 檢定進行統計分析並輔以質性資料佐證。

研究結果發現要用數學遊戲融入教學提升學生能力與興趣，在設計及執行活動時需注意以下二點：

- 一、遊戲方式要和數學計算技巧結合，讓中低成就學生可以在遊戲期間大量練習運算步驟。
- 二、學習單內容要有計畫的引導學生反思一些重要的定義和常見的迷思概念，讓中高成就學生能有更多的腦力激盪與高階思考。

研究者發現教學活動設計符合這兩個要素的單元，學生的段考成績有良好的表現。最後根據研究結果，提出各項建議，以供教育人員、家長、學生及未來研究之參考用。

**關鍵字：**遊戲融入、學習動機、學習成就

# The Action Research of Integrating Games into Seventh Grade Mathematics Teaching in Student Party and Its Influence on Students' Learning Motivation and Achievements

## Abstract

This study is aimed at exploring the effects of the integrating mathematical games into mathematical teaching on math learning motivation and achievement of 7th grade students and solving the difficulties of design and implementation. The researcher used action research to conduct a warm-up and two-phase activities. The study was conducted from September, 2016 to, June, 2017. The main data collection includes students' work sheets and feedbacks, teacher's feedbacks, observation diaries, classroom teaching video tapes, interview records, and Math learning motivation Index (Chin, Lo & Yeh, 2016). The researcher used "Paired Sample t-test" to analyze student's math learning motivation and achievement.

The main discoveries are as follow :

First, the gameplay method is combined with mathematical calculation techniques so that low- and medium-achievement students can practice a lot of calculations during the game. Second, it is necessary to have a plan to guide students to reflect on some important definitions and misconception, so that high-achievement students can have more brainstorming and higher-order thinking.

The researchers found when the teaching activities are designed to meet the two elements, the students' scores have a good performance. According to the research result, I hope each proposed suggestion can be beneficial to the educators, parents and students.

**Key words :** Integrating Games 、 Learning Motivation 、 Learning Achievement

# 和算家會田安明《改精算法》之題目探討與反思

陳映竹<sup>1</sup>、英家銘<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 <sup>1</sup>labulabuwind@gmail.com

<sup>2</sup>j.m.ying@mail.ntue.edu.tw

## 摘要

本文旨在探討日本江戶時期的和算家會田安明（1747-1817）之著作《改精算法》（1785）的內容。本文分析會田安明的數學理念，並藉此反思現今數學教育，考慮數學理念的不同所看待的方式有何差異。本文主要由序文及書中挑選兩題題目作討論，展現出會田安明對於所謂「精要」的定義為何；而研究者也在經過分析題目後，了解到不同數學理念下，對於數學學習是否要與現實生活連結的看法會產生歧見，但本質上都是為了能幫助學生學習數學。

**關鍵字：**《改精算法》、會田安明、和算

## A Reflexion and Investigation on *Kaisei sanpo* by Japanese mathematician Aida Yasuaki.

Yi-Chu Chen,<sup>1</sup> Jia-Ming Ying<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

<sup>1</sup>labulabuwind@gmail.com

<sup>2</sup>j.m.ying@mail.ntue.edu.tw

### Abstract

This paper aims to explore the contents of the *Kaisei sanpo* (1785) written by Japanese mathematician Aida Yasuaki (1747-1817). We analyse Aida's rationale toward mathematics, and with our analysis we reflect upon modern mathematics education and how different rationales toward mathematics produce distinct ways of composing mathematical treatises. We use the preface and two problems in Aida's work to show the key idea in his work : “*seiyo* 精要”. The authors realised, after the analysis of his work, that under different rationales toward mathematics, there can be very different opinions as to how mathematics learning ought to be linked to real life, but essentially these different rationales and approaches are for the learning of mathematics.

**Key words :** *Kaisei sanpo*, Aida Yasuaki, Japanese mathematics

# 從數學專業學習社群看教師教學轉變與學生學習成效-以南投某國小為例

楊晉民<sup>1</sup> 黃雅蘭<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺中教育大學數學教育學系 jinminyang@mail.ntcu.edu.tw

<sup>2</sup> 國立彰化師範大學科學教育研究所 a0921707634@gmail.com

## 摘要

教師專業學習社群(professional learning community, PLC) 是在教學共享、協同合作和專業支援概念下組成有效的教師專業成長架構，也是提升學生學習成果的有效方法之一。本研究透過數學專業學習社群之運作，探究教師教學和學生學習的轉變，找到建立教師專業學習社群的有效組成模式以及學生學習的現況。本研究發現學校行政的高度支持和參與，以及數學教學實務豐富的教師參與，是教師專業學習社群運作成功的有效模式。同時，從兩次學生參加國民小學及國民中學補救教學科技化評量的結果發現，學生的學習成就也有所提升。

**關鍵字：**教師專業學習社群、教師專業發展、數學學習、數學教學

# Exploring Teacher's Shifts and Students' Learning from Mathematics Professional Learning Community—Taking an Elementary School in Nantou as an Example

Jinn-Min Yang<sup>1</sup> Ya-Lan Huang<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics Education, National Taichung University of Education

<sup>2</sup> Graduate Institute of Science Education, National Changhua University of Education

## Abstract

The professional learning community (PLC) is an effective teacher professional growth framework under the concepts of teaching sharing, collaboration and professional support. It is also an effective way to improve students' learning. This study explores the transformation of teacher teaching and student learning through the operation of the mathematics professional learning community, and finds the effective composition model of the teacher professional learning community and the improvement of student learning. This study found that the support and participation of school administration, as well as the participation of teachers with rich mathematics teaching practices, is an effective model for the successful operation of teachers' professional learning communities. At the same time, from the results of taking two exams on Project for Implementation of Remedial Instruction Technology-based Testing system, established by the K-12 Education Administration, the students' learning achievements have also improved.

**Key words :** professional learning community, teacher empowerment, mathematics instruction, mathematics learning

# 個案資優生對百分率計算式關係性理解之研究

方盈云<sup>1</sup>、劉祥通<sup>2</sup>

<sup>1</sup>國立嘉義大學數學教育研究所 anayingyun@gmail.com

<sup>2</sup>國立嘉義大學數學教育研究所 shiangtungliu@gmail.com

## 摘要

數學知識分成程序性知識與概念性知識，關係性的理解是程序性知識與概念性知識連結的結果，此連結的過程要透過觀察與辨識與反思的活動，所以關係性的理解可以說是數學教育的重要目標之一。百分率單元是學生學習分數與小數的進階單元，尤其是基準量改變與基準量未知的問題特別困難。有一位六年級的男性資優生，在資優資源班就讀，雖提早入學，卻有很好的學業成就，因此本研究想探討他在面對百分率難題上的關係性理解。

本研究採個案研究法。研究者設計有別於課本、參考書的非例行性題目的工作單。工作單是基準量未知基礎題、基準量改變基礎題，與基準量未知進階題共三大題，每一大題有 3 小題分別為：針對計算式作圖以表示數字間的關係，寫出計算式的數學意義，針對計算式編擬對應的文字題。

研究發現：1.個案在回答計算式的數學意義時，雖不擅長使用數學語言解釋數學意義；2.從編擬文字題表現來看，在計算式與數學文字題的連結也不夠緊密；3.但從作圖題可以看出個案能畫出數字之間的倍數關係。再考量訪談的證據，綜合來說，個案已經掌握計算式的關係性理解。

**關鍵字：**百分率問題、資優生、關係性理解、擬題

# A Study on the Relational Understanding of a gifted case on the Task of Percentage Sentences

Fang Ying-yun<sup>1</sup>, Shiangtung Liu<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Graduate Institute of Math & Science Education  
National Chiayi University

## Abstract

Mathematical knowledge is divided into procedural knowledge and conceptual knowledge. Relational understanding is the result of the connection between procedural knowledge and conceptual knowledge. The process of this connection is through observation and identification and reflection activities, so relational understanding can be said to be mathematics. One of the important goals of education. The percentage unit is an advanced unit for student learning scores and decimals, especially the problem of baseline change and baseline quantity being unknown. There is a sixth-grade male gifted student who is studying in a gifted resource class. Although he has early entry, he has good academic achievements. Therefore, this study wants to explore his relationship understanding in the face of the percentage problem.

This study uses a case study method. Researchers design worksheets that are different from non-routine topics in textbooks and reference books. The work order is the basic question of the baseline quantity unknown, the base quantity change basic question, and the three basic questions of the baseline quantity unknown advanced question. Each big question has 3 small questions : for the calculation type to represent the relationship between numbers, Write the mathematical meaning of the calculation formula, and compile the corresponding text problem for the calculation formula.

The study found that : 1. When answering the mathematical meaning of the formula, the case is not good at using mathematical language to explain the meaning of mathematics; 2. From the performance of the compiled text, the connection between the formula and the mathematical problem is not close enough; However, it can be seen from the drawing problem that the case can draw a multiple relationship between numbers. After considering the evidence of the interview, in general, the case has mastered the relational understanding of the calculation.

**Key words :** percentage question, gifted students, relationship understanding, problem posing

# 金融教育融入國中八年級數學領域學習成效之研究

謝建吉<sup>1</sup> 劉宣谷<sup>2</sup>

<sup>1</sup>國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 lingsa@gmail.com

<sup>2</sup>國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 hkliu.ntue@gmail.com

## 摘要

本研究主要探討金融教育融入國中八年級數學領域的學習成效，採用準實驗研究法，針對臺北市某國中八年級的兩個普通班學生，分為實驗組 26 人與控制組 28 人，進行共四個數學主題，四堂課的教學觀察。實驗組學生將金融概念融入數學課程，控制組學生則分別進行講述式數學課程與講述金融教育課程，試圖了解兩組學生在參與數學與金融教學前後，其數學學習表現、動機與興趣的改變，並依據「金融理財知識與數學學習表現、動機、興趣問卷」之前後測得分進行統計分析，學生課程回饋單加上學生訪談進行質性資料收集與文件分析。

**關鍵字：**金融教育、數學學習、數學學習態度

# An Experimental Research on The Integration of Financial Education into The Mathematics Curriculum of Junior High School Eighth-grade

Jian-Ji Hsieh<sup>1</sup> Hsuan-Ku Liu<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

<sup>2</sup> Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

## Abstract

This study mainly focuses on the integration of financial education into the mathematics field of the eighth grade mathematics in the country. It uses the quasi-experimental research method to target two ordinary students in the eighth grade of a certain city in Taipei. There are 26 students in class A and 28 students in class B. Four mathematics themes are taught in four lessons. Class A students in the experimental group were integrated into the mathematics curriculum in the financial education, and students in the B group in the control group conducted the Narrative Mathematics Course + Financial Education Course, trying to understand the changes in mathematics learning performance, motivation, and interest of the experimental group students before and after participating in the financial education teaching. Whether it is higher than the control group students, and based on the "financial financial knowledge and mathematics learning performance, motivation, interest questionnaire" before and after the test score for statistical analysis, student curriculum feedback form plus student interviews for qualitative data collection and document analysis.

# 以活動本位課程提升高級中等學校籃球聯賽球員的理財觀念之研究

葉聖恩<sup>1</sup> 劉宣谷<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 ivanya0712@gmail.com

<sup>2</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 hkliu.ntue@gmail.com

## 摘要

本研究目的旨在探討以活動本位課程提升高級中等學校籃球聯賽球員的理財觀念之實施情形，分別從課程設計、教學策略與實施成效進行探討。本研究教學授課搭配活動本位教學策略，課程中融入數學素養加以引導，期望讓這些學生球員能在輕鬆的學習環境下，提升金融素養並建立基礎的理財觀念，能讓這些學生球員除了打球之外有多一點理財的想法，在未來出社會後多一份保障。本研究對象為本校男子、女子籃球隊共計 36 位球員，實施為期四周共八節課的教學，利用課餘、練球前後的時間實施教學，並由原授課教師擔任協同合作教師，進行觀察記錄與錄影。本研究設計在課程開始前以自編的基礎金融知識與態度問卷、儲蓄知識問卷、風險管理問卷對學生進行問卷前測，在結束後分別進行後測，作為統計考驗的基礎，來分析金融素養是否有所提升。課程參考金管會個人理財國中、高中、高職篇設計授課內容，並用學習單來檢視學生學習狀況。最後在課程結束後，與協同合作教師以及學生進行訪談，以瞭解學生對教學的回饋與建議，同時研究者總結在理財教學知能的成長與課程設計的收穫。

**關鍵字：**金融素養、金融教育、儲蓄、風險管理

# Research on Improving the Financial Management Concept of Senior Secondary School Basketball League Players by Activity-based Curriculum

Sheng-En Yeh<sup>1</sup> Hsuan-Ku Liu, Ph. D.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

<sup>2</sup> Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

## Abstract

This current study aims at investigating whether the practice of activity-based curriculum can raise the concept on Financial Management of the basketball players on High School Basketball League (HBL). This study analyzes the effectiveness of the activity-based curriculum from the design of the course, and the teaching strategies. The researcher adopted activity-based teaching strategy and guide the students with mathematical literacy in the target class. Furthermore, situated learning and mathematical literacy are both applied in the target class. The researcher expects those students, who are also basketball players can raise their financial literacy and build up the basic concept on financial management, which can help the basketball players have basic ideas on financial management and they can also have plans in their future. The participants of the current study are totally 36 boys and girls basketball players from the high school where the researcher teaches. A total eight courses will be conducted in their extracurricular time for four weeks. The teachers who used to teach the target class works as the cooperated teacher to the current research. All the teaching activities are video recorded and observed by the researcher. Pre-test is conducted before the curriculum. Basic Financial Knowledge and Attitude Survey, Knowledge of Deposit Survey, Risk Management Survey are applied. The same survey is used as the post-test after the eight-week courses. The results are analyzed to ensure the students have raised their financial literacy. The curriculum in the current study is adopted from the financial education courses for high schools and vocational schools from Financial Supervisory Commission (FSC), and the worksheet designed by the researcher is also used in the class for checking students' learning. An interview with the participants is conducted by the researcher and the cooperative teacher at the end of the eight-week courses. The interview aims at both collecting the feedback and suggestion from the participant students and concluding the achievement of the course design by the researcher.

**Key words :** Financial literacy 、 Financial education 、 Saving 、 Risk Management

# 擬真實金融情境融入國小整數四則運算教材之研究

廖柔捷<sup>1</sup> 劉宣谷<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 jouchieh2013@gmail.com

<sup>2</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 hkliu.ntue@gmail.com

## 摘要

本研究目的旨在探討擬真實金融情境融入數學教材，應用於國小五年級數學整數四則運算單元教學之成效。研究對象為新北市某國小 33 位五年級學生，以準實驗研究進行為期二週、每週 5 堂的數學課程，其中實驗組學生採用「擬真實金融情境融入數學之教材」、對照組學生採用原版本數學教材，並搭配研究者自編之金融教材；於課程結束後以整數四則運算試卷對參與研究學生進行施測。本研究以共變數分析探究「擬真實金融情境融入數學教材」對學生整數四則運算學習的成效，同時在課程實施期間，收集學生回饋單及訪談紀錄等質性資料，與「數學態度量表」、「金融基礎觀念量表」的量化資料，進行分析與了解「擬真實金融情境融入數學教材」對學生數學態度與金融基礎觀念的影響。研究結果發現：

- 一、「擬真實金融情境融入數學教材」可提升國小五年級學生理解及判斷整數四則運算原則之能力。
- 二、「擬真實金融情境融入數學教材」顯著提升國小五年級學生數學學習動機。
- 三、將金融情境融入數學課程或直接講授金融教材均能提升國小五年級學生正確之金融基礎觀念。

**關鍵字：**擬真實情境、金融教育、整數四則運算

# The Research of Teaching materials of Four Arithmetic Operations intergrating with Authentic Financial Situaion in Elementary School.

Jou-Chieh Liao<sup>1</sup> Hsuan-Ku Liu<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

## Abstract

The purpose of this thesis is to research the effectiveness of applying teaching materials of four arithmetic operations integrating with authentic financial situation for the fifth graders in elementary school. The research target group is 33 fifth graders in an elementary school in New Taipei City. Quasi-Experimental Research Method is adopted in the math class for 2 weeks and there are 5 sections in each week. The experimental group students are using math materials integrating with authentic financial situations. The control group students are using original math materials accompanied with the self compiled materials of financial situations by the researcher. At the end of the instruction, a written test of four arithmetic operations was given to all the students in the research target group. Analysis of Covariance is used in this thesis to identify the learning effectiveness of students instructed with Four Arithmetic Operation Teaching Materials Integrating with Authentic Financial Situations. While the curriculum is instructed to the students, the qualitative data including the feedback investigation of students and the interview records, and the quantitated data including the scale of learning attitude toward math and the scale of concepts of basic financial knowledge are both collected to analyze and understand the influence of learning attitude toward math and basic financial concept of students instructed with the math teaching materials integrating with authentic financial situation.

The result of the research shows :

1. Math materials integrating with authentic financial situation will increase the ability in understanding and estimating four arithmetic operations of fifth graders in elementary schools.
2. Math materials integrating with authentic financial situation will increase the learning motivation of math of the fifth graders significantly .
3. Both math materials integrating with authentic financial situation and direct teaching materials of financial situations will improve the correct basic financial concepts of the fifth graders.

**Key words :** authentic situation, financial education, four arithmetic operation

# 國小五年級學生對數學素養導向試題看法之探究

邱靜玟<sup>1</sup> 謝佳叡<sup>2</sup>

<sup>1</sup>桃園市八德區八德國民小學 bobby6820chiu@gmail.com

<sup>2</sup>國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 paris@tea.ntue.edu.tw

## 摘要

十二年國民基本教育課程將於 108 學年度全面實施，其中核心素養導向是本次課程改革的主軸之一，相對應的素養導向評量試題也受到關注，包含試題的形式、特徵或評分方式則透過各種研習或教師專業成長課程宣達到教學現場老師。一般而論，數學素養題強調結合真實的情境，而這類題目是目前學生較少見到的題型。在素養導向襲捲未來數學教育現場的趨勢下，標榜學習者為中心的我們，是否忽略了「這樣的命題方式是否亦為學生所喜歡或接受的題型？」

有鑑於此，本研究試圖透過實徵調查方式，實際探求五年級學生對數學素養導向試題與一般課本題等兩種題型的讀題感受、理解程度、喜好程度與自我評分，並比較學生對於這兩類題型實際的作答情形。本研究採問卷調查的方式，研究樣本採方便取樣挑選桃園市某國小五年級 75 位學生填答問卷。本研究發現：(一)學生對於題目文字量多且有圖表的敘述方式感到更複雜與更難懂。(二)學生對於問題文字量少且有圖表的題目理解程度較高。(三)學生在一般課本題的得分高於數學素養題的得分。(四)學生最喜歡的是一般課本題的敘述方式，而素養題也是學生喜歡的題型之一。(五)學生對數學解題自信心不足。

**關鍵字：**數學素養、素養評量、課本試題、數學素養導向試題

# The study of Primary school fifth grade students' opinions in Mathematical Literacy-orientation questions

Ching-Wen Chiu<sup>1</sup> Chia-Jui Hsieh<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Taoyuan Municipal Bade Elementary School

<sup>2</sup>Department of Mathematics and Information Education, National Taipei University of Education

## Abstract

The 12-year National Basic Education Curriculum will be fully implemented in the 108th academic year. The core literacy orientation is one of the main axes of this curriculum reform. The corresponding literacy-oriented assessment questions are also concerned, including the form, characteristics or scoring method of the questions. Through the various study or teacher professional growth courses, the teacher will be reached at the teaching site. In general, mathematical literacy questions emphasize the combination of real situations, and such topics are currently fewer common types of students. Under the trend of literacy orientation sweeping the future of mathematics education, do we ignore the learner-centered, "Is this method of proposition also a question type that students like or accept?"

In view of this, this study attempts to explore the feelings, comprehension, preferences and self-scoring of the two types of questions, such as mathematics literacy-oriented questions and general textbook questions, through the actual survey method. The actual answering situation of these two types of questions. This study adopts the questionnaire survey method, and the research sample is convenient for sampling and selects 75 students from a fifth grade in Taoyuan City to fill in the questionnaire. The study found that : (1) Students are more complicated and more difficult to understand the amount of text and the way in which the text is presented. (2) Students have a high degree of understanding of the problem with a small amount of text and a chart. (3) The score of the students in the general textbook is higher than the score of the mathematics. (4) What students like most is the narrative style of general textbook questions, and the literacy questions are also one of the types of questions that students like. (5) Students have insufficient self-confidence in solving mathematics problems.

**Key words :** Literacy Assessment, Mathematical Literacy, Mathematics Textbook Questions, Mathematical Literacy-Orientation Questions.

# 八年級機率教學實驗：以樹狀圖為核心設計

許哲毓<sup>1</sup> 許芷雲<sup>2</sup> 單維彰<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 國立中央大學學習與教學研究所 cyhebe0937709363@g.ncu.edu.tw

<sup>2</sup> 國立中央大學數學系碩士班 winniehsu@g.ncu.edu.tw

<sup>3</sup> 國立中央大學數學系 shann@math.ncu.edu.tw

## 摘要

十二年國教數學領綱將於今(民 108 年)九月實施，但「不確定性」主題的機率課程卻還是集中在九年級。本研究將針對八年級學生為研究對象，設計以樹狀圖之思路，讓學生理解、解決機率問題之課程。並從中探究學生以樹狀圖為解題工具時，產生之錯誤類型。期望八年級學生能在機率知識上有所成長，並提早培育機率思維之素養。由前、後測的實徵數據發現，學生在經過樹狀圖之機率教學後，整體解決機率之能力確實有成長。研究亦發現在學習樹狀圖中，產生兩項錯誤類型，分別是一、樣本主體與事件之分類判讀；二、不對稱事件的機率值對應樹狀圖之表徵。

**關鍵字：**樹狀圖、機率思維、錯誤類型

# A Probability Teaching Experiment in Grade Eight : Tree Diagram as Design Core

Che-Yu Hsu<sup>1</sup> Chih-Yun Hsu<sup>2</sup> Wei-Chang Shann<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Graduate Institute of Learning and Instruction, National Central University

<sup>2</sup> Department of Mathematics, National Central University

<sup>3</sup> Department of Mathematics, National Central University

## Abstract

Curriculum Guidelines of 12-Year Basic Education Outline will be implemented this (2019) September, but the probability contents for the topic of "uncertainty" are still concentrated on the ninth grade. The purpose of this study was to design a new course with the core of tree diagram reasoning for students to understand and solve probability problems. We also explored the types of errors that students usually made when using the tree diagram to solve uncertainty problems. It is expected that the eighth-grade students' probability knowledge to evolve and the probability literacy to cultivate in an earlier grade. It was found that the students improved their probability literacy after learning of tree diagram. It was also found that two types of errors are generated in the tree diagrams, i.e. the classification and interpretation of sample objects and events; and the probability values of asymmetric events corresponding to the representation of tree diagrams.

**Key words :** tree diagram, probability, misconceptions

# 資訊融入國中三角形三心之補救教學設計

黃琪如<sup>1</sup> 姚如芬<sup>2</sup>

<sup>1</sup>嘉義市私立嘉華高級中學 lovecute363636@gmail.com

<sup>2</sup>國立嘉義大學數學教育研究所 rfyau@mail.ncyu.edu.tw

## 摘要

本研究旨在設計資訊融入國中三角形三心之補救教學，研究者依據個案學生在三角形三心的學習表現，同時參考「國民中小學九年一貫課程綱要」內之分年細目表、能力指標與資訊融入教學相關文獻設計出在三角形三心單元的數學補救教學活動，使用 Geogebra 軟體呈現三角形三心的意義與性質，並且在教學活動結束後使用 Kahoot 即時回饋線上測驗軟體，進行形成性評量；期望可使學生在教學活動中更有效率的理解三角形三心中數學概念，同時可立即回饋老師進行教學修正。

**關鍵字：**補救教學、三角形三心、資訊融入數學

# Design of Integrating Information Technology into Remedial Instruction for“Circumcenter, Incenter and Centroid of Triangles”

Chi-Ju Huang<sup>1</sup> JU-FEN Yao<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Chia Hwa Senior High School

<sup>2</sup> National Chiayi University

## Abstract

The purpose of this case study was to design integrating information technology into remediation teaching for Circumcenter, Incenter and Centroid of Triangles. The researchers designed Circumcenter, Incenter and Centroid of Triangles. Based on case student's performance, "Nine-Year integrated integrated Curriculum" and related literature , the researcher used the Geogebra software to design remedial instruction of Circumcenter, Incenter and Centroid of Triangles for students, and then use the Kahoot instant feedback online test after the teaching activities. Hopefully, this instructional design could help students learn Circumcenter, Incenter and Centroid of Triangles effectively.

**Key words :** Remedial teaching, Circumcenter, Incenter and Centroid of Triangles, information into mathematics

# 實體教具融入國小五年級體積教學之初探

陳夢雅<sup>1</sup> 張淑怡<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 myras9422@gmail.com

<sup>2</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 sic@mail.ntue.edu.tw

## 摘要

本研究目的旨在敘述實體教具融入國小五年級體積教學設計歷程中之教案調整，並了解學生的解題策略。為達研究目的，選用 1 立方公分的積木與 USL 方塊融入課程，採用設計研究法進行教學方案的設計。本研究結果發現：(一)教學方案因著研究者的教學反思並與專家討論後而調整，包括：增加實體教具與視圖的連結、加強「層」的概念、更換視圖、教師提問的修正、更換教具等。(二)學生透過實體教具的操作在國小五年級體積學習可以發展多元解題策略：1.長方體盒子體積的解題策略有：在盒子上作記號、描出底面在長寬作記號再找高、沿著長寬高滾動積木。2.複合形體體積的解題策略有有：不同面向的切割法、填補法、先切再補等。

**關鍵字：**實體教具、體積教學

# The preliminary study of teaching aid on assisting fifth graders in volume learning

Meng-ya Chen<sup>1</sup> Shu-I Chang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mathematics and Information Education College of Science, National Taipei University of Education

<sup>2</sup> Department of Mathematics and Information Education College of Science, National Taipei University of Education

## Abstract

The purpose of this study is to describe the adjustment of the teaching aids on fifth-grade in design of volume teaching, and to understand the students' problem-solving strategies. For research purposes, 1 cubic centimeter of building blocks and USL squares were used to integrate the curriculum, and design research was used to design the lesson plan. The results of this study found that : 1. The teaching program is adjusted after the researcher's teaching reflection and discussion with the experts, including : increasing the connection between the physical teaching aid and the view, strengthening the concept of the "layer", changing the view, correcting the teacher's question, and changing the teaching aid. 2. Through the operation of physical teaching aids, students can develop multi-question strategies in the fifth-grade volume learning of the National Primary School : (1) The problem-solving strategies of the rectangular box volume are : marking the box, drawing the bottom surface in the length and width as a mark, then finding the height, along the length and width. High rolling blocks. (2) There are some solutions to the problem of complex volume : different methods of cutting, filling, and cutting.

**Key words :** teaching aids, volume teaching

# 實體教具融入教學方案設計之歷程：以國小四年級體積為例

蔡宛伶<sup>1</sup> 張淑怡<sup>2</sup>

<sup>1</sup>國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 twl@yses.ntpc.edu.tw

<sup>2</sup>國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 sic@mail.ntue.edu.tw

## 摘要

本研究目的旨在利用實體教具融入四年級體積單元，探究教學方案設計歷程中之改變。為達研究目的，選用 1 立方公分積木融入課程，採設計本位研究法，透過循環歷程，形成教學方案。本研究發現：(一)實體教具選擇：初期考量學生操作方便之需求，選用 USL 方塊，中期納入多樣教具，最後回歸單一教具發展布題；(二)活動布題安排：初期過於強調具體操作，後期改以具體活動、再表徵活動及抽象活動三層次，作為順序編排；(三)關鍵提問與預期學童解題策略之思維調整：初期多以教師中心教學及學生正確解題為主，後期多採探索、開放之提問引導並思考學童可能錯誤解法；(四)強化二維平面與三維立體表徵的轉換：初期僅有二維對應三維之單向教學活動，後期改以二維與三維間之雙向教學活動。

**關鍵字：**實體教具、教學方案、體積

# The process of integrating Physical Manipulatives into the design of Teaching Plan –An example of taking Volume in the fourth-grade

Wan-Ling Tsai<sup>1</sup> Shu-I Chang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mathematics and Information Education College of Science, National Taipei University of Education

<sup>2</sup>Department of Mathematics and Information Education College of Science, National Taipei University of Education

## Abstract

The purpose of this study was designed to take advantage of the physical teaching aids into the fourth grade volume unit, exploration programs in the course of design changes. In order to achieve the research purposes, 1 cubic centimeters of building blocks were selected to incorporate the course, and the design standard research method was adopted to form the teaching scheme through the cycle process. This study concludes that : (1) The choice of physical teaching aids : initial consideration of the needs of students easy to operate, the selection of USL block, the medium term into a variety of teaching aids, and finally return to the development of a single teaching aids problem; (2) Activity Layout Arrangement : The initial emphasis on specific operations, the later changes to specific activities, re-characterization activities and abstract activities three levels, as a sequential arrangement; (3) Key questions and anticipated thinking adjustment of school students ' problem-solving strategies : In the early stage, the teaching of Teachers ' center and the correct problem solving were mainly solved, and the questions of exploring and opening up in the later stage guided and thought about the possible wrong solution of schoolchildren ;(4) strengthening the transformation of two-dimensional plane and three-dimensional representation : At the beginning, there were only two-dimensional one-way teaching activities corresponding to three dimensions, and the two-dimensional and three-dimensional teaching activities were changed in the later period.

**Key words :** Physical Manipulatives, Teaching Plan, Volume

# 實體教具融入發展二年級學生方塊計數能力之初探

鄭柔安<sup>1</sup> 張淑怡<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 joanne811203@gmail.com

<sup>2</sup> 國立臺北教育大學數學暨資訊教育學系 sic@mail.ntue.edu.tw

## 摘要

本研究目的旨在利用實體教具融入發展學生方塊計數能力之教學設計，於課堂實踐後進行調整，並探究學生之學習表現。為達研究目的，選用 3D 幾何魔粒方塊及三面架融入課程，採設計本位研究法，透過循環歷程，最後形成適合二年級學生方塊計數學習之教案。本研究初步發現：(一)課堂實踐後於「教具選擇」、「教學活動時間安排」、「教案、學習單修改」、「教學活動呈現方式」面向進行調整；(二)學生解題策略包括「挪移策略」、「分層計數」等；(三)學生錯誤策略包括「只計數表面可見方塊」、「漏數部分方塊」等；(四)整體而言，學生喜歡教具操作，教具不僅能幫助學生學習，亦讓學生更加專注於課堂中。未來將實驗於更多班級以達到教案之完備。

**關鍵字：**實體教具、學習表現、方塊計數

# A preliminary study on the integration of cube counting ability through entity teaching aids for second-year students

Jou-An Cheng<sup>1</sup> Shu-I Chang<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Mathematics and Information Education College of Science, National Taipei University of Education

<sup>2</sup> Department of Mathematics and Information Education College of Science, National Taipei University of Education

## Abstract

The purpose of this study is to integrate physical teaching aids into teaching design to development students' cube counting ability, and to adjust after the practice of the class, as well as to explore the student's learning performance.

In order to achieve the purpose of research, use 3D geometric cubes and three-sided frame in the course. Adopting design-based research, through the cycle process, a teaching plan of cube counting suitable for the second-year students is finally formed.

The preliminary findings of this study : (1) After the practice of the classroom, adjust the orientation of "teaching aid selection", "teaching time planning", "teaching plan and study list modification", and "teaching activity presentation"; (2) Students' problem-solving strategies include "moving strategies", "counting by layer", etc. (3) Student's mistake strategies include "only counting visible cube on the surface", "missing to count partial cubes", etc. (4) In general, students like teaching aids, teaching aids not only help students learn, but also make students more focused on the classroom. In the future, researcher will experiment with more classes to make the teach plan more complete.

**Key words :** Entity Teaching Aids, Learning Performance, Cube Counting

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                 |  |                |                |                 |                   |
|-----------------|--|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 數學備觀議教學實務(4)                           |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 民國 108 年 06 月 04 星期二 下午 15:40-下午 17:20 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 彰化縣二水鄉復興國民小學許扶堂退休教師/前彰化縣數學輔導團          |                |                |                 |                   |
| 十七、 研習內容規劃      |  |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 7. 研習時數安排       | 98%                                    | 10%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 希望能延長此類研習時數，2 小時實在是意猶未盡。               |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 94%                                    | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                     |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 95%                                    | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                     |                |                |                 |                   |
| 十八、 講師授課情形      |  |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                        | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 7. 講師與學員有互動及回應  | 96%                                    | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                     |                |                |                 |                   |

|                      | 很滿意<br>5                         | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
|----------------------|----------------------------------|---------|---------|----------|------------|
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 93%                              | 7%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項               | 講師講解得非常仔細。                       |         |         |          |            |
|                      | 很滿意<br>5                         | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 95%                              | 5%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項               | 無。                               |         |         |          |            |
| 十九、 學員自我幫助           |                                  |         |         |          |            |
|                      | 很滿意<br>5                         | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 92%                              | 8%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項               | 參與者認為此研習活動對專業成長頗有幫助，希望有更多類似研習活動。 |         |         |          |            |
|                      | 很滿意<br>5                         | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 98%                              | 2%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善事項               | 無。                               |         |         |          |            |
|                      | 很滿意<br>5                         | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |

|                                     |                                |    |    |    |    |
|-------------------------------------|--------------------------------|----|----|----|----|
| 3. 對於<br>日後的教<br>學或學習<br>工作有所<br>幫助 | 95%                            | 5% | 0% | 0% | 0% |
| 建議改善<br>事項                          | 雖然只有兩題數學題，但課程中研討出許多受用的教學內容及方法。 |    |    |    |    |

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                       |  |           |            |              |
|-----------------------|--|-----------|------------|--------------|
| 研習名稱                  | 108 課綱科技領域融入教學－以 Scratch 程式語言為例工作坊(台中場次) |           |            |              |
| 研習時間                  | 108 年 7 月 1 至 7 月 4 日(一~四)上午 9 時至下午 4 時  |           |            |              |
| 研習講師                  | 社團法人科丁聯盟協會 陳記住老師                         |           |            |              |
| 四、活動課程安排              |  |           |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                | <b>普通</b> | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%                   | 2%                                       | 0%        | 0%         | 0%           |
| 二、講師授課內容              |  |           |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                | <b>普通</b> | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%                   | 2%                                       | 0%        | 0%         | 0%           |
| 三、活動場地安排              |  |           |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                | <b>普通</b> | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 96%                   | 4%                                       | 0%        | 0%         | 0%           |
| 四、教學實際應用的助益度          |  |           |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                | <b>普通</b> | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 99%                   | 1%                                       | 0%        | 0%         | 0%           |
| 五、未來是否願意參加本中心舉辦之相關活動? |  |           |            |              |
| <b>願意</b>             |  |           | <b>不願意</b> |              |
| 100%                  |  |           | 0%         |              |

## 學員作品集

作品連結：<https://scratch.mit.edu/studios/19158673/>

## 20190701中教大培訓班

關注

專案 (90)

評論 (0)

策展員

動態

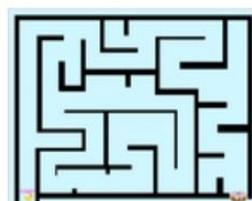
添加專案



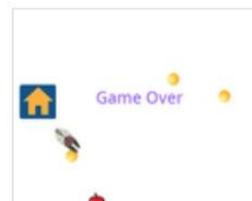
海底歷險記  
by annysles



蔡慧珍-接球撞Ladybug  
by thj8thj8



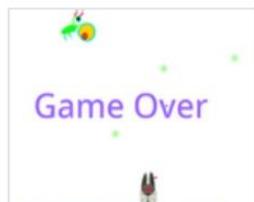
陳銘珠作業小雞吃甜甜圈  
by mzaquarius



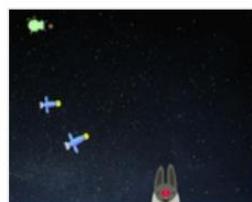
701  
by ylincd2019



陳育偉作業03-螢火蟲  
by tony8614



卓燕萍20190704蝙蝠捉...  
by jasephine



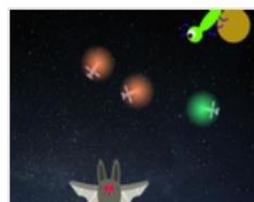
李韻如的蝙蝠吃螢火蟲  
by vicky860619



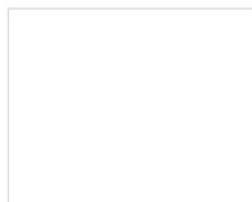
趙怡瑄作業-猴子吃香蕉-1  
by jessymoon



綠光森林—螢火蟲 (譚沛娟)  
by peggy101040



2019 A12 王雪瑜 螢火蟲  
by codyyuyu



林聰池作品-射擊黃球-10...  
by mz20190701mz



盧書錦作業01\_射雞蛋  
by lushuchin



詹明熹(追逐小精靈)版3  
by omiksmart



0704-中教大scratch研...  
by omiksmart



電流急急棒 (手機,電腦)  
by david20040403



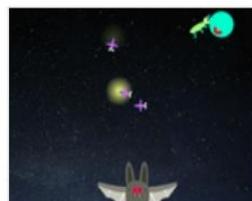
郭宸均2019A7潛水射魚  
by ruby051201



郭宸均子彈射飛機  
by ruby051201



童惠芬作業01 fish hunti...  
by whayfen



陳記住2019 A12 firefly  
by notemaker



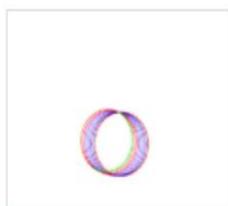
滑鼠撒花 承恩  
by y2222



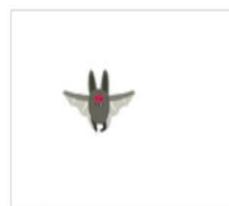
2019 滑鼠撒花  
by notemaker



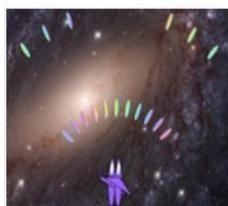
陳育偉作業01-fish hunti...  
by tony8614



圓  
by david20040403



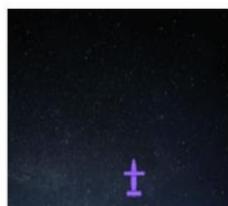
2019 函式積木應用  
by notemaker



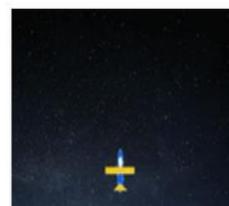
飛機大戰 于皓  
by vickvickvick



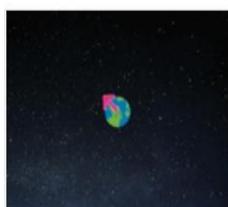
電流急急棒 于皓  
by vickvickvick



王佩琪飛機.SB3  
by vck1225



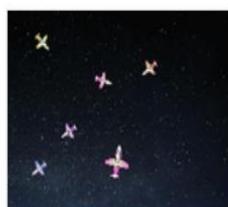
陳育偉作業02-戰機  
by tony8614



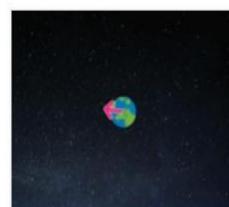
楊承恩 電腦療癒課程  
by y2222



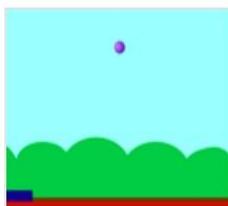
飛機空戰-譚沛娟作業  
by peggy101040



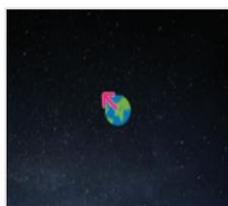
A11 fight of flight  
by notemaker



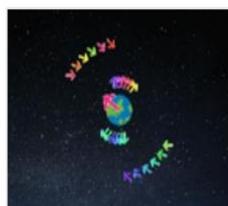
張鈺卿作業02地球保衛戰  
by ocyc



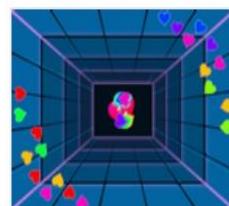
彈球遊戲  
by ocyc



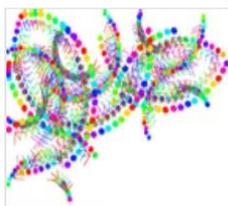
周哲煒 心靈保衛戰  
by david20040403



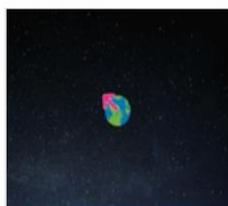
A13 心靈療癒課程  
by notemaker



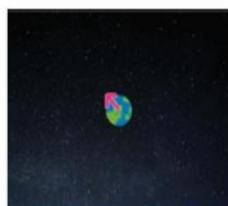
趙怡瑄的作業-heart  
by jessymoon



王佩琪作業2  
by vck1225



A13 心靈療癒課程 李韻如  
by vicky860619



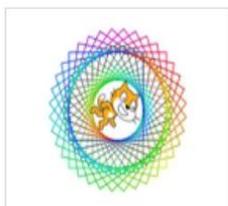
林美秀作業02\_A12心靈...  
by shew7777



心靈療育課程 張碧瑛  
by tinandalice5434



郭宸好 恐龍跳跳  
by 120112011201



郭宸好 貓咪跑步 (無限...  
by 120112011201



心靈療育課程 郭宸好  
by 120112011201



Flappy Bird remix-2  
by squid2k13



王佩琪作業1  
by vck1225



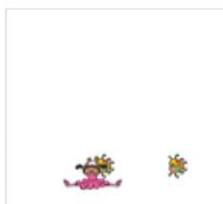
拉霸機 承恩  
by y2222



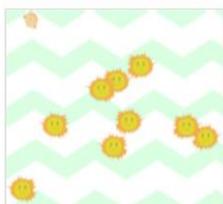
趙怡瑄作業-猴子吃香蕉  
by jessymoon



陳桂芳作業02漁夫射魚  
by annysles



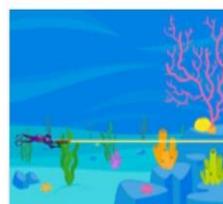
吳佳玲作業 01 嚇一跳  
by linda20190701



陳桂芳作業01十個太陽  
by annysles



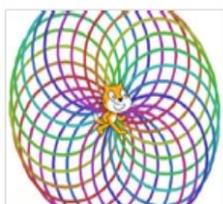
黃土容  
by marchnm0826



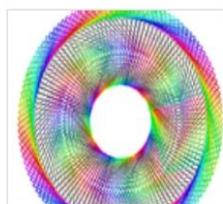
卓燕萍海底捕魚  
by jasephine



林美秀作業01 fish hunti...  
by shew7777



吳佳玲  
by linda20190701



張碧瑛  
by tinandalice5434



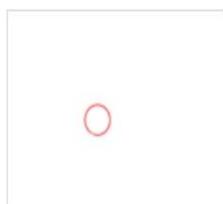
Untitled-4  
by peggy101040



譚沛娟 作業  
by peggy101040



畫圓  
by peggy101040



蓋章  
by tony8614



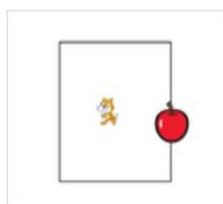
王雪瑜 潛水射魚  
by codyuyu



陳記住作業01 fish hunti...  
by notemaker



10807中教大scratch研...  
by mz20190701mz



貓咪逃脫  
by 120112011201



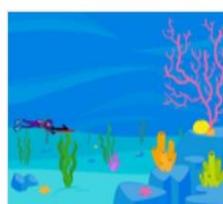
反射角度範例(鯊魚專案  
by 120112011201



郭宸妤 潛水射魚  
by 120112011201



B  
by show2lai



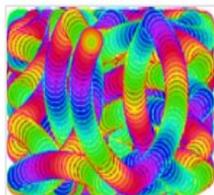
fish hunt01  
by mz20190701mz



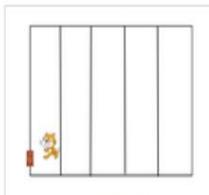
淺水射魚-雷射光  
by peggy101040



Untitled-10  
by david20040403



Untitled-216  
by notemaker



無法逃獄的貓 2.0(失敗)  
by david20040403



恐龍大暴走  
by codyuyu



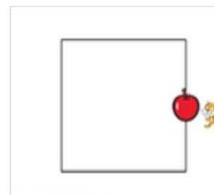
A04 butterfly  
by annysles



2019 dino jump  
by notemaker



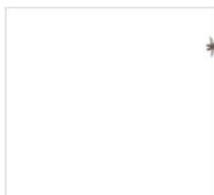
2019 escape from cage  
by notemaker



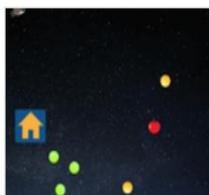
無法逃獄的貓 remix  
by notemaker



無法逃獄的貓  
by david20040403



20190702 number of ball  
by notemaker



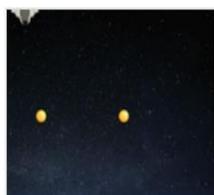
02 蝙蝠吃水果  
by annysles



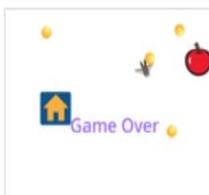
Untitled-2  
by ruby051201



game  
by david20040403



A02  
by show2lai



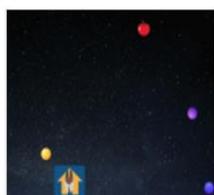
A02 (1)  
by jasephine



老鼠得分吃蘋果  
by 120112011201



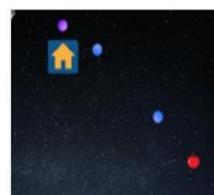
蝙蝠吃蘋果-趙怡瑄1080...  
by jessymoon



吃蘋果蝙蝠  
by tony8614



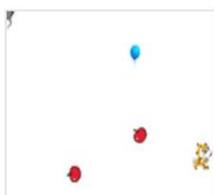
吃蘋果的蝙蝠  
by peggy101040



A02 copy  
by notemaker



Untitled-212  
by notemaker



A01  
by notemaker

國立臺中教育大學 108 年度數學領域教學研究中心計畫  
活動回饋意見調查表彙整

|   |   |            |            |              |
|---|---|------------|------------|--------------|
| 研習名稱  | 108 年「數學魔法師-遊戲課程設計」工作坊                  |            |            |              |
| 研習時間  | 108 年 7 月 23 至 7 月 24 日(二)上午 9 時至下午 4 時 |            |            |              |
| 研習講師  | 中華生活數學推廣學會理事長李勝義                        |            |            |              |
| 二十、活動課程安排   |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>  | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%   | 2%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 二、講師授課內容  |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>  | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 99%   | 1%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 三、活動場地安排  |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>  | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 96%   | 4%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 四、教學實際應用的助益度  |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>  | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 100%  | 0%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 五、未來是否願意參加本中心舉辦之相關活動?   |   |            |            |              |
| <b>願意</b>   |   | <b>不願意</b> |            |              |
| 100%  |   | 0%         |            |              |
| 心得、檢討或建議：   |   |            |            |              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>▶為了因應 12 年國教，希望能有常態性的研習課程，以學習完整的教材。</li> <li>▶非常佩服講師的熱忱及創意，獲益良多!</li> <li>▶研習資源豐富值得好好學習，也希望學員們可以拋磚引玉辦類似營隊。</li> <li>▶希望能多次舉辦或以暑假專能學分班方式加長授課時間，得到更完整的相關技能，也希望能讓更多老師來一起參與。</li> <li>▶這個研習活動太棒了!值得全國推行!教材內容實在太豐富了!</li> <li>▶教學新穎、教師群細心分組關心，沒有漏掉的輔助指導。</li> <li>▶希望有機會能再參與到相關的工作坊。</li> </ul> |   |            |            |              |

- ▶ 謝謝講師及團隊的用心，受益良多。希望能夠讓自己班上的學生透過動手玩數學而喜歡數學。
- ▶ 滿載而歸、知識滿滿、笑容滿滿、心靈滿滿～
- ▶ 希望能辦一系列講座，分主題項目，達到真正的產學合作。
- ▶ 經過無限創作和實際動手操作，讓數學自然而然的內化，無形之中增加了數感。太喜歡這樣玩數學的感覺，覺得上課時間如梭，未來要將所學實際運用在教室中！

**大柱生活數學** 專題：立體圖卡 DIY (基)

詮釋『立體』新方法  
 圖層堆疊，突破思維  
 『畫』立體圖最佳輔助  
 『顏色』參與讓平面與立體在瞬間轉化

**啟用準備**  
 正反面圖 彩色黑白  
 請沿著黑線剪下，把圖形剪下來。

**『看』方塊 堆疊方法 / 約定**  
 一、眼三面 三面三色  
 疊上去 相同顏色 相同方向

中華生活數學推廣學會  
 新北市永和區永寧路113號  
 TEL: (02) 2969-7442  
 http://www.cslm.org.tw  
 E-mail: fun@slmth.org.tw

**壹、壹看五**

反過來 疊上去

1 2 3 4 5

**彩色黑白試試看**

1 2 3 4 5 6 7

**壹、壹看六 用最少圖卡疊看看!**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

**大柱生活數學** 日期： 姓名： P1

一、請問誰比較大?

二、梯形：2片拼組，並記錄!

三、三角形：3片拼組，並記錄!

軟質七巧板-基本圖形  
中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印

**壹、壹看二 四顆**

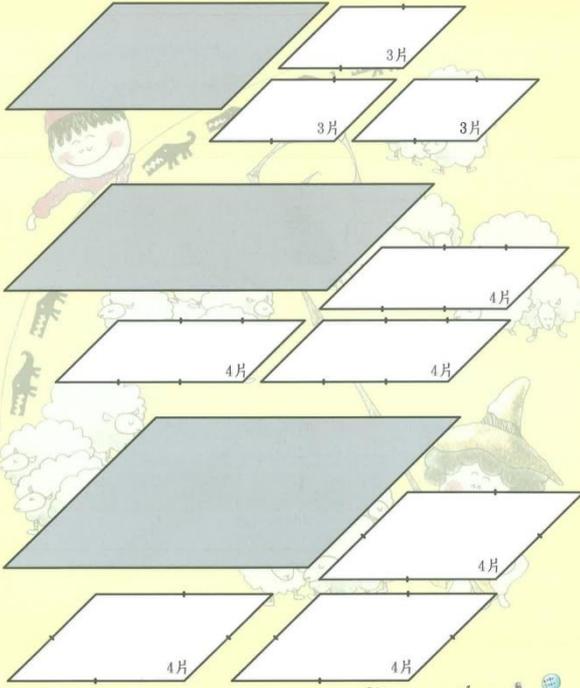
之外的圖形

**壹、壹看三 五顆**

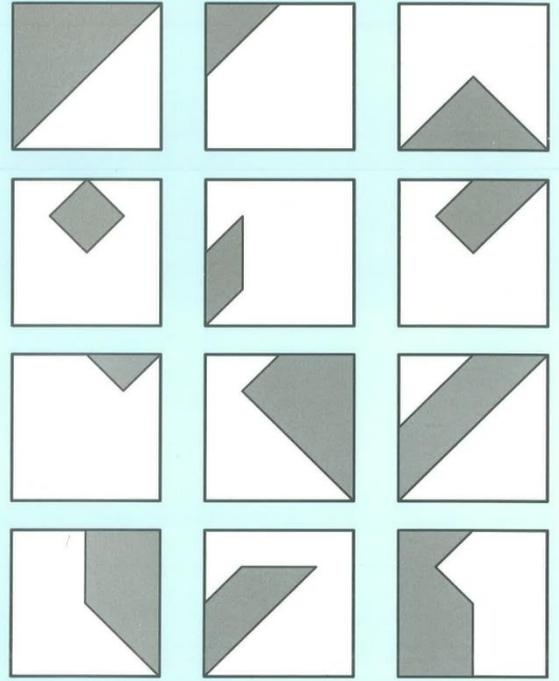
**壹、壹看四 彩色、黑白試試看**

2

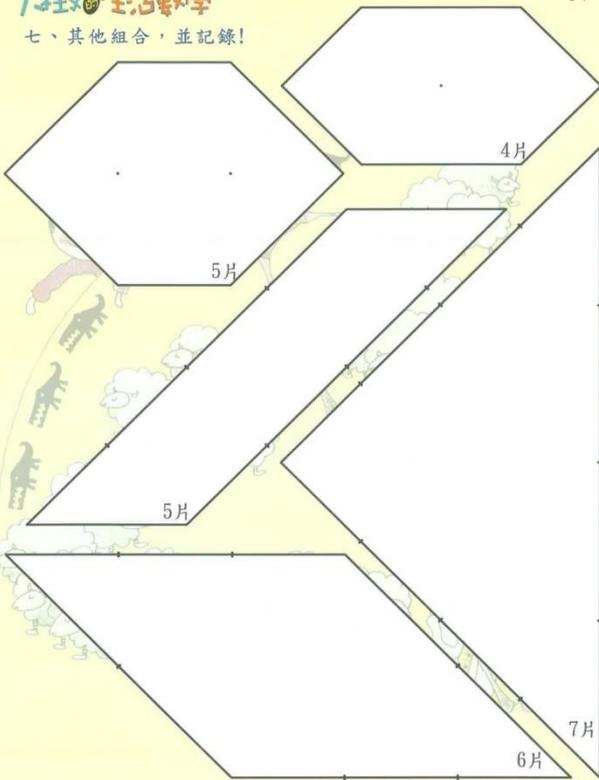
六、平行四邊組合，並記錄！



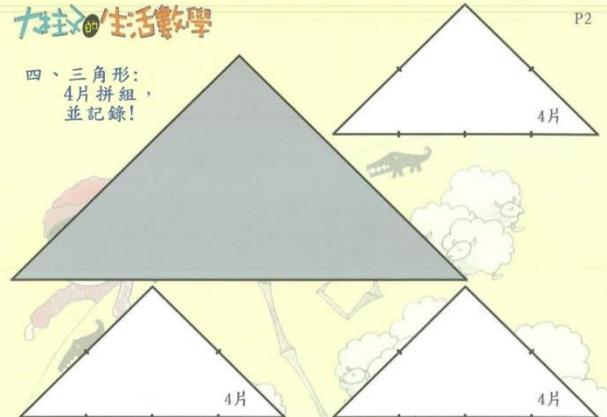
當最大的正方形面積為1時，灰色部份為多少？



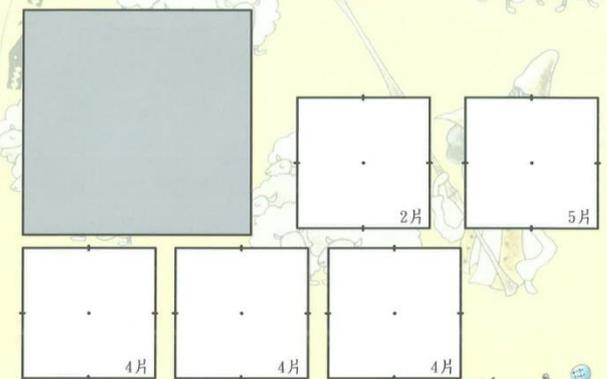
七、其他組合，並記錄！



四、三角形：  
4片拼組，  
並記錄！



五、正方形：2~5片拼組，並記錄！



大哉生活數學 日期： 姓名：

L25  
中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印



大哉生活數學 日期： 姓名：

L12  
中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印



大哉生活數學 日期： 姓名：

1:1七巧2  
中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印



大哉生活數學 日期： 姓名：

1:1七巧1  
中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印



**創意** 聰明的你，也可以用黑白試試看！

1 2 3 4  
5 6 7 8

**拼排與重**

**A4 示範圖**

**A4 學單**

**經典圖形重畫看**

繼續挑戰其它圖形 學單下載網址：  
<http://www.math.org.tw/download>

國立臺中教育大學 108 年度數學領域教學研究中心計畫  
活動回饋意見調查表彙整

|  |   |            |            |              |
|--|---|------------|------------|--------------|
| 研習名稱   | 108 年「數學魔法師-遊戲課程設計」工作坊                  |            |            |              |
| 研習時間   | 108 年 7 月 23 至 7 月 24 日(三)上午 9 時至下午 4 時 |            |            |              |
| 研習講師   | 中華生活數學推廣學會理事長李勝義                        |            |            |              |
| 二十一、活動課程安排   |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>   | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%  | 2%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 二、講師授課內容   |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>   | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 100%   | 0%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 三、活動場地安排   |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>   | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%  | 2%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 四、教學實際應用的助益度   |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>   | <b>滿意</b>                               | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 99%  | 1%                                      | 0%         | 0%         | 0%           |
| 五、未來是否願意參加本中心舉辦之相關活動?  |   |            |            |              |
| <b>願意</b>  |   | <b>不願意</b> |            |              |
| 100%   |   | 0%         |            |              |
| 心得、檢討或建議：  |   |            |            |              |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>▶非常好玩!內容豐富且實用性高。教具的多元用法及解說操作時的細節，講師都解釋得相當清楚。</li> <li>▶講師實力豐厚，教學現場的實戰經驗豐富。</li> <li>▶內容太豐富有趣了!希望能有更多的時間來吸收這麼精采的內容!</li> <li>▶非常開心能參加此次研習，收穫良多。期待有機會再參加這樣的活動研習方式，帶回學校推薦給其他同儕老師，運用在教學上使得學生能更喜愛數學。</li> <li>▶收穫豐富，有欲罷不能的感覺，這麼好的活動應大力推廣。教學易上手，學生學習有興趣，建議多舉辦。</li> </ul> |   |            |            |              |

- ▶主題式分享，可以跨單元、跨年級統整，藉由操作進而建立概念，是相當活化教學的策略！希望能再多開不同的主題課程，開拓教師們的教學視野。
- ▶教具的運用說明得相當清楚，可運用於各領域啟發孩子多元思考，很棒的研習活動。
- ▶課程十分緊湊，深廣度兼具，感謝授課老師！
- ▶教具搭配實際操作、講解，可與數學教學搭配，活絡課程設計。
- ▶內容豐富，對實際的教學極有幫助。幾位講師的講授能力十分卓越，很棒的研習。
- ▶李老師的課程相當豐富多元，搭配學校課程十分實用，希望以後開放更多名額讓更多老師參與。

**大生活數學** 日期： 姓名：

### 四連方塊

零件表

2 3 4 5 6 7 8 9 10

S4A7  
中華生活數學推廣學會 尊重版權，請勿翻印

**大生活數學** 日期： 姓名：

形狀 數量

|  |   |
|--|---|
|  | 3 |
|  |   |
|  |   |
|  |   |
|  |   |

西邊3x3x3  
中華生活數學推廣學會 尊重版權，請勿翻印

形狀 數量

|  |   |
|--|---|
|  | 3 |
|  |   |
|  |   |
|  |   |
|  |   |

西邊3x3x3  
中華生活數學推廣學會 尊重版權，請勿翻印

**大生活數學** 日期： 姓名：

### 三方連塊

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20

S3A5  
中華生活數學推廣學會 尊重版權，請勿翻印

**大生活數學** 日期： 姓名：

試著排列組合看看，哪些是正立方體的展開圖？

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| 6  | 7  | 8  | 9  | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |

www.math.org.tw  
中華生活數學推廣學會 尊重版權，請勿翻印

**大哉生活數學** 日期： 姓名：

**「**不可失**」** 記錄單

中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印

**大哉生活數學** 日期： 姓名：

**關「**起舞**」** 記錄單

中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印

**大哉生活數學** 日期： 姓名：

**四連方塊**

4X2    4X3    4X4    4X5

4X6    4X7    4X8

4X9    4X10

★厲害的你，知道嗎？  
操作圖和記錄單方向不一樣哦！  
S4A1  
中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印

**大哉生活數學** 日期： 姓名：

**正立方體展開圖** 探討組合與具體操作

智慧片 方形6片邊長12支    USL連接方塊 3\*3\*3=27個    智慧片能夠完整包圍方塊

能找到幾種正立方體的衣服(展開圖)呢?

大哉生活數學 日期： 姓名：

中華生活數學推廣學會 尊重版權、請勿翻印

**生活數學**

日期： \_\_\_\_\_ 姓名： \_\_\_\_\_

該丟誰？

S412  
中華生活數學推廣學會 尊重版權，請勿翻印

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                              |   |            |            |              |
|------------------------------|---|------------|------------|--------------|
| 研習名稱                         | 108 課綱科技領域融入教學－以 Scratch 程式語言為例工作坊(南投場次)      |            |            |              |
| 研習時間                         | 108 年 8 月 19 至 8 月 22 日(星期一~星期四)上午 9 時至下午 4 時 |            |            |              |
| 研習講師                         | 社團法人科丁聯盟協會 陳記住老師                              |            |            |              |
| <b>五、活動課程安排</b>              |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>                   | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 99%                          | 1%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| <b>二、講師授課內容</b>              |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>                   | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%                          | 2%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| <b>三、活動場地安排</b>              |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>                   | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 96%                          | 4%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| <b>四、教學實際應用的助益度</b>          |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>                   | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 99%                          | 1%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| <b>五、未來是否願意參加本中心舉辦之相關活動?</b> |   |            |            |              |
| <b>願意</b>                    |   | <b>不願意</b> |            |              |
| 100%                         |   | 0%         |            |              |

# 學員作品集

作品連結：<https://scratch.mit.edu/studios/25103866/>

## 20190819~22 南投科丁教師培訓班

( 10 人關注 )

專案 (83)

評論 (0)

發展員

動態



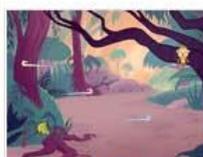
冠良-足球射門  
by t17815



許翠芬 迷宮  
by tsuifen912



不要喝錯杯 燕宜  
by mitchell94666



靜怡-獅子吃香蕉  
by dorismew



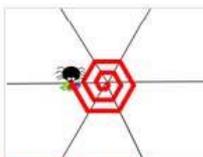
射擊遊戲  
by I01264777



徐敏寧20190822狩獵季節  
by dcvsps2y2k



猜猜誰跑得快-駱秋萱  
by chiuluo



莊靜怡-蜘蛛結網  
by poem0301



埔里陳文欣踢足球  
by eaglehsin



黃瑞臺 跳跳樂1080822  
by t01941



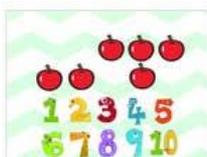
商林1080822-射擊  
by lusunlin



堯小懿(老鼠吃乳酪)108...  
by scratchtianna



潘煒廷吃蘋果-埔里羅小...  
by action19651221



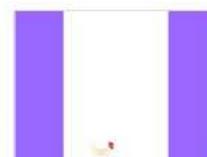
2019.08.22小一數學-數...  
by addolcendo



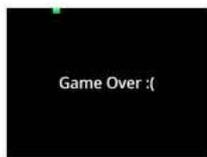
胡懿音-企鵝吃魚  
by inin0416



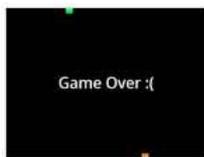
飛機空戰2019埔里孫月英  
by sun5825



趙志豪-雞蛋打刺蝟  
by darryhow



2019 南投SNAKE  
by notemaker



0829SNAKE TWICE阿亮  
by notemaker



詹惠賢20190822-3倫貪...  
by demi0515



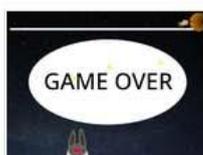
2019南投縣縣黨部新簡文忠  
by t03394



繪文家20189.8.20點到...  
by uu7002189



Action 小小畫家(優化...  
by notemaker



蝙蝠與螢火蟲(獎金龜計...  
by dorismew



B03 小小畫家(優化版)c...  
by notemaker



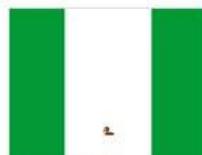
A12 螢火蟲與拖糞金龜  
by notemaker



A11 飛機空戰  
by notemaker



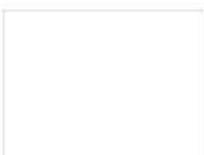
A10 貓捉老鼠--正式版  
by notemaker



A09 鴨子下蛋  
by notemaker



A08 貓吃食物變大  
by notemaker



A07 潛水射魚  
by notemaker



A06 羊腸小道慢慢走  
by notemaker



A05 黏黏的食物  
by notemaker



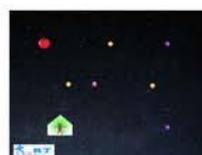
A04 打磚塊  
by notemaker



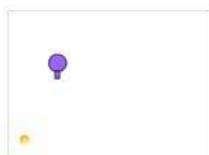
A03 魔鏡出現的 Gobo ...  
by notemaker



繪文家20190822-2筆跡...  
by demi0515



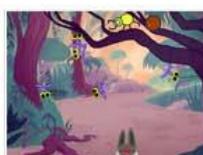
A02 吃蘋果的蝙蝠  
by notemaker



蝙蝠吃蘋果的純淨 remi...  
by notemaker



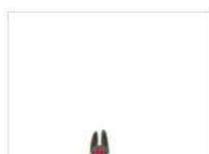
2019 青蛙過街  
by notemaker



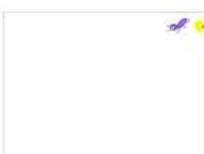
繪文家20190822-1蝙蝠...  
by demi0515



2019 南投螢火蟲與拖...  
by notemaker



2019 南投蝙蝠  
by notemaker



2019 南投拖糞金龜  
by notemaker



2019.08.21地球保衛戰  
by addolcendo



2019 南投螢火蟲  
by notemaker



2019 南投地球保衛戰  
by notemaker



外星人入侵地球保衛戰  
20190821-1地球...  
by demi0515



2019 星星  
by notemaker



哥吉拉薄利歐  
by dcvsps2y2k



20190820-槍星點到手...  
by dcvsps2y2k



20190820-3自由...  
by demi0515



2019 南投自由落體  
by notemaker



2019.08.20恐龍大暴走  
by addolcendo



20190820-2點到...  
by demi0515



2019 南投點到手抽筋  
by notemaker



2019 ball shoot  
by notemaker



螃蟹吃魚  
by mitchell94666



20190819-2螃蟹...  
by demi0515



2019.08.19Crab Catch ...  
by addolcendo



螃蟹動一動2019槍星...  
by sun5625



2019.8.19螃蟹吃魚  
by uu7002189



pig-0819-3crab having ...  
by darryhow



2019 crab having fish  
by notemaker



貓抓魚-胖子  
by t07706



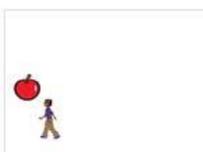
貓吃魚  
by t02423



1貓吃魚  
by inin0416



2019.8.19-2貓吃魚  
by uu7002189



初學者-2  
by t07706



Untitled  
by t03394



**太空貓吃魚**  
by dorismew



**貓吃魚小遊戲**  
by eaglehsin



**詹惠菁20190819-1貓吃...**  
by demi0515



**2019貓吃魚繪星孫月英**  
by sun5625



**貓兒偷魚**  
by dcvsps2y2k



**狗追貓吃魚**  
by tsuifen912



**Untitled-3**  
by mitchell94666



**pig-0819-2**  
by darryhow



**catch**  
by poem0301



**2019.08.19C at catch Fish**  
by addolcendo



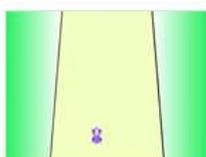
**1080819-002**  
by lusunlin



**大魚吃小魚**  
by chiuluo



**2019 cat having fish**  
by notemaker



**2019 racing car -basic**  
by notemaker

**108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
活動回饋意見調查表彙整**

|                       |   |            |            |              |
|-----------------------|---|------------|------------|--------------|
| 研習名稱                  | 108 課綱科技領域融入教學－以 Scratch 程式語言為例工作坊（彰化場次）      |            |            |              |
| 研習時間                  | 108 年 8 月 19 至 8 月 22 日(星期一~星期四)上午 9 時至下午 4 時 |            |            |              |
| 研習講師                  | 社團法人科丁聯盟協會彰化分會<br>陳俊華老師、吳泰煌老師                 |            |            |              |
| 六、活動課程安排              |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 99%                   | 1%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| 二、講師授課內容              |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%                   | 2%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| 三、活動場地安排              |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 98%                   | 2%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| 四、教學實際應用的助益度          |   |            |            |              |
| <b>很滿意</b>            | <b>滿意</b>                                     | <b>普通</b>  | <b>不滿意</b> | <b>非常不滿意</b> |
| 99%                   | 1%  | 0%         | 0%         | 0%           |
| 五、未來是否願意參加本中心舉辦之相關活動? |   |            |            |              |
| <b>願意</b>             |   | <b>不願意</b> |            |              |
| 100%                  |   | 0%         |            |              |

## 學員作品集

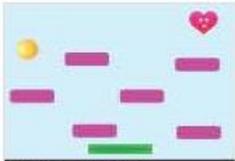
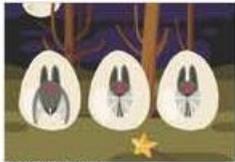
作品連結：<https://scratch.mit.edu/studios/25197246/>

2019科丁彰化培訓班學員作品

專案 (20) 評論 (0) 策展員 動態

關注 (0人關注)

添加專案  Allow anyone to add projects

|   |   |  |   |
|---|---|--|---|
|    |    |    |    |
| <b>打磚塊0.1234</b><br>by shelly2916   | <b>打磚塊--簡單2</b><br>by shelly2916  | <b>打擊寶可夢</b><br>by shelly2916  | <b>白板我來了</b><br>by shelly2916   |
|    |    |    |    |
| <b>吃角子老虎</b><br>by shelly2916   | <b>收穫季2019</b><br>by shelly2916   | <b>抓小蟲</b><br>by shelly2916  | <b>投打練習</b><br>by shelly2916  |
|   |   |   |   |
| <b>刺氣球</b><br>by shelly2916   | <b>射擊大白鯊</b><br>by shelly2916   | <b>消滅蜘蛛大作戰</b><br>by shelly2916  | <b>卷福大解謎</b><br>by shelly2916   |
|  |  |  |  |
| <b>蝙蝠抓氣球</b><br>by shelly2916   | <b>超級守球員</b><br>by shelly2916   | <b>雪人</b><br>by shelly2916   | <b>換甜甜圈</b><br>by shelly2916  |
|  |  |  |  |
| <b>07-捕捉老版遊戲</b><br>by shelly2916   | <b>BRICKBREAK-1</b><br>by shelly2916  | <b>code</b><br>by shelly2916   | <b>nemo</b><br>by shelly2916  |

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
數學備觀議教學實務研習活動回饋意見調查表統整

|                 |   |                |                |                 |                   |
|-----------------|---|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 有效教學-分數來數數                              |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 108 年 09 月 24 日(二) 下午 15:40-17:20       |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 南投縣數學輔導團 毛炳楠老師/專任輔導員                    |                |                |                 |                   |
| 二十二、            | 研習內容規劃                                  |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 8. 研習時數安排       | 90%                                     | 10%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 時間過於緊湊，講師給予很多東西，建議可再安排時數讓講師能夠把每個教學觀念釐清。 |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 95%                                     | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 建議可再多邀請其他講師，可讓參與者有更多不同想法。               |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 91%                                     | 9%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                      |                |                |                 |                   |
| 二十三、            | 講師授課情形                                  |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                         | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 8. 講師與學員有互動及回   | 92%                                     | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |

| 應                    |   |                |                |                 |                   |
|----------------------|---|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 建議改善事項               | 無。  |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 96%   | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 講師有將國外教材帶到課程，覺得能夠有國內外對比能夠更完整了解分數的教學。              |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 90%   | 10%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 講師演講內容與上學期大同小異，建議講師能夠多一些不同的內容，或讓參與者有更多的練習分數教學的機會。 |                |                |                 |                   |
| 二十四、學員自我幫助           |   |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 95%   | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 講師課程內容豐富，提供許多建議。                                  |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 92%   | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                     |                 |                |                |                 |                   |
|---------------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 建議改善事項              | 無。              |                |                |                 |                   |
|                     | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 91.5%           | 7.5%           | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項              | 無。              |                |                |                 |                   |

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
數學備觀議教學實務研習活動回饋意見調查表統整

|                 |                                   |                |                |                 |                   |
|-----------------|-----------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 有效教學-探討低年級各版本教科書的幾何教學安排           |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 108 年 10 月 01 日(二) 下午 15:40-17:20 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 臺中市南屯區永春國民小學 魏麗枝主任                |                |                |                 |                   |
| 二十五、            | 研習內容規劃                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 9. 研習時數安排       | 93%                               | 7%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 95%                               | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 建議可再多邀請其他講師，可讓參與者有更多不同想法。         |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 92%                               | 8%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
| 二十六、            | 講師授課情形                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 9. 講師與學員有互動及回   | 94%                               | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                      |                              |                |                |                 |                   |
|----------------------|------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 應                    |                              |                |                |                 |                   |
| 建議改善事項               | 講師會努力地跟參與者作互動。               |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 95%                          | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                           |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 90%                          | 10%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 講師演講內容可以再更多一些，不過帶領參與者思考也很不錯。 |                |                |                 |                   |
| 二十七、                 | 學員自我幫助                       |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 95%                          | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                           |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5              | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發        | 90%                          | 10%            | 0%             | 0%              | 0%                |

|                     |                        |                       |                       |                        |                          |
|---------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|--------------------------|
| 展有所幫助               |                        |                       |                       |                        |                          |
| 建議改善事項              | 希望未來課程能多點應用的東西。        |                       |                       |                        |                          |
|                     | <b>很滿意</b><br><b>5</b> | <b>滿意</b><br><b>4</b> | <b>普通</b><br><b>3</b> | <b>不滿意</b><br><b>2</b> | <b>非常不滿意</b><br><b>1</b> |
| 3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 90%                    | 10%                   | 0%                    | 0%                     | 0%                       |
| 建議改善事項              | 無。                     |                       |                       |                        |                          |

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
數學備觀議教學實務研習活動回饋意見調查表統整

|                 |                                   |                |                |                 |                   |
|-----------------|-----------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 有效教學-分數來畫圖                        |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 108 年 10 月 15 日(二) 下午 15:40-17:20 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 南投縣數學輔導團 毛炳楠老師/專任輔導員              |                |                |                 |                   |
| 二十八、            | 研習內容規劃                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 10. 研習時數安排      | 96%                               | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 96%                               | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 91%                               | 9%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
| 二十九、            | 講師授課情形                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 10. 講師與學員有互動及回應 | 97%                               | 3%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                      |                                   |                |                |                 |                   |
|----------------------|-----------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 建議改善事項               | 講師非常積極與參與者互動。                     |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 96%                               | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 95%                               | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                                |                |                |                 |                   |
| 三十、 學員自我幫助           |                                   |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 97%                               | 35%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 講師課程內容豐富，提供許多建議，參與者表示感謝講師帶來精彩的研習。 |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 96%                               | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                                |                |                |                 |                   |

|                                     | 很滿意<br>5 | 滿意<br>4 | 普通<br>3 | 不滿意<br>2 | 非常不滿意<br>1 |
|-------------------------------------|----------|---------|---------|----------|------------|
| 3. 對於<br>日後的教<br>學或學習<br>工作有所<br>幫助 | 96%      | 4%      | 0%      | 0%       | 0%         |
| 建議改善<br>事項                          | 無。       |         |         |          |            |

### 分數教材與教學脈絡 ～分數畫圖

台灣南枝 毛炳楠  
Mail: t00850@gmail.com



1

### 數學教學的桎梏

- 先教定義還是成功解題？
- 具體操作，vs 具體圖像，抽象算式的必要？
- 課本的神聖性不可顛倒！
- 解題的熟練、速度、準確
- 教學時間不足、進度壓力
- 堅持工具性思維，企圖模仿唯一萬用教學法！

2

### 有效教學 = 有效學習

- 不要教，學生自己會！
- 老師，你懂我的明白！
- 讓課堂的語言有意義！
- 把思考的權利和時間還給孩子！
- 課堂是對話的場域，創造有意義的討論。

### • 老師！您會問問題嗎？

3

### 數學教材教法

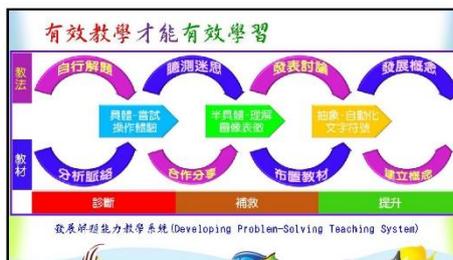
- 教材 (Content knowledge, CK) :  
建立教材脈絡、統整概念發展、  
融入生活素材、尋找迷思概念
- 教法 (pedagogical knowledge, PK) :  
具體操作體驗、作圖記錄、分享、討論與澄清、  
鷹架提問、學生詰問
- 數學教學法 (pedagogical content knowledge, PCK) :  
運用 **多元適切** 的教學法進行數學教材教學

4

### 鷹架教學特點

- 一、建立共識：暢所欲言、仔細聆聽，讓課堂產生雙向、多向對話。
- 二、保持近側發展區間：隨時迫使學生超越自己的能力前進，不斷針對學生需求調整問題難度。
- 三、穩定安全有樂環境：支持學生內在動機、合樂情緒與同儕合作，形成積極的學習氣氛。
- 四、轉移學習責任給學生：只有在學生遇到困境時教師才介入協助完成活動。
- 五、引導取代指導：依學生需求，運用提問、暗示、操作、圖像... 提供適切引導，迫使其自行思考解決問題。
- 六、精準鷹架與拆架：掌握關鍵脈絡，以精準的互動搭建鷹架，並適時拆解鷹架，形成不斷前進的學習歷程。

5



6

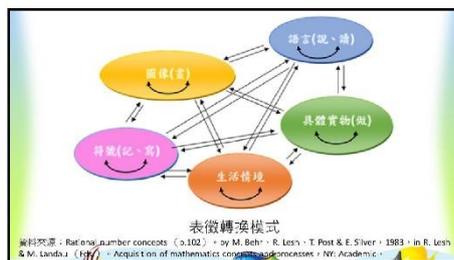
### 數學教材特性

教學的學習注意循序漸進的邏輯結構，因此，過去國內外數學教材的演進，概遵循此邏輯結構，以保障教學教育的穩定性。  
(教育部，國民中小學九年一貫課程綱要數學學習領域)

教學在內容上的特色：抽象性、嚴謹與精確性、廣泛的應用性。  
(數學的本質，李國棟)

教材是「教學法的顛倒」；教材所呈現的是形式化的、冰冷的結果，教學如果從這些「冰冷」的形式開始，學生就不可能產生「火熱」的數學思考過程。  
弗羅登塔爾 (Hans Freudenthal, 1905-1990) 荷蘭數學家

7



8

### 分數的意義

- 分數原始意義是「一個整體等分的後的分量」，等分份數M為分母，取出份數N為分子，表示成 $\frac{N}{M}$ 。
- 兩整數相除完全等分的表示方式，將N等分M份，每份就以 $N \div M = \frac{N}{M}$ 表示；或將N以每份為M份來分，「相當於」平分成 $\frac{N}{M}$ 份(測量)。
- 視為「運算子」，簡言之「全部的 $\frac{N}{M}$ 」。
- 數線上的一個點所代表的數值。
- 有字號的「比值」— $N:M = \frac{N}{M}$ ；籃子裡放了P顆蘋果和Q顆水梨，蘋果和水梨的數量比為 $P:Q$ ，蘋果的數量是水梨的 $P \div Q = \frac{P}{Q}$ 倍；蘋果數量是全部的 $\frac{P}{P+Q}$ 。

9

### 分數的情境

- 連續量
- 離散量內容物單一
- 離散量內容物多個
- 離散量內容物非整個個物
- 度量化的連續量
- 全部量—比率

10

### 分數課程課綱比較

| 年級  | 九年一貫                                    | 12年課綱  |
|-----|---|--|
| 二年級 |   | N-2-10 單位分數的認識：從等分物的活動(如折紙)認識單位分數為全部的「幾分之一」、知道日常語言「的一半」、「的二分之一」、「的四分之一」的溝通意義。在「等分測之塔圖」中，能說明一倍為全部的「幾分之一」。 |
| 三年級 | 3-n-11 能在具體情境中，初步認識分數，並解決同分母分數的比較與加減問題。 | N-3-9 能區分同分母分數：結合操作活動與數線經驗，簡單同分母分數比較、加、減的意義。牽涉之分數與運算結果皆不超過2，以單位分數之形數為基礎，連結整數之比較、加、減，知道「和等於1」的意義。         |

11

### 分數課程課綱比較

| 年級  | 九年一貫   | 12年課綱  |
|-----|--|--|
| 四年級 | 4-n-08 能認識真分數、假分數與帶分數，熟練假分數與帶分數的可互換，並進行同分母分數的比較、加、減與整數倍的計算。<br>4-n-07 能理解分數之「空數相除」的意義。 | N-4-5 同分母分數：一個目分母分數與等分數，(包括「真分數」、「假分數」、「帶分數」名稱引入)，假分數和帶分數的變換。同分母分數的比較、加、減與整數倍。<br>N-4-6 等值分數：由操作活動中理解等值分數的意義，簡單異分母分數的比較、加、減的意義。簡單分數與小數的互換。<br>N-4-8 能認識小數、小數：連結分小數與度量約認識，以線段和簡單的比較與計算，建立整數、分數、小數一體的認識。 |
|     | 4-n-10 能將簡單分數標記在數線上。   |  |

12

| 分數課程課綱比較 |  |   |
|----------|--|---|
| 年級       | 九年一貫   | 12年課綱   |
| 五年級      | 5-n-06能用的分、摺分處理等值分數的運算。<br>5-n-07能用摺分做簡單異分母分數的比較加減。<br>5-n-08能理解分數乘法的意義，並熟練其計算，解決生活中的問題。       | N-5-1異分母分數：用的分、摺分處理等值分數並做比較。用通分做異分母分數的加減、乘或列用的分做分數計算算值。<br>N-5-5分數的乘法：整數乘以分數、分數乘以分數的意義。知道用的分做乘法計算。處理乘積一定比較乘數大的標準類型。透過分數計算的公式，知道乘法交換律在分數也成立。 |
|          | 5-n-09能理解除數為整數的分數除法的意義，並解決生活中的問題。<br>5-n-13能解分數、小數除法在數線上。<br>5-n-14能認識比率及其在生活中的應用(含「百分率」、「折」)。 | N-5-6整數在除之分數表示：從分(測量)和平分的觀點，分別說明整數相除為分數之意義與含義。<br>N-5-7分數除以整數：分數除以整數的意義，最後將問題轉化為與以單位分數。<br>N-5-10解題：比率與應用。整數相除的應用，含「百分率」、「折」、「成」。           |

13

| 分數課程課綱比較 |  |  |
|----------|--|--|
| 年級       | 九年一貫   | 12年課綱  |
| 六年級      | 6-n-03能認識兩數互質的意義並將分數化成最簡分數。<br>6-n-04能理解分數除法的意義及熟練其計算，並解決生活中的問題。<br>6-n-05能在具體情境中，解決分數的兩步驟問題，並能作式計算。<br>6-n-09能認識比和比值，並解決生活中的問題。<br>6-a-02能將分數化步驟的具體情境問題列成含有未知數符號的算式，並求解及驗算。 | N-6-3分數的除法：整數除以分數、分數除以分數的意義。最後理解除以一數等於乘以其倒數之公式。<br>N-6-5問題：整數、分數、小數的四則應用問題。二到三步驟的應用解題。含使用倒數協助解題。<br>N-6-6比與比值：異單量的比與同單量的比之比值的意義。理解相等的比在達到兩連比數關係(比例原來的基礎)，解決比的應用問題。<br>N-6-8解題：基本量與比較量。比和比值的應用。含交換基量時之變換。<br>D-6-1圖形：根據、說明與製作生活中的圖形圖。包含以百分率分配之圖形圖(製作時應提供學生已分成兩格的圖形圖。) |

14

### 怎麼引入分數概念

- 為什麼要有分數？
- 生活中的分數，你想到什麼？
- 生活中分數意義多屬於哪一種？
- 生活中的分數計算多屬於哪一種？
- 分數的異分母分數加減、乘、除該怎麼有意義的導入數學課堂？

15

### 歷史上的分數



- 約西元前2100年，古巴比倫人使用了分母是60的分數。
- 約西元前1850年古埃及人為了在不能分得整數的情況下表示數，古埃及象形文字創造了一種符號表示單位分數(分子為1的分數)，即在整數上方畫一個長橢圓，就表示該整數的倒數。 $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{1}{7}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{9}$   $\frac{1}{10}$   $\frac{1}{11}$   $\frac{1}{12}$   $\frac{1}{13}$   $\frac{1}{14}$   $\frac{1}{15}$   $\frac{1}{16}$   $\frac{1}{17}$   $\frac{1}{18}$   $\frac{1}{19}$   $\frac{1}{20}$   $\frac{1}{21}$   $\frac{1}{22}$   $\frac{1}{23}$   $\frac{1}{24}$   $\frac{1}{25}$   $\frac{1}{26}$   $\frac{1}{27}$   $\frac{1}{28}$   $\frac{1}{29}$   $\frac{1}{30}$   $\frac{1}{31}$   $\frac{1}{32}$   $\frac{1}{33}$   $\frac{1}{34}$   $\frac{1}{35}$   $\frac{1}{36}$   $\frac{1}{37}$   $\frac{1}{38}$   $\frac{1}{39}$   $\frac{1}{40}$   $\frac{1}{41}$   $\frac{1}{42}$   $\frac{1}{43}$   $\frac{1}{44}$   $\frac{1}{45}$   $\frac{1}{46}$   $\frac{1}{47}$   $\frac{1}{48}$   $\frac{1}{49}$   $\frac{1}{50}$   $\frac{1}{51}$   $\frac{1}{52}$   $\frac{1}{53}$   $\frac{1}{54}$   $\frac{1}{55}$   $\frac{1}{56}$   $\frac{1}{57}$   $\frac{1}{58}$   $\frac{1}{59}$   $\frac{1}{60}$

16

### 近代分數發展

- 西元前2770年~前476年《左傳》中，規定了諸侯的疆域大小：大者不過全國之一，中者五之一，小者九之一，說明最大不可超過國土至國都的三分之一，中等的不可超過五分之一，小的不可超過九分之一。
- 秦始皇時代的曆法規定：一年的天數為三百六十五又四分之一。
- 中國古代把分數叫“命分”，表示方式並未統一。
- 1. 幾分幾之一。例：冬至，日在斗二十一度四分度之一。《漢書·律曆志》
- 2. 幾分之一。例：故關中之地，於天下三分之一。《史記·貨殖列傳》

古代的計算工具為算籌，在算式中已有明確的分數表示法： $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$

17

### 近代分數發展

- 古希臘人用 $L'$ 表示 $\frac{1}{2}$ ，例如： $\alpha L' = 1\frac{1}{2}$ ， $\beta L' = 2\frac{1}{2}$ ，及 $\gamma L' = 3\frac{1}{2}$ 等。至於在數字的右上角加一點點，便表示該數分之一。
- 關於分數線的記號，最早見於阿拉伯數學家花拉子米(Mohammed ibn musa Al-khwarizmi, 783-850)的著作《運原與對消計算概要》(代數學)，他是從除法角度引進分數線的，他把 $\frac{1}{5}$ 記成 $3/5$ ，表示3除以5。
- 義大利數學家斐波那契(Leonardo Fibonacci, 1170-1250)把分數線帶到了歐洲，將 $12\frac{1}{2}$ 寫成 $\text{radices } \frac{1}{2} 12$ 。這是在歐洲最早出現的分數線。

18

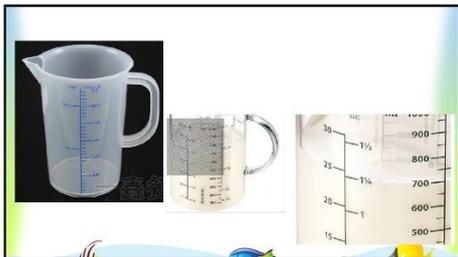
10/21/2019



19



20



21

| 罐紋規格   | 常規叫法 | 規格別稱 | 參考直徑 |
|--------|------|------|------|
| 1/8"   | 1分   | DN6  | 10MM |
| 1/4"   | 2分   | DN8  | 12MM |
| 3/8"   | 3分   | DN10 | 16MM |
| 1/2"   | 4分   | DN15 | 20MM |
| 3/4"   | 6分   | DN20 | 25MM |
| 1"     | 1寸   | DN25 | 32MM |
| 1 1/4" | 1.2寸 | DN32 | 40MM |
| 1 1/2" | 1.5寸 | DN40 | 46MM |
| 2"     | 2寸   | DN50 | 57MM |

22



23

**小學分數概念脈絡一**

1. 由連續量情境引入命名，延伸互聯數量，理解掌握「分數是總量等分後的分量」。
2. 導入多種單位(杯、盒、箱、包、箱...)
3. 建立畫圓表徵分數的習慣(不要文字出現線段圖)
4. 進行單位分數數與內容的轉換
5. 相同分數數詞在不同總量情境下比較。
6. 單位分數形成假分數、帶分數，並能轉換，導入分數的整數倍、分數等分
7. 從「分數是總量等分後的分量」建立聯數量內容物多個的概念。
8. 藉由聯數量內容物多個概念解決整數分數倍問題，異分母分數比大小、合成與分解。
9. 從畫圓圖引導進入線段圖，建立分數線段圖工具。
10. 操作連續量和摺紙，畫圓等，觀察總量不變，等分則分數改變，顯出分量隨之改變的等值分數概念。
11. 轉化線段圖形成數線，並由線段1，進行等分則獲得數分數數線，結合小數是等分則10分概念，將分數與小數數線聯繫結合。

24

### 小學分數概念脈絡二

12. 建立尋找異分母分數的共測單位概念。
13. 藉由線段圖或數線以參照點策略處理異分母分數比大小。
14. 結合數量內容物多個學習經驗處理分數整數倍與整數的分數倍，再藉由倍的语言，進行分數的分數倍學習。
15. 透過線段處理分數除以整數，包含除情境之整數除以分數。
16. 透過畫圖以形成共同單位的概念協助學生學習分數除法有餘數、全部分完的概念。
17. 運用等分10、等分100、1000的思維，加強小數與分數概念連結，並藉由分數四則協助學生學習小數四則。
18. 以「分最少分」的概念引導學習最簡分數。
19. 藉由畫圖，以共同單位或測量單位想法解決分數的當量除問題。
20. 處理分數混合四則、代數、兩步驟問題。
21. 將分數視為一單位量進行測量，比較適合教學意義。

25

### 分數教學的誤區

- 分數命名與分數意義不穩固。
- 缺少總量單位，以全部量進行分數教學。
- 分數等分概念缺少情境單位、語言、分數數詞的交替轉化。
- 忽視單位分數的重要性，缺少分數數活動。
- 具體物、畫圖圈圈到線段圖的連結不足。
- 離數量內容物多個教材未即時引入。
- 未能建立分數本身就是一個數的概念。

26

### 單位分數的重要性

- 分數意義
- 分數數數
- 分數累加與累退
- 假分數
- 帶分數
- 分數的整數倍
- 分數除以整數

27

### 分數數詞的意義？

分數線

|     |     |
|-----|-----|
| 分子  | 孩子  |
| ——— | ——— |
| 分母  | 媽媽  |

這條線是什麼意思？

28

### 操作？畫圖？講述？計算？

29

### 連續量之分數命名

- 等分別的意義

1. Which shapes have been divided equally? Mark with a cross.

30

• 進行等分割

3. Split the shape into four equal parts. Colour one fourth.

31

6. Divide the shapes into equal parts and colour one part.

32

One-half of the pie has been eaten. One-third of the pie has been eaten. One-fourth of the pie has been eaten.

1. Which shapes have been shaded to show one-half? Mark with a cross.

33

命名活動的陷阱

各種圖形的圖示，總研出學生的認其能力，如：

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

34

離散量的引入時機與作用

4. Colour one-half of the balls. How many did you colour?

4 ●○○○ 2 6 ○○○○○○

8 ○○○○ 10 ○○○○○○

5. Colour one-third of the balls. How many did you colour?

3 ○○○ 6 ○○○○○○

9 ○○○○○ 12 ○○○○○○

這是什麼情境？

35

三年級老師要學生在小白板上畫出  $\frac{3}{4}$  包。

你覺得學生可能怎麼畫？

把你認為的可能都畫下來！

36

10/21/2019



這兒有三條紙條，如果要拿出 $\frac{2}{3}$ 條。  
你覺得學生可能怎麼拿？  
把你認為的可能都畫下來！

37

示例



這兒有四盒巧克力，如果要拿出 $\frac{3}{4}$ 盒。  
你覺得學生可能怎麼拿？  
把你認為的可能都畫下來！

38

小學三年級的數學課堂中，你要怎麼帶孩子比較 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$ 誰比較大？

- 注意哪些關鍵？
- 怎麼布題？
- 怎麼搭鷹架？

39

圖形表徵的意義

- 具體操作—半具體圖像—抽象符號
- 具體圖—半具體圖—線段圖或數線圖

40

分數表徵與線段圖

1. 盒：盒裏有10顆糖，糖的數量是10顆。  
2. 盒：盒裏有10顆糖，糖的數量是10顆。  
3. 盒：盒裏有10顆糖，糖的數量是10顆。

1. 盒：盒裏有10顆糖，糖的數量是10顆。  
2. 盒：盒裏有10顆糖，糖的數量是10顆。  
3. 盒：盒裏有10顆糖，糖的數量是10顆。

41

一盒：盒裏有12粒糖，糖的數量是12粒。  
一盒：盒裏有12粒糖，糖的數量是12粒。  
一盒：盒裏有12粒糖，糖的數量是12粒。

一盒：盒裏有12粒糖，糖的數量是12粒。  
一盒：盒裏有12粒糖，糖的數量是12粒。  
一盒：盒裏有12粒糖，糖的數量是12粒。

42

**這是分數線段圖嗎？**

1. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

2. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

3. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

4. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

5. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

6. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

7. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

8. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

9. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

10. 一盒裝有 9 顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  盒，还剩多少顆？

43

1. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

2. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

3. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

4. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

5. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

6. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

7. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

8. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

9. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

10. 一盒裝有  $\frac{2}{9}$  顆，小麗吃了  $\frac{2}{9}$  顆，还剩多少顆？

44

1. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

2. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

3. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

4. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

5. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

6. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

7. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

8. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

9. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

10. 一盒裝有 12 顆，小麗吃了  $\frac{2}{12}$  盒，还剩多少顆？

45

**從實做中尋找問題**

46

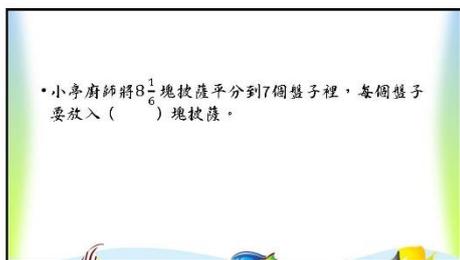
- 橘子一箱裝 12 顆，會長送來幾箱？
- 小昇拿走了  $\frac{5}{6}$  箱，也可以說拿了 ( ) 顆。
- 小香拿了  $\frac{1}{6}$  箱，也可以說拿了 ( ) 顆。
- 欣燁拿了 8 顆，可以說是拿了 ( ) 箱。
- 小昇和小香一共拿走 ( ) 箱。
- 小香和欣燁拿的相差 ( ) 箱。

47

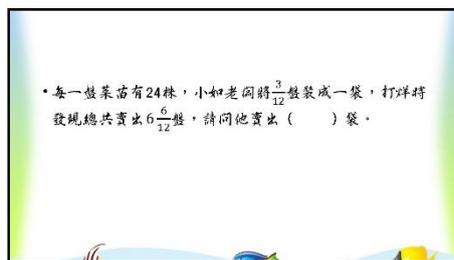
- 每一盒巧克力有 8 顆，爸爸買了 6 盒，平分給 4 個孩子，全部吃完，請問每個孩子分到多少盒巧克力？畫畫看

48

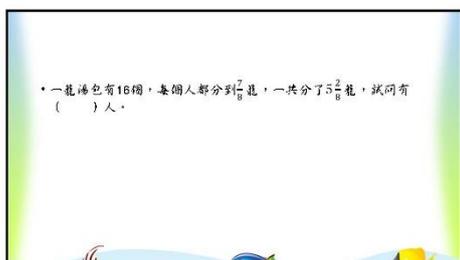
10/21/2019



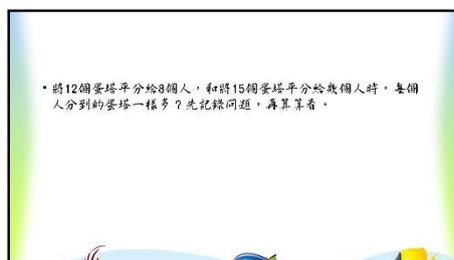
49



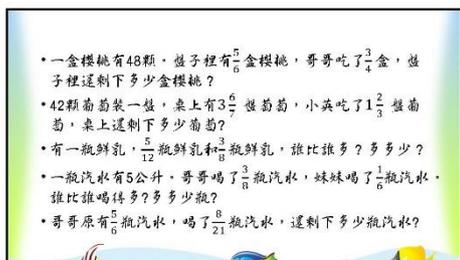
50



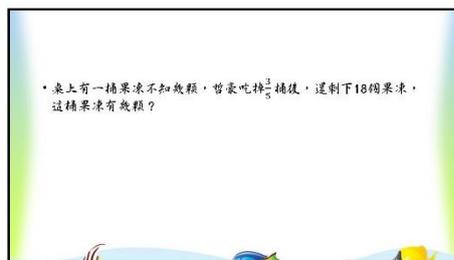
51



52



53



54

10/21/2019

• 一條繩子長3公尺，文達用去 $\frac{1}{5}$ 條繩子，算算看，文達用了多少公尺長的繩子？

55

• 爸爸買了一袋7公斤重的麵粉，做饅頭用去 $\frac{4}{7}$ 袋，問共用去多少公斤的麵粉？  
• 做包子用去 $2\frac{2}{5}$ 袋，問共用去多少公斤的麵粉？

56

• 一袋奶粉重2公斤，媽媽將 $\frac{1}{3}$ 袋奶粉裝成1罐，哥哥泡奶茶用掉 $\frac{2}{5}$ 罐奶粉，哥哥用去的奶粉也可以說是多少袋？  
• 爸爸買了2個披薩，小英吃了 $\frac{2}{5}$ 個，小明吃的披薩是小英的 $3\frac{2}{5}$ 倍，小明吃了多少個披薩？

57

• 一袋花生重 $6\frac{5}{8}$ 公斤，把 $\frac{7}{8}$ 公斤的花生分裝成一包，盡量分裝完，可以裝成多少包？剩下多少公斤？  
• 一盒鍋貼有10個，媽媽買了8盒，把 $2\frac{3}{10}$ 盒鍋貼分成一份，盡量分完，可以分成多少份？剩下多少盒鍋貼？

58

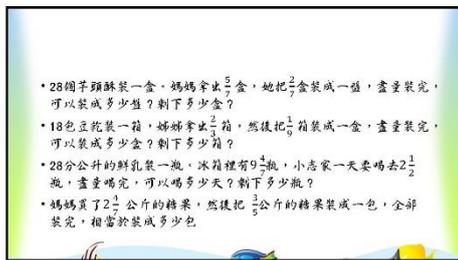
• 一盒李子有11個，把4盤李子平分給幾人，一人才會分到 $\frac{2}{11}$ 盤李子？  
• 一公尺是100公分，把 $2\frac{3}{4}$ 公尺長的銀帶平分給8人，全部分完，一人分得多少公尺長的銀帶？  
• 冰箱裡有 $\frac{6}{12}$ 瓶汽水，爸爸喝了冰箱裡的汽水的 $\frac{3}{5}$ ，爸爸喝了多少瓶汽水？

59

• 一包餅乾有多少片時， $\frac{3}{8}$ 包會正好是 $4\frac{1}{2}$ 片餅乾，算算看，一包餅乾有多少片？  
• 一條絲綢長 $2\frac{2}{3}$ 公尺，剪成一段一段，要剪成多少段，才會使每一段長 $\frac{2}{6}$ 公尺？  
• 媽媽買了一包糖果，吃掉 $\frac{1}{4}$ 公斤後，剩下的平分給5個人，一個人分到 $\frac{3}{20}$ 公斤，媽媽買的糖果有多少公斤？

60

10/21/2019



- 28個芋頭酥裝一盒，媽媽拿出 $\frac{5}{7}$ 盒，她把 $\frac{5}{7}$ 盒裝成一盤，盡量裝完，可以裝成多少盤？剩下多少盒？
- 18包豆乾裝一箱，姊姊拿出 $\frac{2}{3}$ 箱，然後把 $\frac{1}{9}$ 箱裝成一盒，盡量裝完，可以裝成多少盒？剩下多少箱？
- 28公升的鮮乳裝一瓶，冰箱裡有 $9\frac{1}{4}$ 瓶，小店家一天要喝去 $2\frac{1}{2}$ 瓶，盡量喝完，可以喝多少天？剩下多少瓶？
- 媽媽買了 $2\frac{1}{7}$ 公斤的糖果，然後把 $\frac{3}{5}$ 公斤的糖果裝成一包，全部裝完，相當於裝成多少包？

61

## 本文包含兩部分：

1. 台灣數學教育學會國小數學教材教法專有名詞的用意
2. 國立編譯館主編國民小學數學教學指引**數學名詞**

### 國小數學教材教法專有名詞的用意

台灣數學教育學會

<http://tame.tw/old/forum.php?mod=viewthread&tid=103>

任何一個學門，都有他們的專業用語，它可以讓大家更有效率的溝通，一說到這個名詞，就知道它的意思是什麼，不用再解釋它。專有名詞是和老師們溝通之用，因此，不要拿來教國小學生。

#### 壹、全數

##### 一、表徵 (Representation)

「表徵」(representation, 張春興, 1989) 是認知學派的重要概念。認知心理學認為將現實世界的事物以另一種較為抽象或符號化的形式(文字、語言是抽象的)來代表的歷程，便是表徵。

Lesh, Post, & Behr (1987)從溝通的觀點，區分表徵為實物(實際情境)、具體操作物、圖形、語言以及符號。

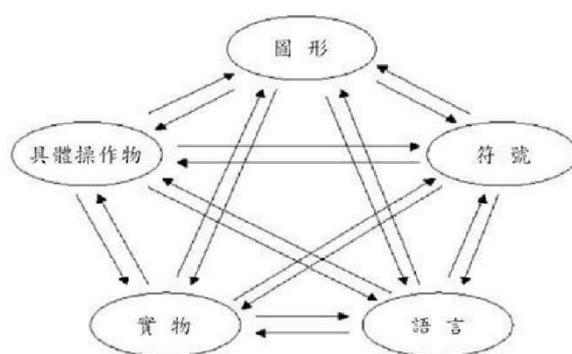


圖 2.1 表徵關係圖(譯自 Lesh, Post&Behr, 1987, p.34)

**實物表徵**就是日常生活中實際的物件。例如實際拿出 1 包糖果，要學童說出這包糖果的有多少顆糖果。其中的 1 包糖果就是實物表徵，20 顆糖果實際表徵物。有時候，我們會拿出一包有 20 顆糖果的實物圖像，我們也可以稱它是實物表徵，因為學童看到實物圖像就好像看到真的東西。

**具體操作物表徵**就是像積木、花片等讓學童用來具體操作相關概念的物件。分數板就是分數教學時常用的具體操作物；在離散量情境時，也可以使用花片或積木。例如：拿出 10 個花片，代表 10 顆糖果，拿出 23 個積木代表 23 個人。此處 10 個花片、23 個積木就是具體操作物。

**圖形表徵**：靜態的圖像，例如 10 和 1 的圖形讓我們用來代替金錢、

糖果等等事物的圖形，我們稱為圖形表徵。例如，我們會  代

表一盒有 4 個月餅。再如畫  $\textcircled{10} \textcircled{10} \textcircled{1} \textcircled{1} \textcircled{1}$  代表 23 個人。

**語言表徵：**日常生活中常用的口語符號，例如用口語說出的「二十三」代表 23。

**符號表徵：**我們把概念書寫出來的文字或符號，例如 23 就是數字的符號表徵。

## 二、情境結構

情境結構可以分成**一維連續量**、**二維續量**、**離散量**等情境。

**離散量**是在日常生活中，時常以離散的方式出現，同時人們比較不會特意去割它的物件，例如人、馬、蘋果、糖果...等物件，因為這些物件習慣上以整體的方式呈現，不會特意去切割它，因此我們稱它為離散量。

**連續量**是在日常生活中，時常以一個整體的方式出現的物件，例如繩子、緞帶、蛋糕、披薩、...等等，在日常生活中，時常是完整出現。因為繩子、緞帶...等等**在日常生活中是一長條的形狀；我們表徵它時，常用線狀的方式呈現，因此我們稱它為一維連續量。**因為蛋糕、披薩...等個物，雖然是**立體的個物，可以我們在表徵它時，常用二維平面的方式表徵它**，而不用三維立體的方式表徵它，因此我們稱它為二維連續量。

在學習上，有時候我們會把蛋糕、緞帶等連續量進行切割，此時，有

學者稱它為連續量離散化。

離散量是學童學習整數與整數四則運算的合理情境，連續量（離散化）情境則是學童學習分數概念的合理情境（一般分數概念都會先從二維連續量入手，一維連續量又可以連結到數線概念）。

### 三、語意結構(一) 加法和減法

主要是要解決部份／全體的改變型或合併型問題，至於比較型和平衡型問題則是部份／全體的概念推廣問題。因此加、減法問題主要可以分為改變型、合併型、比較型和平衡型（等化型）問題。

#### (1) 改變型 (change)

改變型的問題對加法來說，是原來有部份量，再放入（加入）另一部份量而成全部的量（又稱添加型）。對減法來說，則是從所有量中拿走部份的量以後剩下部份的量（又稱拿走型）。因此改變型的語意中一開始的量稱為最初量（或稱起始量, start），加入或拿走的量稱為改變量（change），最後的量就稱為最終量（或者結果量, end）。一般而言，加（減）法的概念啟蒙是改變型的問題（關鍵概念），學童大都從這種題型開始學習加（減）法（讀者要是不信，可以要求學童舉一個  $3+5=8$  的例子，就知道大部份的學童都會舉改變型的問題）。

例如，「車上原來有 5 個人，又上來 3 個人，現在車上總共有多少人？」「家裏有 8 個蘋果，吃掉 3 個蘋果，現在家裏剩下多少個蘋果？」其中的 5 個人和 8 個蘋果就是最初量（起始量），3 個人和 3 個

蘋果就是改變量，而 8 個人和 5 個蘋果就是最終量（結果量）。

有時候學者想把加法和減法區分開來，就把改變型問題分別稱為添加型(change add to)和拿走型(change take from)。

### **(2)合併型 (combine)**

合併型的問題是兩個部份量同時併存於語意之中，同時要求全部的量的問題；或者已知全部的量和某部份的量，要求另一部份的量。這兩個部份的量稱為部份量 (part)，兩個量的和或者全部的量稱為整體量 (all)。

例如，「班上有男生 15 人，女生 18 人，班上共有多少人？」或者

「班上有 33 位同學，其中男生有 15 位，則女生有多少位？」其中的男生 15 人和女生 18 人都是部份量，班上學童 33 人則是整體量。

### **(3)比較型(比多型和比少型) (compare)**

比較型問題是兩量相比的語意問題，這兩量分別稱為參考量

(referent) 及比較量(compared quantity)。以“我比你大 2 歲”為例，是用“你的年紀”當參考來量“我的年紀”，故“你的年紀”稱為參考量，而“我的年紀”稱為比較量。另外，我們二人相差的歲數稱為差異量 (difference)。

### **(4)平衡型 (等化型) (equalize)**

平衡型是比較類和改變類的混合，也可以看做另一種比較型。像改變類問題一樣，含有行為，但卻是在比較二個互斥的量的大小。例如，

「小明有 10 顆彈珠，小華有 7 顆，請問小華再多幾顆彈珠就和小明一樣多？」

平衡型的問題和比較型的問題，讀者也可以把它想像成三一律（大於，或小於，或等於 vs. 比較多，比較少，一樣多）。因此上述問題，也可以用比較型的量的名稱來稱呼。也就是，小明的 10 顆就是參考量，小華的 7 顆就是比較量，再多幾顆就是差異量。

## (二) 整數的乘法

整數的乘法概念主要是解決部份／全體的等組型（或者等量型）、矩陣型的問題，倍數型、比例型、面積型和笛卡爾積型（又稱外積）問題是乘法概念的推廣。

### (1) 等組（或等量）型(equal groups, equal measures)

等組型問題是每組內的數量一樣多，求出總量的語意結構。例如，「每一個盤子有 3 個蘋果（單位量），5 個盤子（單位數）有多少個蘋果（總量）？」其中一盤 3 個我們稱為單位量，5 盤稱為單位數（是 5 個一盤），全部有多少個稱為總量。

也就是：單位量×單位數=總量。

### (2) 矩陣型(array)

矩陣型是一個物體的矩形排列，當他的每一列是等量的，而每一行也是等量的情形。例如，「操場有學童在排隊，一排有 15 人，總共有 12 排，請問排隊的學童有多少人？」

**(3)倍數型(times)**

以一數量為參考量，求出此數量的幾倍問題的語意結構。例如：妹妹有 5 張獎卡，哥哥的獎卡是妹妹的 3 倍，請問妹妹有幾張獎卡？

**(4)比例型(proportion)**

比例型問題可以是四個量之間的關係，只不夠當一個量是單位量時，就變成一個步驟的乘法問題。例如「一張偶像照片可以用 8 張貼紙來換，4 張偶像照片，可以用幾張貼紙來換？」「一個布偶可以用 20 張貼紙來換，4 個布偶可以用幾張貼紙來換？」

**(5)面積型 (rectangular area)**

在二維連續量的情境中，已知一圖形的邊長，求面積的語意問題。例如：「一個長方形的長是 4 公尺，寬是 3 公尺，問這個長方形的面積是多少平方公尺？」

**(6)笛卡爾積 (Cartesian product)**

笛卡爾積是兩個集合的乘積所成的新集合。例如，「約翰有兩件不同顏色的衣服，三條不同款式的褲子。一件衣服一件褲子配成一套裝，約翰可以搭配多少種不同的套裝呢？」再如，「從甲地乙地有 3 種走法，從乙地到丙地有 4 種走法，請問從甲地到丙地有多少種走法？」

**(三) 除法**

除法則主要分為包含除 (quotitive division) (又稱為分裝) 和等分除 (partitive division) (又稱為平分)。

### 1.包含除

包含除問題是指利用已知的總量和單位量，來解決單位數未知的問題。例如有 40 顆糖果，每 8 顆分給一位小朋友，共可以分給幾位小朋友？

總量÷新單位量=新單位數。

### 2.等分除

等分除問題是利用已知的總量和單位數，來解決單位量未知的問題。例如有 40 顆糖果，平分每 8 位小朋友，每人可以得到幾顆糖果？這種不同單位的除法，稱為等分除。

總量÷新單位數=新單位量。

### 四、運算結構

運算的結構可以區分為所要求的數為加(減、乘、除)數，被加(減、乘、除)數，或者和(差、積、商)數，也就是說以學童依題意順序列式時，未知數所在位置來區分運算的結構。

### 五、計數的原則

Gelman & Gallistel(1978)認為學童要學會計數，需要具備下列五個概念：

#### (一) 固定順序原則 (the stable-order principle)

固定順序原則是指用來計數集合體的數必需要遵循一定的順序，比如是 1、2、3...，或者 One, two, three,...。意即一致的唱數的順序是計

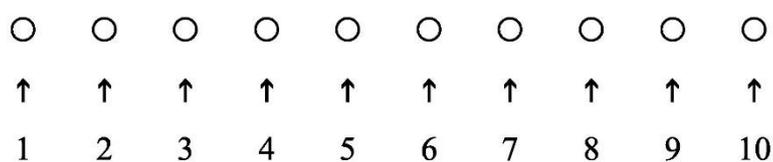
數的必要條件。在固定順序的指導下，學童需要利用約定成俗的數字順序 1,2,3,4,...來計數。無法模仿此一順序的學童便會因此重複數數或者漏數某些數。

### (二) 一對一原則 (the one-one principle)

一對一原則是指被計數的每一個物件，都必須和所唱數的每一個數做一個標記，此標記可以是任意的，且每個物體只能被標示一個記號。例如被計數的集合中第一個物件被標為 1，第二個物件，被標記為 2，...。每一個物件只能和唱數的數一個對應一個，不能一個個物被唱數二次，也不能二個個物被唱數同一個數。這種一對一的原則，是一種真正地數出物件數目的基礎。

### (三) 基數原則 (the cardinality principle)

基數原則是指在一個集合體中數到最後一個物件時的記號，即為該集合體的數量。例如一個集合有 5 個物件，它的最後一個個物被唱數到最後是 5，就表示這個集合總共有 5 個物件。其實它有一個非常重要的概念，就是我們是用基數(1, 2, 3...)在唱數，但手指的卻是序數(指著第一個，第二個，第三個...物件)，唱數到最後的數(第 5 個數，序數)就是基數 - 所有的個數(關鍵概念)。用圖形表示如下：



#### (四) 抽象原則 (the abstraction principle)

抽象原則指的是不管是任何物件，只要是可分開的物件都可以數，像有生命或無生命的具體實物，或者像事情、聲音、心靈等抽象的事情，只要可以分開，都可以數。

#### (五) 順序無關原則 (the order-irrelevance principle)

順序無關原則是指在點數物件時，每個物件被點到的順序，無論哪一個開始數起，都不會影響總數。例如，排成一排的玩具熊，無論從左邊數起，還是從右邊數起，或從其中任何一個開始數起，其總數都會相同。

### 六、位值概念

位值概念的意思是同一個數碼在數字的不同位置，它的意義不同。例如，十進位的數 111，雖然數碼都是 1，但是因為在數字的位置不同，所以每個 1 代表的意義不同。最左邊的 1 的位值是  $1 \times 100$ ，或者 1 個一百。中間的 1 的位值是  $1 \times 10$ ，或者 1 個十。最右邊的 1 的位值是  $1 \times 1$ ，或者 1 個一。

### 七、全數的化聚

化的意思是把大的單位化成較小的單位。聚的意思是把小的單位聚成大的單位。例如，10 個 1 可以聚成 1 個十，10 個十可以聚成 1 個百；而 1 個百可以化成 10 個十；一個十可以化成 10 個一。

## 八、算式填充題與線段圖

## 九、數概念的運思階段

82 年部編本（甯自強，1992）將國小學童對數的運思方式，依序分為五個發展階段，這五個階段和童學學習四則則算有很大的關聯：

### （一）序列性合成運思（sequential integration operations）

具備此運思的學童能將數個「1」合而為一，形成一個集聚單位（composite units，例如：10 或 16）。此階段的學童已具有數的保留概念，他們把「1」當做一個可複製並加以計數的集聚單位。例如，5 就是 5 個「1」。此階段的學童在加法的解題策略，多以手指或具體物模擬問題情境中的量，再全部數數。即以「1」為計數單位來進行解題。

### （二）累進性合成運思（progressive integration operation）

具備此運思的學童可以使用一個集聚單位（例如：10 或 16）為基礎，繼續合成新的「1」，而形成新的集聚單位，例如以 1（集聚單位）為起點，繼續合成 3 個「1」，而形成 19（新的集聚單位）。

### （三）部分—全體運思（part-whole operation）

具備此運思的學童能掌握「1」單位與以「1」為單位量所合成的集聚單位（例如：10 或 100）間的部分—全體關係，並且明顯地區分兩者的意義，所以在混合使用兩種以上的被計數單位（集聚單位）時，不會混淆其計數的意義，可以將數個集聚單位和數個「1」單位合而為

一，形成新的集聚單位。例如，能區辨 3 個「十」與 3 個「一」這兩個 3 具有不同的意義，而將 33（新的集聚單位）視為 3 個「十（集聚單位）」與 3 個「一」的合成結果。

#### (四) 測量運思 (measurement operation)

具備此運思的學童能掌握「1」與新的集聚單位（例如：10 或 100）間的部分—全體關係為基礎，進而能掌握新的集聚單位（例如：「十」）與以此集聚單位為單位量所合成的另一個新集聚單位（例如：10 個「拾」，也就是「百」）間的部分—全體關係，也就是可以同時掌握兩個層級的部分—全體關係。

#### (五) 比例運思 (ratio operations)

具備此運思的學童能以兩個集聚單位間的關係為運思的起點，形成新的單位來描述此關係，也就是能掌握比值或有理數的概念，並且以其關係為運思的對象，蘊涵著對共變性質的掌握，被此關係聯絡的兩個集聚單位，如果產生等比例的變化，並不會改變此關係。

## 貳、分數 (Fraction) 和小數

### 一、分數的單位量

將一個連續量（例如，一個蛋糕）或一個離散量（例如，一盒雞蛋有 10 顆）平分或分成幾塊或幾堆，其中的一部份與原來的量相比較，就形成分數概念。此時，“原來的量”就稱為（分數的）單位量。例如：將一個蛋糕平分或分成 8 塊，這“一個蛋糕”就是分數的單位量。

### 二、單位分數的內容物

為了讓學童了解等值分數和約分、擴分等概念性知識。我們引入單位分數內容物的概念為單一個物（或份數）、單位分數的內容物為多個個物（或份數）、單位分數內容物為非整數個物（或份數）、不指出內容物的概念。

## 參、量與實測 (Measurement)

量與實測也是國小的重要課程之一，量包括長度、重量、容量、時間、角度、面積、體積等生活中常用的七種量。其中長度、容量、角度、面積、體積屬於幾何（視覺）量，學生依據幾何經驗比較容易學習。重量除了需要身體的感覺，也需要使用測量工具。

除了時間之外，其他六種量的學習，大致上要經歷下列四個階段：初步概念與直接比較；間接比較與個別單位；常用單位的約定；常用單位的換算。

### 一、初步概念與直接比較

二、間接比較與個別單位

三、常用單位

#### 肆、 van Hiele 幾何認知層次

一、第 0 層次－視覺期 (Visualization)

二、第一層次－分析期 (Analysis)

三、第二層次－非形式演繹期 (Informal Deduction)

四、第三層次－形式演繹期 (Formal Deduction)

五、第四層次－嚴密性 (Rigor) 或公理性 (Axiomatic)

有學者區分為：從第一層次到第五層次。

#### 伍、 統計 (Statistic)

一、一維統計表和二維統計表

二、長條圖、直方圖、圓形圖、折線圖

#### 陸、代數

一、交換律、結合律、分配律

二、加減互逆、乘除互逆

## 數學名詞

本資料取自國立編譯館主編國民小學數學教學指引

<http://9years.mlc.edu.tw/files/9years/142/%E6%95%B8%E5%AD%B8%E5%90%8D%E8%A9%9E.htm>

| 一年級上學期 數學名詞(一) |   |
|----------------|---|
| 基數概念           | 正整數數詞可以用來標示某一群體物件的總量，此種功能稱之正整數數詞的基數概念。  |
| 標準數詞序列         | 按照社會文化約定的排列方式，唱出一連串的語音，各個語音皆為數詞，例如「1、2、3、...、10」，而此被唱出的語音序列即為標準數詞序列。            |
| 數數活動           | 運用標準數詞序列，對一群物件進行計數，並以點數時最後的數詞，來標示此群物件的個數。                                       |
| 數字             | 數的書寫符號，例如 5。  |
| 數詞             | 數的口語符號或語音，例如，ㄌㄤ。  |
| 表徵活動           | 將一個實體或活動，用另一種型式，重新表現出來，而不失其重要訊息，以達成溝通的目的。例如。正整數的說、讀、聽、寫、做活動；口述解題過程或算式記錄解題過程與結果。 |
| 一對一對應          | 甲集合的一個元素與乙集合中的一個元素互相配對的關係，例如數數過程中，一個物件對應一個                                      |

|        |  |
|--------|--|
|        | 數詞。  |
| 分解     | 由一堆物件中，分出部分的動件。分解問題即為題目中指示分解的動作，而要求解答剩餘的量為多少。分解活動意指由一堆物件，分出部分，並對剩餘部分進行計數的整體活動。 |
| 合成     | 將兩堆物件合起來的動作。合成問題即為題目中指示合成的動作，而要求解答占起來是多少。合成活動意指將兩堆物件合起來，並計數總量的整體活動。            |
| 分段布題   | 「拿出 3 個花片」，「拿出 5 個花片」，再提問「數數看，合起來有多少花片」。                                       |
| 一次布題   | 教師有布題時，將問題一次呈現，由學童自行進行數個步驟的活動。   |
| 口述解題過程 | 在完成解題後，由學童發表其解題方式、內容與結果。當學童口語能力不足時，亦可用重新演示解題過程(操作具體物或畫圖)的方式發表。                 |
| 添加型問題  | 在一個數量改變的事件中，由一個已知數量開始，增加特定數量後，要求決定改變後的數量。例如「小明有 2 顆糖，媽媽再給他 5 顆糖，               |

|         |  |
|---------|--|
|         | 現在小明有幾顆糖？」   |
| 併加型問題   | 已知兩個群體分別的數量，而要求決定兩個群體的總量。例如「媽媽買了2個紅蘋果和5個青蘋果，媽媽一共買了多少蘋果？」   |
| 拿走型問題   | 在一個數量改變的事件中，由一個已知數量開始，減少特定數量後，要求決定改變後的數量。例如「弟弟有7片口香糖，送給哥哥2片，弟弟還剩下多少片口香糖？」                                    |
| 數全部策略   | 意指學童在進行此策略過程中，不論做數或數數都須將數詞所描述的物件，一一數過。   |
| 序列性合成運思 | 強調學童此時對正整數詞的理解，是透過數個「1個」(或具體物)的合成活動來掌握，於是在解合成或分解的問題時，須序列性地進行數次「數個1個合成活動」(做數或數數)                              |
| 累進性合成運思 | 學童對正整數詞已發展出多重意義，不只可將其視為數個「1個」的合成活動，亦可將其視為一個整體，例如學童在解7個蘋果加3個蘋果的問題時，可以將「7個蘋果」視為一個整體，累進性地逐次增加3個「1個」，使用標準數詞序列，由數 |

|             |   |
|-------------|---|
|             | 詞「<一」為起點，向上數3次，「7、8、9、10」，而獲得10個的答案。  |
| 向上數的策略      | 例如7個加3個的問題，學童點由7個開始，念出「7、8、9、10」而獲得10個的答案。  |
| 向下數的策略      | 例如10個減去3個的問題，學童以數詞「10」為起點，逐次向下數3次，而表現出「10、9、8、7」的計算過程，而以7個為最後的答案。                         |
| 序數概念        | 正整數詞除了可以用來表示群體的個數(基數概念)外，亦可以用來標示個體在群體中的位置，或個體與群體中其他個體間的次序關係，這是使用正整數詞的序數概念，例如「排在第5位的是張小明」。 |
| 比較活動        | 對於甲、乙兩個(堆)物件，學童按照指定的性質(例如個數、長)，進行比較。  |
| 「誰多？多少？」的問題 | 是比較問題的一種，要求學童指出那一堆物件的個數較多或較少。例如「這裡有3張椅子和3個人，比比較多？還是椅子比較多？」                                |
| 標示活動        | 在呈線性排列的物件裡，用正整數數詞來描述某特定物件在群體中的位置。例如「紅色花片排在  |

|           |   |
|-----------|---|
|           | 第幾個？」。  |
| 「多多少？」的問題 | 是比較問題的一種，要求學童比較之後，描述多出來部分的個數。例如「這裡有 5 個橘子和 3 個蘋果，橘子比蘋果多幾個？」                           |
| 基本加減計算    | 以「 $A+B=C$ 」與「 $C-A=B$ 」來代表加減計算問題，基本加減計算意指 A 與 B 皆小於 10 的計算。                          |
| 「少多少？」的問題 | 是比較問題中的一種，要求學童在比較之後，描述乙量比甲量少的個數，例如「這裡有 3 個蘋果和 5 個橘子，蘋果比橘子少幾個？」                        |
| 算式        | 是指橫式，一種有運算符號、等號與數字的表徵格式，例如「 $3+5=8$ 」或「 $8-3=5$ 」，皆為算式。它是將數學符號以特定的組織方式，來描述一個運算的過程與結果。 |
| 解題痕跡      | 解題痕跡是指學童在解題過程，及協助整個活動的進行中，自發地留下的一些資訊的表徵。類似成人的草稿，不必然使用符號溝通的格式。                         |
| 解題紀錄      | 在完成解題後，學童反省解題過程與結果，用某種型式或記號，將解題方式、內容與結果，重新表現出來，以方便與人溝通或記憶。                            |

|                       |   |
|-----------------------|---|
| 算式填充題                 | 算式是一個數量活動的紀錄，而算式填充題則是用一組數學符號來呈現一個問題，算式的某一構成成分，因某種原因變成未知，要求解題者將此未知解出並填入，使算式成為完整的敘述。例如「 $5+3=()$ 」。                 |
| 列式求解                  | 學童用算式填充題來表徵(記錄)文字描述的量的問題，解決數的計算問題(算式填充題)，再使用計算的結果，來回答原始呈現的量的問題。   |
| 等號的等價意義               | 等號前後的數量相同，如 $8=5+3$ ，而不等號最初的意義為計算的結果，如 $5+3=8$ (5 個加上 3 個的結果是 8 個。)   |
| <b>一年級下學期 數學名詞(二)</b> |   |
| 化聚活動                  | 是單位量轉換活動，將用高階單位描述的數量，「化」為用低階單位的描述，例如「6 個伍元是多少钱？」「3 個十合起來是多少？」；或將用低階單位描述的數量，「聚」為用高階單位的描述，例如「30 元是多少個伍元？」「30 是幾個十？」 |
| 「又一」的活動               | 累進性合成運思的學童，可以用一個集聚單位作為基礎，繼續合成新的「1」，成為新的集聚單  |

|         |  |
|---------|--|
|         | 位，所以可進行「又一」的問題，例如「20 個蘋果又 1 個蘋果合起來是多少個蘋果？」   |
| 合成運思    | 此運思將數個「1」合而為一，形成一個集聚單位，例如 7 個「1 個蘋果」合而為一，成為「7 個蘋果」。  |
| 集聚單位    | 指一個集合體，是由數個「1」所合成，而此集合亦可視為一個整體。  |
| 部分-全體運思 | 此運思明顯地區分「1」單位與一集聚單位，在混合使用兩種以上的單位時，不混淆各個單位的意義，可以將數個「集聚單位」和數個「1」合而為一，形成新的集聚單位，例如 2 個「10」和 3 個「1」是「23」。 |
| 被計數單位   | 指在計數活動中所使用的單位，亦即「一」的意義，通常在使用數詞描述時，是以「壹」為被計數單位。但是在 2 個十的描述中，此計數活動是以「拾」集聚單位為被計數對象「一」，「拾」為被計數單位。        |
| 加減算則    | 是利用多個被計數單位，分別進行加減活動，再配合各個被計數單位間的化聚活動，來簡化加減   |

|         |  |
|---------|--|
|         | <p>計算的過程，是成人習慣使用的解題策略，例如在「<math>19+12=()</math>」所代表的問題中，9個「壹」和2個「壹」是11個「壹」，又是1個「拾」1個「壹」，1個「拾」加1個「拾」是2個「拾」，再加1個「拾」是3個「拾」，3個「拾」1個「壹」是31。</p> |
| 淡化原則    | <p>當學童表現較高(抽象)層次的運思活動時，教師宜協助學童說明他(她)的解題觀點，但不強求其他學童理解或模仿。</p>   |
| 做數活動    | <p>看到數字或聽到數詞，拿出相當數量的具體物，來表現數詞(字)的意義。</p>   |
| 數量的命名活動 | <p>嘗試產生一個數詞來描述情境中的數量。</p>  |
| 加減互為逆運算 | <p>部分-全體運思學童，可以進行「甲部分和乙部分合成全體」與「全體分出乙部分則成甲部分」間的可逆轉換，另此理解和數減去加數必為被加數，而減數與差數相加會獲得被減數；換言之，加法運算取消減法運算的改變，而減法運算取消加法運算的改變，此稱為加減互為逆運算。所以</p>      |

|           |   |
|-----------|---|
|           | 可用合成觀點來理解分解問題，或用分解觀點來詮釋合成問題。  |
| 「又十」的合成活動 | 累進性合成運思的學童，可以用一個集聚單位作為基礎，繼續合成 10 個新的「一」，成為新的集聚單位；或將上述活動簡化，以一個集聚單位為基礎，繼續合成新的「十」成為新的集聚單位，例如「23 個蘋果又 10 個蘋果合起來是多少個蘋果？」 |
| 十個一數      | 使用又十詞序列，進行一次累加一個「十」的計數活動。例如「10、20、30、...」。  |
| 又十數詞序列    | 為簡化的十個一數的數詞序列，例如「10、20、30、...」「3、13、23、33、...」。   |
| 又十累進性合成運思 | 指累進性合成運思學童，以一個集聚單位為起點，一次累加一個「十」的活動方式，例如在解「 $28+33=()$ 」所代表的問題時，可以進行以 28 為起點，向上十個一數，形成「28、38、48、58、59、60、61」過程。      |
| 又一累進性合成運思 | 指累進性合成運思學童，以一個集聚單位為起點，一次累加一個「一」的活動方式，例如在解   |

|         |  |
|---------|--|
|         | 「 $28+12=()$ 」所代表的問題時，進行 12 次又一的活動。  |
| 堆排活動    | 在建立一條橘色積木能代表 10 個白色積木排起來一樣長，所以可以代表 10 個白色積木。   |
| 位值概念    | 是印度-阿拉伯記數系統的一個特性，此記數系統運用 0~9 十個數碼，配合書寫時的相關位置，組合起來形成數字，來描述數量。利用相關位置來溝通各個數碼的意義，稱之位值概念，例如數字「87」是「8」與「7」兩個數碼組合而成，最右邊位置上的數碼「7」，表示 7 個「壹」單位，而其左邊位置上的數碼「8」，表示 8 個「拾」單位。 |
| 減數未知型問題 | 指在一個數量改變的事件中，由一個已知數量開始，減少一些數量後，獲得改變後的數量，而要求決定減少的數量，例如「圖書館裡有 12 個人，出去一些人後，剩下 9 個人，出去了多少個人？」   |
| 捆綁活動    | 將 10 個離散物件，捆綁成一體，以形成代表「十」單位的具體物，例如將 10 枝吸管捆綁成一   |

|                       |   |
|-----------------------|---|
|                       | 捆吸管。  |
| 數碼                    | 指 0~9 的十個數字元素，在印度-阿拉伯記數系統中，是利用數碼組合而成數字，例如「87」是「8」與「7」兩個數碼組合而成。  |
| 算式填充題記錄問題活動           | 解題都將其對文字題題意的理解，用算式填充題的型式，加以表徵。此時算式填充題型式不強調括號在等號右邊。  |
| 兩步驟的問題                | 由成人觀點，將兩個單一步驟問題，合併成一個問題。例如「美芳有 5 顆糖，爸爸給她 3 顆，媽媽給她 2 顆，現在她有幾顆糖？」為兩步驟合成問題；「小華在樹上摘了 9 個橘子，送給小明 3 個橘子，又送給三琳 2 個橘子，小華現在還有幾個橘子？」為兩步驟分解問題；「草地上有花貓 5 隻和白貓 2 隻，跑走了 4 隻，還有幾隻？」為兩步驟合成分解混合問題。 |
| 併式                    | 在一個算式中，有兩個以上的運算符號，例如「 $9-3-2=4$ 」、「 $9-(3+2)=4$ 」、「 $5+2-4=3$ 」。  |
| <b>二年級上學期 數學名詞(三)</b> |   |
| 被比較量未知                | 是比較問題的一種，例如「小玲有 24 枝筆，小玉  |

|               |   |
|---------------|---|
| 型問題           | 比小玲多(少)8 枝筆，小玉有幾枝筆？」，習慣上，在一個關係性的描述句中，例如「小玉的筆比小玲的筆多 8 枝」，小玉的筆的數量稱為被比較量，而小玲的筆的數量稱之參照量，其差異的數量稱之差異量，故上述的問題為被比較量未知的問題。 |
| 全體已知，求部分未知型問題 | 在一個數量併加的情境中，已知甲、乙兩個群體合成的總量，並且已知甲(乙)群體的數量，要求乙(甲)群體的數量。例如「籃子裡有 15 個蘋果，7 個是青蘋果，其他的是紅蘋果，紅蘋果有幾個？」                      |
| 多步驟算式紀錄格式     | 將解題過程，按「先做什麼、再做什麼、...、最後做什麼」各步驟的次序，將各步驟的活動與結果，分別用算式記錄下來，簡稱為多步驟算式紀錄格式。   |
| 列式求解          | 要求用標準算式填充題格式進行問題記錄，再進一步解決問題。  |
| 標準算式填充題       | 算式填充題的基本形式，等號的右邊只有未知數，而等號的左邊沒有未知數，例如「30-  |

|       |  |
|-------|--|
|       | 19=( )」。   |
| 倍的問題  | 是單位量轉換的一種，將數個等價的集聚單位，合成一個新的集聚單位，並將用集聚單位為被計數單位所描述的數量，轉換為以「1」為被計數單位的描述。例如「一隻青蛙4條腿，8隻青蛙有幾條腿?」、「5個4合起來是多少?」、「4的5倍是多少?」 |
| 加法交換律 | 被加數與加數的角色互換，其運算結果不變的規律。  |
| 單位量轉換 | 將用一個單位量為被計數單位所描述的數量，轉換成以另一個單位量為被計數單位的描述。   |
| 單位量   | 在5個4合成20的描述中，「4」是由「1」合成的集聚單位，用4來描述此集聚單位內容的數量，稱為單位量。  |
| 單位數   | 在5個4合成20的描述中，用「5」來描述此集聚單位「4」的個數，稱為單位數。   |
| 基本乘法  | 即俗稱九九乘法表的內容，以「 $a \times b = c$ 」來代表乘法活動的內容與結果，基本乘法問題意指 $a$ 與 $b$ 皆小於10。   |

|                       |   |
|-----------------------|---|
| 分解再結合策略               | <p>學童將被加數與加數的整十與非整十部分分開，先分別進行整十部分與非整十部分的合成(分解)活動，再將活動結果進一步的合成，以獲得答案。</p> <p>例如在「<math>38+23=( )</math>」的問題中，學童先把 38 看成 30 和 8，23 看成 20 和 3 將被加數的部分與加數的部分予以交換，先計算 30 和 20 是 50，再計算 8 和 3 是 11，再將 50 和 11 合併，得到 61 的答案。</p> |
| 直式紀錄                  | <p>是另一種數學語言的溝通格式，將被加(減)數、加(減)數與運算結果用上下位置予以排列。在開始時，直式紀錄中要求必須呈現問題與答案，並可用視窗呈現解題過程，但不要求位置對齊。</p>  |
| 乘法算則                  | <p>即成人使用紙筆，進行乘法計算時，採用的計算策略。</p>   |
| <b>二年級下學期 數學名詞(四)</b> |   |
| 包含除問題                 | <p>將除法視為解決單位量轉換的活動。在包含除問題中，例如「小明有 12 顆糖，4 顆裝成一盒，可以裝成幾盒？」，小明的糖原來是用「一顆」為單位來描述，共有 12 顆，而目前題目要求用「一</p>  |

|       |   |
|-------|---|
|       | 盒」或「四顆」為單位，重新描述總量，回答這裡有幾顆糖，要求回答新單位(「4」)的個數或單位數，包含除是單位數未知的單位量轉換問題。   |
| 等分除問題 | 在等分除問題中，「小明有 12 顆糖，平分裝成 3 盒，一盒有幾顆糖？」，原來是用「一顆」為單位來描述總量，而目前要求使用另一個新的單位「一盒」來描述，而這個新的單位量尚未用「壹」單位來描述，換言之，新單位量是未知，只知用此單位量來描述時，是有 3「盒」(單位數是 3)，等分除是新單位量未知的單位量轉換問題。 |
| 乘法交換律 | 被乘數與乘數的角色互換，其運算結果不變的規律。   |
| 十十乘法表 | 以被乘數與乘數皆不大於 10 為範圍，表列所有的乘法事實。   |
| 又一倍策略 | 運用對倍的問題題意的了解，逐次累加一個被乘數，例如解「 $6 \times 2 = 12$ ； $6 \times 3 = 18$ ； $6 \times 4 = 24$ 」所表現的解題策略。  |
| 又幾倍策略 | 在解倍的問題時，能一次累加被乘數的數倍，例   |

|                 |  |
|-----------------|--|
|                 | 如已算得 4 個 6 是 24，再加 4 個 6 是 48( $24+24=48$ )。   |
| 乘除法互為逆運算        | 測量運思學童，可以掌握數概念的乘法性結構，例如將「4」視為「24」的元素，掌握「4」與「24」間的部分-全體關係，4 的 6 倍合成「24」(乘法運算)，亦可逆向的解構 24 除以 6 得到 4，視乘除法運算互為逆運算，一個運算取消另一個運算所造成的影響。 |
| 除的盡、除不盡的問題      | 特指在包含除情境下，區辨是否有餘數的問題。  |
| 「加乘」、「減乘」的兩步驟問題 | 由成人觀點，將兩個單一步驟問題，合併成一個問題。加乘兩步驟問題包含一個合成問題與一個倍的問題；減乘兩步驟問題包含一個分解問題與一個倍的問題，例如「一套漫畫書有 4 本，家裡有 3 套，弟弟看完 3 本，還有多少本沒有看？」                  |
| 兩數的和式           | 描述將兩數進行合併，但尚未將結果數值化的活動，以「5 和 3 的和式」為例，是將 5 和 3 進行合併活動，但合併成的集聚單位，尚未予以數值化，所以記錄此一活動時，將其記為「5+3」。                                     |

|         |   |
|---------|---|
| 兩數的差式   | 描述一數自另一數中分離出來，而分離後剩餘的集聚單位，尚未予以數值化，以「5-3」來記錄「5和(減)3的差式」。 |
| 定數      | 當一個集聚單位，已被數值化稱之定數，例如「5」。                                |
| 等號的等價意義 | 用等號來描述等號左右兩邊的物件，具有等價關係。                                 |
| 等號的對稱性  | 等號兩邊的物件，位置交換，而不影響其原有的關係。                                |
| 單位分量    | 經由等分割活動，所得一份的量，因將用此量做單位，進行合成活動，故稱之單位分量。                 |
| 基準量     | 在測量中，做為基準單位「1」所指示的量。                                    |
| 等分割活動   | 對「一」單位的等分活動，稱之為等分割活動，以別於對正整數進行等分除活動。                    |
| 單位分數    | 指分子為1的分數。   |
| 命名活動    | 嘗試描述情境，形成約定成俗的說法，例如使用分數數詞描述分量。                          |
| 連續量     | 物件沒有自然的單位，須使用約定的測量工具，才能描述，例如長度、面積。                      |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| 離散量                   | 物件有自然的單位，呈離散的狀態，一個一個獨立的呈現，在測量時，以其自然的單位進行數數活動，稱之離散量，例如花片的個數。  |
| 概數                    | 是一種變數的概念，在描述一數量時，只精準至某一個高階單位，而對其低階單位不做精準的描述，例如「五十幾歲」。  |
| 估算活動                  | 使用概數進行運算活動，而描述其差不多的範圍，例如「二十幾加四十幾」是六十幾、七十或七十幾。  |
| <b>三年級上學期 數學名詞(五)</b> |  |
| 「10」、「1」兩階單位的運算策略     | 學童要能同時掌握「10」與「1」兩階單位，並在各階單位中分別進行「基本加減運算」，如果計算結果大於9，尚須進行兩單位間的轉換活動。例如「 $38+23=()$ 」的問題中，學童先將38看成3個「10」和8個「1」，再將23看成2個「10」和3個「1」，8個「1」和3個「1」是11，也就是1個「10」和1個「1」，3個「10」和2個「10」是5個「10」，再加1個「10」是6個「10」，6個「10」和1個「1」是61，這也是成人加法算則的 |

|            |  |
|------------|--|
|            | 運思方式。  |
| 又百累進性合成運思  | 指累進性合成運思學童，以一個集聚單位為起點，一次累加一個「百」的活動方式，例如在解「 $428+321=( )$ 」所代表的問題時，可以進行以428為起點，向上百個一數，形成「428、528、628、728、738、748、749」的過程。 |
| 直式算則       | 成人習慣使用直式格式的加、減、乘、除算則。  |
| 列式並求解      | 要求用標準算式填充題格式，進行問題記錄，再進一步地解決問題。   |
| 子分割的活動     | 將「1個」的等分活動稱之為子分割活動，以別於正整數的等分除活動。   |
| 真分數        | 指分子小於分母的分數。  |
| 單位數未知的倍的問題 | 由異於「1個」的單位量開始描述，而且是描述幾倍的合成動作的問題，例如「3顆糖裝成一盒，小明要買多少盒，才會有12顆糖？」。  |
| 真分量        | 分子異於1，且其總量不超過「1個」的分量稱之為真分量。  |
| 分量問題       | 由總量(要被等分的總量是「1個」)等分成數個部分，所形成部分的量(不足「1個」的量)，稱為分   |

|                       |  |
|-----------------------|--|
|                       | 量，例如「8個蘋果裝成一盤，將一盤蘋果等分成4分，其中的1分是多少盤？」   |
| 兩數的積                  | 描述將兩數進行乘法運算，但尚未將結果數值化的活動，以算式「 $7 \times 6 = 42$ 」為例，「 $7 \times 6$ 」為7乘以6的積，而「42」為積數，在談論積的描述時，強調並未使用「1」為單位量來重新描述總量，而在談論積數時，則強調已用「1」為單位量重新描述總量。 |
| <b>三年級下學期 數學名詞(六)</b> |  |
| 名數                    | 將一個「量」經計數或測量後所得到的「數」，合併單位名稱一起稱呼此「量」時稱之為名數，如「12個」、「23.5公分」、「18小時」等等。  |
| 測量運思                  | 測量運思可掌握「1」單位、集聚單位(例如「10」)與新集聚單位(例如「100」)三者間的相互關係。學童在此運思之下，亦可同時掌握兩個階層的部分-全體關係，如「1」和「10」的一層部分-全體關係，及「10」和「100」的另一層部分-全體關係。                       |
| 以幾分之一累                | 指分數概念發展是累進性合成運思的學童，以一  |

|                       |   |
|-----------------------|---|
| 進性合成運思                | 個分數為起點，一次累加一個「單位分數」的活動方式，例如在解「 $2/7 + 3/7 = ()$ 」所代表的問題時，可以進行以 $2/7$ 為起點，向上 $1/7$ 個一數，形成「 $2/7$ 、 $3/7$ 、 $4/7$ 、 $5/7$ 」的過程。       |
| 等值分數                  | 在相同的基準單位量「1」之下， $1/2$ 和 $5/10$ 的分割份數和分割後合成的份數雖有不同，但兩個分數所描述的數量是一樣的。故稱此二分數為等值分數。  |
| 列式                    | 要求用標準算式填充題格式，進行問題記錄。  |
| 驗算活動                  | 是透過反省解題過程，或採用另一種解題策略重新計數，來檢查計數結果的合理性。例如學童在完成「 $28+43=()$ 」問題而得到答案 71 後，再計算一次以確定答案，或改用減法，以 71 減去 28 或 43 來確定答案。這兩種檢驗答案的方法，都稱為「驗算活動」。 |
| <b>四年級上學期 數學名詞(七)</b> |   |
| 千格板                   | 一個紙板，像是十張百格板疊在一起的圖像，用來表徵「1000」的數量，並做為被計數單位「千」的具體物。  |

|       |  |
|-------|--|
| 百格板   | 一個紙板，其大小與一百個白色積木排成的正方形一樣大，並且劃有格線，每一格邊長為一公分，用來表徵「100」的數量，並做為被計數單位「百」的具體物。   |
| 摘要紀錄  | 對於一個數學問題，例如倍的問題，當學童完成解題後，要求學童「把問題和結果用一個算式記下來」，此時學童透過討論形成使用格式化乘法算式(例 $23 \times 8 = 184$ )來達成要求，即為摘要紀錄，而摘要紀錄了問題的解題活動類型、內容與結果。             |
| 除法原理  | 對於任意的非負整數 A、B，但 B 不等於 0，必可找到 Q、R 兩個非負整數，滿足 $A = B \times Q + R$ 的關係，其中 B 大於 R 大於等於 0，當 A 和 B 分別是被除數與除數時，上述所找到的 Q、R 分別是商數和餘數。這個性質稱之為除法原理。 |
| 巢狀數概念 | 在非負整數中，當學童發展至部分-全體運思階段，可以同時使用兩個以上的被計數單位，而不混淆異於「壹」單位其計數的意義，因而把「53」看成「5 個拾 3 個壹」的合成結果，這種的數詞意義，簡稱為巢狀數概念。                                    |

|      |  |
|------|--|
| 真分數  | 指分子小於分母的分數。  |
| 比值   | 一個對等關係的兩數量可以記錄為「比」，例如 3 公斤的米賣 100 元，可以記錄為「3：100」的比值是 $3/100$ 。因此亦可以說它是所有這些相等比的比值。  |
| 有理數  | 在數學上，有理數是分數的等價集(等值分數)。例如 $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ 是由和 $1/2$ 等價的所有的等值分數所構成的集合，是一個類，也表示一個有理數。亦即 $1/2$ 是一個分數， $2/4$ 也是一個分數，這二個分數的等價集相同，都是 $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ 這個有理數。在數學上習慣用其最簡分數來表徵(或代表)這一個類(有理數)，例如用 $1/2$ 來表徵與所有 $1/2$ 等值的分數所成的類(一個有理數) $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ 。 |
| 等價集  | 對於分數而言，和 $1/2$ 等值的所有分數的集合是 $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ ，稱之為一個等價集。而 $\{1/3, 2/6, 3/9, \dots\}$ 是另一個分數 $1/3$ 的等價集。  |
| 最簡分數 | 一個分數的分子與分母是互質時稱之。即分子、分母的最大公因數是 1。  |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| 約分活動                  | 將一個分數的分子和分母同除一正整數，將此分數化為較簡或最簡分數，稱為約分活動。在同一基準單位量之下，約分後的分數與原分數為等值的。  |
| 被乘數未知問題               | 倍的語意的問題，但其中單位量未知，例如「一盒草莓是多少顆時，8 盒草莓合起來會有 184 顆？」   |
| 乘數未知問題                | 倍的語意的問題，但其中單位數未知，例如「一盒草莓有 23 顆，多少盒草莓會有 184 顆？」   |
| <b>四年級下學期 數學名詞(八)</b> |  |
| 假分數                   | 指分子不小於分母的分數。   |
| 乘法對加法的左右分配性質          | 滿足「 $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ 」性質稱為乘法對加法的左分配性質；滿足「 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ 」性質或為乘法對加法的右分配性質。 |
| 帶分數                   | 指由正整數與真分數合成的分數，例如 $2+1/3$ 。  |
| 純小數                   | 整數部份為 0 的小數。   |
| 帶小數                   | 整數部份不為 0 的小數。  |
| 被除數未知問題               | 等分或分裝語意的問題，但其中總量未知，例如「超市有一些棗子，7 個裝成一包，全部裝完，可   |

|                       |   |
|-----------------------|---|
|                       | 裝成 9 包而沒有剩下，問超市原有多少個棗子？」。   |
| 除數未知問題                | 等分或分裝語意的問題，但其中單位數或單位量未知，例如「老師有 105 枝鉛筆，要平分給幾個小朋友？才可以全部分完後，每一個小朋友分到 7 枝而沒有剩下？」或「水果店有 72 個李子，要幾個裝成一包？才可以一包一包的一樣多，全部裝完後裝成 8 包而沒有剩下。」 |
| 併式                    | 含有兩個以上運算描述的紀錄，例如「 $(8+5)-7$ 」。  |
| 併式填充題                 | 要求對併式確定數值，例如「 $(8+5)-7=( )$ 」。  |
| 併式紀錄                  | 併式與其結果的紀錄，例如「 $(8+5)-7=6$ 」。  |
| 等於、大於或小於關係的遞移性        | 滿足「若 $a=b$ 、 $b=c$ ，則 $a=c$ 」的性質稱為等於關係的遞移性；滿足「若 $a>b$ 、 $b>c$ ，則 $a>c$ 」的性質稱為大於關係的遞移性；滿足「若 $a<b$ 、 $b<c$ ，則 $a<c$ 」的性質稱為小於關係的遞移性。 |
| 逐次減項                  | 透過等號的遞移關係，把原始問題，解題中間步驟與最終結果用一條式子記下來的一種多步驟問題的解題紀錄格式。例如「 $12-(15-7)=12-8=4$ 」。  |
| <b>五年級上學期 數學名詞(九)</b> |   |

|                        |   |
|------------------------|---|
| 單位小數                   | 單位分數、 $1/10$ 、 $1/100$ 、 $1/1000$ ...等等，記成小數時分別為 $0.1$ 、 $0.01$ 、 $0.001$ 、...等等，稱這些小數為單位小數。  |
| 帶小數                    | 整數部份不為 $0$ 的小數，例如 $3.25$ 。  |
| 加法結合律                  | 是指如果有 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 三個自然數，則必有 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 。也就是說左式原本應該先算「 $a+b$ 」後再把結果和 $c$ 加起來，右式先算「 $b+c$ 」後再以 $a$ 加上其結果，比較左、右兩式的結果必然相等。   |
| 純小數                    | 整數部份為 $0$ 的小數，例如 $0.54$ 。   |
| 併式                     | 含有兩個以上運算描述的紀錄，例如「 $(8+5)-7$ 」是一個和差併式、「 $(8+5)*9$ 」是一個和積併式、...。  |
| $=$ 、 $>$ 、 $<$ 符號的遞移性 | 滿足「若 $A=B$ 、 $B=C$ ，則 $A=B=C$ 」的性質稱為等於關係的遞移性；滿足「若 $A>B$ 、 $B>C$ ，則 $A>C$ 」的性質稱為大於關係的遞移性；滿足「若 $A<B$ 、 $B<C$ ，則 $A<C$ 」的性質稱為小於關係的遞移性。 |
| 加法交換律                  | 被加數與加數的角色互，其運算結果不變的規  |

|       |  |
|-------|--|
|       | 律。   |
| 估商活動  | 指估商策略解決除法問題的基本活動，以「 $2387 \div 17 = ()$ 」為例，在分布題之下先問「商數最多有幾個百？」，也就是問「 $17 \times () \leq 2386$ 」或「 $() \times 17 \leq 2386$ 」的最大整數解(整百)，其解題活動稱為估商活動。 |
| 估商策略  | 解決除法問題的策略中，使用「先估算商數最多有幾個高階單位，再算剩下的最多有幾個次高階單位，……，最後再算剩下的最多有幾個一」的解題策略稱為估商策略。   |
| 兩數的積式 | 描述一數的幾倍所得的集聚單位，但尚未予以數值化，例如以 $5 \times 9$ 來記錄「5 乘以 9 的積式」。  |
| 兩數的商式 | 描述一數除以另一數而沒有餘數的除法活動所形成的集聚單位，尚未予以數值化，「 $15 \div 3$ 」來記錄「15 除以 3 的商式」。   |
| 對等關係  | 是指兩數量 A、B 之間，由於某種原因，而產生一種配對關係，就稱此兩數量 A 與 B 有對等關係。<br>在數學上用有序數對(A,B)或用「比」的符號 A : B 來記錄之。  |

|         |  |
|---------|--|
| 比       | 是指使用「比」的符號 $A:B$ 來記錄一個對等關係中的兩量(A 與 B)。   |
| 等價的對等關係 | 當使用比值來描述一個對等關係時，比值相等的兩個對等關係可以說是等價的；或者一個對等關係的兩個數量(A:B)與另一對等關係的兩個數量(C:D)分別有相同的倍數關係，例如有一個數 M 使得 $C=Ma$ 且 $D=Mb$ ，也可說是等價的。                   |
| 比值      | 一個對等關係的兩數量可以記錄為「比」，例如 3 公斤的米賣 100 元，可以記錄為「3:100」，在數學上常直接定義「前項」除以「後項」的值為其比值，而本課程為了學童的發展而暫時把比值數值化，認為和這個「比」相等的比中有一個其後項為 1 者，其前項稱之為原來這個比的比值。 |
| 對等問題    | 在量的情境下，如果並置而且等價的兩個對等關係「 $a:b=c:d$ 」的四個數量中有一項是未知數時，例如「3 公升的水重 3 公斤，幾公升的水重 10 公斤？」，稱之為對等問題。  |
| 前比例項    | 對等問題中，先敘述的對等關係，例如「三明用 7 部舊小汽車可以換 3 個布偶，同樣的方式，小華  |

|        |   |
|--------|---|
|        | 拿了 14 部舊小汽車可換到了多少個布偶？」，其中 7：3 為前比例項。  |
| 交換對等問題 | 常見的對等問題類型之一，其中前比例項中的兩量是分別兩個物件具有相同的價值，或可以互相交換時，稱為交換對等關係。                                       |
| 交換問題   | 常見的對等問題類型之一，交換對等問題的簡稱。  |
| 組合對等問題 | 常見的對等問題類型之一，其中前比例項中的兩量是同一全體量中的部份時，稱為組合對等問題。   |
| 母子對等問題 | 常見的對等問題類型之一，其中前比例項中的一量是全體量，另一量是全體量的部份量時，稱為母子對等關係。   |
| 比例問題   | 64 年版課程標準編訂的教材中的比例問題，例如「國旗的長寬的比是 3：2，已知一國旗的長是 60 公分，問其寬是多少公分？」，是指已知一「比」及對等關係中的數量，求另一未知的數量的問題。 |
| 比例式填充題 | 對於對等問題(依據 82 年版課程標準所編的教材)   |

|           |   |
|-----------|---|
|           | 或比例問題(依據 64 年版課程標準所編的教材)的問題記錄，型如 $3:2=60:( )$ 。   |
| 正向活動的對等問題 | 當對等問題的未知數在前比例項中時，作為推論基礎的對等關係是已知，所以稱之為正向的對等關係轉換活動，或簡稱為「正向活動」。  |
| 逆溯活動的對等問題 | 當對等問題的未知數在前比例項中時，作為推論基礎的對等關係中，有部份未知，故而須由轉換後獲得的對等關係(已知)，反向地推論轉換前的對等關係，或簡稱為「逆溯活動」。  |
| 公因數       | 對於甲、乙兩個量(例如 12 與 18)，1、2、3、4、6、12 都是 12 的因數，而 1、2、3、6、9、18 都是 18 的因數，其中 1、2、3、6 既是 12 的因數，又是 18 的因數，在數學上稱 1、2、3、6 是 12—18 的公因數。 |
| 線段圖       | 即成比例線段圖。  |
| 成比例線段圖    | 指用數段成比例的線段來表徵數學問題中所描述的數量，並滿足下列兩個條件：第一，圖中應標示每一線段所代表的是什麼；第二，這些線段的長度應成比例地表現問題中的數量關係。   |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| 因數                    | <p>數學上定義：對於兩整數 A 與 B，且 B 不等於 0，若存在整數 m 滿足 <math>A=B \times m</math>，則稱 B 是 A 的因數，或稱 A 是 B 的倍數。或使用除法的觀點，由總量為問題起點，探討可能組成的單位量，來處理因數的啟蒙問題，即透過 12 可以由 1, 2, 3, 4, 6, 12 這些數為單位量組成的方式，引入 12 因數有 1, 2, 3, 4, 6, 12 這些數為單位量組成的方式，引入 12 的因數有 1, 2, 3, 4, 6, 12 的概念。</p> |
| 倍數                    | <p>數學上定義：對於兩整數 A 與 B，且 B 不等於 0，若存在整數 m 滿足 <math>A=B \times m</math>，則稱 B 是 A 的因數，或稱 A 是 B 的倍數。或透過乘數未知的乘法算式填充題例如 <math>2 \times (\ ) = 10</math>，先要求學童解題，再引入倍數的意義：10 是 2 的 5 倍，而且 2、5、10 都是整數，所以說 10 是 2 的倍數。</p>   |
| <b>五年級下學期 數學名詞(十)</b> |  |
| 比例運思                  | <p>此運思以掌握「1」與集聚單位（例如 10 或 100）間的部分—全體關係為基礎，進而能掌握集聚單位（例如「10」或「1/4」）與以此集聚單位為單位量</p>  |

|     |   |
|-----|---|
|     | <p>所合成的另一個新集聚單位（例如 10 個「拾」或 3 個「<math>\frac{1}{4}</math>」）間的部分-全體關係，故而是同時掌握兩個層級的部分-全體關係，換言之，在運思上，如果可以把任何整數（例如 10）當作單位量，而此整數成為測量單位時，稱為學童已具有整數的比例運思。另外，如果可以把任何分數（例如「<math>\frac{1}{4}</math>」）當作單位量，而此分數成為測量單位時，稱為學童已具有分數的比例運思。</p> |
| 約分  | <p>在數學上把一個分數的分子與分母同除以一整數而得到一個等值分數的程序，叫做約分。本課程（國編版 82 年）以改變(均勻減少)等分割份數的觀點引入約分的概念。</p>  |
| 公倍數 | <p>對於甲、乙兩個數量，例如 12 與 18，12、24、36、48、60、72、84、96、.....都是 12 的倍數，而 18、36、54、72、90、.....都是 18 的倍數，其中 36、72、.....既是 12 的倍數，也是 18 的倍數，在數學上稱 36、72、.....為 12 與 18 的公倍數。</p>   |
| 擴分  | <p>在數學上把一個分數的分子與分母同乘以一整數</p>  |

|        |  |
|--------|--|
|        | 而得到一個等值分數的程序，叫做擴分。或以改變(每一小份再均勻等分割)等分割份數的觀點引入擴分的概念。 |
| 分數乘法算則 | 即成人習慣的分數乘法算則，指的是分子乘以分子，分母乘以分母的方式。                  |
| 質數     | 一個大於 1 的正整數，如果只有 1 和自己兩個因數，在數學上叫它質數。               |
| 合數     | 一個大於 1 的正整數，除了 1 和自己兩個因數以外，還有其他的因數時，在數學上叫它合數。      |
| 最大公因數  | 兩個整數的所有公因數中，最大的一個公因數稱之。                            |
| 最小公倍數  | 兩個整數的所有(正)公倍數中，最小的一個公倍數稱之。                         |
| 因數問題   | 是「指定一個正整數做為單位量，詢問以哪些正整數為單位量，可以乘法性地合成這個指定的正整數」的問題。  |
| 倍數問題   | 是「指定一個正整數做為單位量，詢問由此單位量可以乘法性地生成哪些正整數」的問題。           |
| 互質     | 在數學上，當兩個正整數，除了 1 以外，沒有其                            |

|                        |   |
|------------------------|---|
|                        | 他的公因數時，稱這兩個數互質。   |
| 最簡單整數比                 | 和「A:B」等價的整數比中，必有一個比，相對於其他等價的整數，它前、後項的數值最小，這個比稱為最簡單整數比(或最簡整數比)。例如和「30:45」等價的整數比中，「4:6」不是簡單整數比，而「2:3」才是。  |
| <b>六年級上學期 數學名詞(十一)</b> |   |
| 有理數                    | 在數學上，有理數是分數的等價集（等值分數）。例如 $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ 是由和等價的所有的等值分數所構成的集合，是一個類，也表示一個有理數。亦即是一個分數，也是一個分數，這二個分數的等價集相同，都是 $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ 這個有理數。在數學上習慣用其最簡分數來表徵（或代表）這一個類（有理數），例如用來表徵與所有等值的分數所成的類（一個有理數） $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ 。 |
| 等價類（集）                 | 對於分數而後，和等值的所有分數的集合是 $\{1/2, 2/4, 3/6, \dots\}$ ，在數學上稱之為一個等價類（集）。而 $\{1/3, 2/6, 3/9, \dots\}$ 是另一個分數   |

|           |   |
|-----------|---|
|           | <p>的等價集。而對於比而言，和「1:2」等價的所有比的集合是 {1:2, 2:4, 3:6, ...}，在數學上亦稱之為一個等價類（集）。</p>      |
| 等值分數      | <p>在相同的基準單位量「1」之下，1/2 和 5/10 的分割份數和分割後合成的份數雖有不同，但兩個分數所描述的數量是一樣。故稱此二分數為等值分數。</p> |
| 表徵        | <p>將一個實體（例如「蘋果」）或活動（例如「合成活動」），用另一種型式（例如「花片或加法算式」），重新表現出來，而不失其重要訊息，以達成溝通的目的。</p> |
| 數詞        | <p>數的口語符號或語音，例如ㄨˇ或ㄉㄨㄥˊ、ㄉㄨㄥˊ、ㄉㄨㄥˊ。</p>   |
| 等分割活動     | <p>對「1」單位的等分活動，稱之為等（子）分割活動，以別於對正整數進行等分除活動。</p>                                  |
| 合成問題或合扇活動 | <p>將兩堆物件合起來的動作。合成問題即為題目中指示合成的動作，而要求解答合起來是多少。合成活動意指將兩堆物件合起來，並計數總量的整體活動。</p>      |

|       |   |
|-------|---|
| 基準單位量 | 在測量中，做為基準單位「1」所指示的量。又稱為基準量、單位量、基準單位或單位基準量。為了區別單位量轉換觀點（乘除法問題）中的單位量，在分、小數問題中少用單位量名稱。  |
| 比值    | 一個對等關係的兩數量可以記錄為「比」，例如3公斤的米賣100元，可以記錄為「3：100」，在數學上常直接定義「前項」除以「後項」的值為其比值，而為了學童的發展而比值數值，認為和比相等的比中有一個其後項為1者，其前項稱之為原來這個比的比值，例如「3：100」的比值是 $3/100$ 。因此亦可以說它是所有這些相等比的比值。 |
| 測量運思  | 以分數的測量運思而言，測量運思可掌握「1」單位、集聚單位（例如「 $1/7$ 」）與新集聚單位（例如「 $1/35$ 」）三者間的互相關係。學童在此運思之下，亦可同時掌握兩層的部分—全體關係，如「1」和「 $1/7$ 」和「 $1/35$ 」的另一層部分—全體關係。                             |
| 等價關係  | 如果甲、乙兩個（堆）物件，具有相同性質（例   |

|              |   |
|--------------|---|
|              | 如內容個數、長度) 則就該性質而言, 甲、乙兩個物件之間, 具有等價關係。   |
| 成比例線段圖       | 指用數條成比例的線段來表徵數學問題中所描述的數量, 並滿足下列兩個條件: 第一, 圖中應標示每一線段所代表的是什麼; 第二, 這些線段的長度應成比例地表現問題中的數量關係。  |
| 公共測量單位<br>分數 | 透過再等分割活動使用訴諸分割分數的方式解決兩異分母分數的比較、分解及合成問題時, 例如「一盒糖果有 30 顆。1/3 盒和 4/5 盒糖果, 誰比誰多? 多多少盒?」, 由於學童無法比較及描述盒和盒的差量, 必須透過把兩個分數再等分割, 用以找到一個更小的共同單位 (例如 1/30 盒), 此時用來量 2/3 盒是整數個, 而用來量 4/5 盒也是整數個, 因此可以完成解題。這個共同單位是兩分數的共同單位分數, 其分母在數學上是通分後所得到的公分母。有時簡稱為共測單位分數、共測單位、公共單位分數或公共單位等。 |
| 比較活動         | 對於甲、乙兩個 (堆) 物件, 學童按照指定的性質 (例如個數、長等), 進行比較。  |

|      |  |
|------|--|
| 公倍數  | 對於甲、乙兩個數量，例如 12 與 18，12、24、36、48、60、72、84、96、……都是 12 的倍數，而 18、36、54、72、90、……都是 18 的倍數，其中 36、72、……既是 12 的倍數，也是 18 的倍數，在數學上稱 36、72、……為 12 與 18 的公倍數。 |
| 通分活動 | 對於異分母分數的比較與加減問題，在數學上把兩異分母分數的分子與分母分別同乘（或同除）一正整數，使所得到的等值分數有相同的分母，其過程是為通分活動。或是透過再等分割活動，尋找兩異分母分數的共測單位分數，來完成通分活動。                                       |
| 集聚單位 | 指一個集合體，是由數個「1」所合成，而此集合亦可視為一個整體。  |
| 比例運思 | 此運思以掌握「1」與集聚單位（例如 10 或 100）間的部分—全體關係為基礎，進而能掌握集聚單位（例如「10」或「1/4」）與以此集聚單位為單位量所合成的另一個新集聚單位（例如 10 個「拾」或 3 個「1/4」）間的部分—全體關係，故而是同時掌                       |

|       |   |
|-------|---|
|       | <p>握兩個層級的部分-全體關係，換言之，在運思上，如果可以把任何整數（例如 10）當作單位量，而此整數成為測量單位時，稱為學童已具有整數的比例運思。另外，如果可以把任何分數（例如「<math>1/4</math>」）當作單位量，而此分數成為測量單位時，稱為學童已具有分數的比例運思。</p>            |
| 加法交換律 | <p>被加數與加數的角色互換，其運算結果不變的規律。</p>  |
| 乘法交換律 | <p>被乘數（單位量）與乘數（單位數）的角色互換，其運算結果不變的性質。</p>  |
| 單位量   | <p>在 5 個 4 合成 20 的描述中，用 5 來描述集聚單位「4」的個數，稱之為單位數。</p>   |
| 乘法問題  | <p>即是倍的問題。</p>  |
| 結合律   | <p>是指在求若干數之和數或積數時，將其各項分成數群，任意加之或乘之，其和數或積數不變的規約。</p>   |
| 加法結合律 | <p>是指如果有 <math>a</math>、<math>b</math>、<math>c</math> 三個自然數，則必有 <math>(a+b)+c=a+(b+c)</math>。也就是說左式原本應該先算「<math>a+b</math>」後再把結果和 <math>c</math> 加起來，右式先算</p> |

|         |  |
|---------|--|
|         | 「 $b+c$ 」後再以 $a$ 加上其結果，比較左、右兩式的結果必然相等。   |
| 部分-全體運思 | 此運思明顯地區分「1」單位與一集聚單位，在混合使用兩種以上的單位時，不混淆各個單位的意義，可以將數個「集聚單位」和數個「1」合而為一，形成新的集聚單位，例如 2 個「10」和 3 個「1」是「23」。                             |
| 比       | 使用「比」的符號 $A:B$ 來記錄一個對等關係中的兩量 ( $A$ 與 $B$ )。  |
| 乘除法互逆關係 | 測量運思的學童，可以掌握數概念的乘法性結構，例如將「4」視為「24」的元素，掌握「4」與「24」間的部分-全體關係，4 的 6 倍合成「24」(乘法運算)，亦可逆向的解構 24 除以 6 得到 4，視乘法運算互為逆運算，一個運算取消另一個運算所造成的影響。 |
| 單位量轉換   | 將用一個單位量為被計數單位所描述的數量，轉換成以另一個單位量為被計數單位的描述。   |
| 倍的問題    | 是單位量轉換的一種，將數個等價的集聚單位，合成一個新的集聚單位，並將用集聚單位為被計   |

|       |  |
|-------|--|
|       | <p>數單位所描述的數量，轉換為以「壹」為被計數單位的描述。例如「一隻青蛙4條腿，8隻青蛙有幾條腿？」、「5個4合起來是多少？」、「4的5倍是多少？」</p>  |
| 包含除問題 | <p>將除法視為解決單位量轉換的活動。在包含除問題中，例如「小明有12顆糖，4顆裝成一盒，可以裝成幾盒？」，小明的糖原來是用「1顆」為單位來描述，共有12顆，而目前題目要求用「1盒」或「4顆」為單位，重新描述總量，回答這裡有幾盒糖，要求回答新單位「4」的個數或單位數，包含除是單位數未知的單位量轉換問題。</p>                   |
| 等分除問題 | <p>將除法視為解決單位量轉換的活動。在等分除問題中，例如「小明有12顆糖，平分裝成3盒，一盒有幾顆糖？」，原來是用「1顆」為單位來描述總量，而目前要求使用另一個新的單位「1盒」來描述，而這個斤的單位量尚未用「壹」單位來描述，換言之，新單位量是未知，只知用此單位量來描述時，是有3「盒」(單位數是3)，等分除是新單位量未知的單位量轉換問題。</p> |

|        |  |
|--------|--|
| 純小數    | 整數部份為 0 的小數。   |
| 單位當量轉換 | 當單位數（計數測度）擴充為分數及小數，而不再是整數時，稱為單位當量轉換觀點，相對地，單位量改稱為單位當量，簡稱為當量，而單位數改稱為當量數。           |
| 當量轉換   | 即單位當量轉換簡稱。   |
| 單位當量   | 在單位量轉換活動中，當單位數（計數測度）擴充為分數及小數，而不再是整數時，稱為單位當量轉換觀點，相對地，單位量改稱為單位當量，簡稱為當量，而單位數改稱為當量數。 |
| 當量數    | 同上。  |
| 離散量    | 物件有自然的單位，呈離散的狀態，一個一個的獨立的呈現，在測量時，以其自然的單位進行數數活動，稱之離散量，例如花片的個數。                     |
| 連續量    | 物件沒有自然的單位，須用約定的測量工具，才能描述，例如長度、面積等等。  |
| 真分數    | 指分子小於分母的分數。  |
| 單位分數   | 指分子為 1 的分數。  |
| 單位分量   | 經由等分割活動，所得一份的量，因將用此量做  |

|          |   |
|----------|---|
|          | 單位，進行合成活動，故稱之單位分量。  |
| 互質       | 在數學上，當兩個正整數，除了 1 以外，沒有其他的公因數時，稱這兩個數互質。  |
| 最簡分數     | 一個分數的分子與分母是互質時稱之。即分子、分母的最大公因數是 1。   |
| 帶分數      | 指由正整數與真分數合成的分數，例如「二又三分之一」，在 82 年課程標準要求符號為「 $2+1/3$ 」，為方便算式記錄改為「 $2\ 1/3$ 」。   |
| 併式填充題    | 要求對併式確定數值，例如「 $(8+5) - 7 = ( )$ 」。  |
| 兩（多）步驟問題 | 由成人觀點，將兩（多）個單一節驟問題，合併成一個問題。依其兩（多）個問題的運算類型而有不同類型的兩（多）個驟問題，如加乘兩步驟問題包含一個合成問題與一個倍的問題；而減乘兩步驟問題包含一個分解問題與一個倍的問題，例如「一套漫畫書有 4 本，家裏有 3 套，弟弟看完 3 本，還有多少本沒有看？」。 |
| 逐次減項     | 透過等號的遞移關係，把原始問題，解題中間步驟與最終結果用一條式子記下來的一種多步驟問題的解題記錄格式。例如「 $12 - (15 - 7) = 12 -$   |

|               |  |
|---------------|--|
|               | 8=4」。  |
| =、>及<的<br>遞移性 | 滿足「若 $A=B$ 、 $B=C$ ，則 $A=C$ 」的性質稱為等於關係的遞移性；滿足「若 $A>B$ 、 $B>C$ ，則 $A>C$ 」的性質稱為大於關係的遞移性；滿足「若 $A<B$ 、 $B<C$ ，則 $A<C$ 」的性質稱為小於關係的遞移性。                          |
| 位值概念          | 是印度-阿拉伯記數系統的一個特性，此記數系統滿足0~9十個數碼，配合書寫時的相關位置，組合起來形成數字，來描述數量。利用相關位置來溝通各個數碼的意義，稱之位值概念，例如數字「87」是「8」與「7」兩個數碼組合而成，最右邊位置上的數碼「7」，表示7個「壹」單位，而其左邊位置上的數碼「8」，表示8個「拾」單位。 |
| 數碼            | 指0~9的十個數字元素，在印度-阿拉伯記數系統中，是利用數碼組合而成數字，例如「87」是「8」與「7」兩個數碼組合而成。   |
| 被計數單位         | 指在計數活動中所使用的單位，亦即「1」的意義，通常在使用數詞描述時，是以「壹」為被計   |

|           |   |
|-----------|---|
|           | <p>數單位，但是在 2 個十的描述中，此計數活動是以「拾」集聚單位為被計數對象「1」，「拾」為被計數單位。</p>  |
| 概數        | <p>概數是一種變數的概念，在描述一數量時，只精準到某一高階單位，而對其低階單位不做精準的描述，例如「五十幾歲」。而在九始引入數學上常用的概數表示法，用一個定數來表示概數，例如「774197 以萬為單位，採四捨五入法用定數 77 萬或 770000 來表示前者的概數」。</p> |
| 分解問題或分解活動 | <p>由一堆物件中，分出部分的動作。分解問題即為題目中指示分解的動作，而要求解答剩餘的量為多少。分解活動意指由一堆物件中，分出部份，並對剩餘部份進行計數的整體活動。</p>  |
| 分段布題      | <p>教師在布題過程中，將一個複雜問題，析解成數個小問題，逐步呈現，以引導學童進行解題活動。例如「3 個花片和 5 個花片合起來是多少？」的問題中，教師可先提問「拿出 3 個花片」，「拿出 5 個花片」，再提問「數數看，合起來有多少花片？」</p>                |

|         |  |
|---------|--|
| 倍數      | 數學上定義對於兩整數 A 與 B，且 B 不等於 0，若存在整數 m 滿足 $A=B \times m$ ，則稱 B 是 A 的因數，或稱 A 是 B 的倍數。   |
| 淡化處理的原則 | 當學童表現較高（較抽象）層次的運思活動時，教師宜協助學裡說明他的解題觀點，但不強求其他學童理解或模仿。  |
| 最大公因數   | 兩個整數的所有公因數中，最大的一個公因數稱之。  |
| 質因數分解法  | 在數學上把一整數分解為質因數的連乘積，稱為質因數分解。進一節地，對於兩正整數可透過分別質因數分解後，抽出共同的質因數及次數以求得最大公因數的方法是為質因數分解法。  |
| 化聚活動    | 是單位量轉換活動，將用高階單位描述的數量，「化」為用低階單位的描述，例如「6 個伍元是多少钱？」、「3 個十合起來是多少？」、「6 個 0.1 是多少個 0.01？」；或將用低階單位描述的數量，「聚」為高階單位的描述，例如「30 元是多少個伍元？」、「30 是幾個十？」、「60 個 0.01 是多少個 0.1？」。 |

|        |   |
|--------|---|
| 單位小數   | 單位分數 $1/10$ 、 $1/100$ 、 $1/1000$ 、.....，記成小數時分別為 $0.1$ 、 $0.01$ 、 $0.001$ 、...等。  |
| 算式填充題  | 算式是一個數量活動的紀錄，而算式填充題則是用一組數學符號來呈現一個問題，算式的某一構成成份，因某種原因而成未知，要求解題者將此未知解出並填入，使算式成為完整的敘述。例如「 $18 \div 3 = (\quad)$ 」是商數未知算式填充題；「 $18 \div (\quad) = 6$ 」是除數未知算式填充題；「 $18 (\quad) 3 = 6$ 」是運算符號未知算式填充題；「 $18 \div 3 (\quad) 6$ 」是關係未知算式填充題。 |
| 直式紀錄格式 | 是另一種數學語言的溝通格式，將被加（減）數、加（減）數與運算結果用上下位置予以排列。  |
| 數字     | 數的書寫符號，例如「 $5$ 」、「 $0.3$ 」、及「 $2 \frac{1}{3}$ 」分別為整數字、小數字及分數字。  |
| 四捨五入法  | 選用一定數來描述一數的概數的方法之一，對欲選取的位數用他的下一位數是四或五來決定是否進一。   |
| 循環小數   | 對於除法問題的結果或一分數量想要將其小數  |

|            |   |
|------------|---|
|            | 化，而產生永遠算不盡的情形，例如「 $1 \div 3 = 0.333333\dots$ 」，在數學上記為循環小數。                |
| 多單位（系統）的觀點 | 如印度-阿拉伯數字系統，使用多個單位來組織數概念，將「287」視為2個「百」8個「十」7個「一」的合成。                      |
| 定位板        | 在學童形成各個位名（例如萬位、千位或十分位、百分位等）的共識後，教師可請學童把各個位名按左右次序排列，再補上橫線與直線使成一表格，即為定位板。   |
| 帶小數        | 整數部份不為0的小數。   |
| 小數乘法算則     | 即成人的小數乘法算則，是成人使用紙筆，進行乘法計算時，採用的計算策略。                                       |
| 對等關係       | 是指兩數量A、B之間，由於某種原因，而產生一種配對關係，就稱此兩數量A與B有對等關係。在數學上用有序數對(A,B)或用「比」的符號A:B來記錄之。 |
| 成人分數乘法算則   | 即成人習慣的分數乘法算則，指的是分子乘以分子，分母乘以分母的方式。   |
| 分數除法算則     | 即成人習慣的分數除法算則，指的是用被除數乘   |

|           |   |
|-----------|---|
|           | 以除數的倒數的解題策略。  |
| 小數除法算則    | 即成人習慣的分數除法算則，指的是把被除數與除數同時轉換為新單位（使除數剛好是整數）後再用直式計算的方式。  |
| 對等問題      | 在量的情境下，如果並置而且等價的兩個對等關係「 $A : B = C : D$ 」的四個數量中有一項是未知時，例如「3 公升的水重 3 公斤，幾公升的水重 10 公斤？」。      |
| 前比例項      | 對等問題中先敘述的對等關係，例如「小明用 7 部舊小汽車可以換 3 個布偶，同樣的方式，小華拿了 14 部舊小汽車可以換到多少個布偶？」，其中「 $7 : 3$ 」為前比例項。    |
| 後比例項      | 對等問題中先敘述的對等關係，例如「小明用 7 部舊小汽車可以換 3 個布偶，同樣的方式，小華拿了 14 部舊小汽車可以換到多少個布偶？」，其中「 $14 : ( )$ 」為後比例項。 |
| 正向活動的對等問題 | 當對等問題的未知數在前比例項中時，作為推論基礎的對等關係是已知，所以稱之為正向的對等關係轉換活動，或簡稱為「正向活動」。                                |

|           |  |
|-----------|--|
| 逆溯活動的對等問題 | 當對等問題的未知數在前比例項中時，作為推論基礎的對等關係中，有部份未知，故而須由轉換後獲得的對等關係(已知)，反向地推論轉換前的對等關係，或簡稱為「逆溯活動」。             |
| 交換問題      | 是常見對等問題類型對一，其中前比例項(問題先敘述的對等關係)的兩量分別是兩個(堆)物件具有相同的價值，或可以互相交換時，稱為交換對等問題，又簡稱為交換問題。               |
| 組合對等問題    | 是常見的對等問題類型之一，其中前比例項中的兩量是同一全體量中的倍份時，稱為組合對等問題。   |
| 母子對等問題    | 是常見的對等問題類型之一，其中前比例項中的一量全體量，另一量是全體量的部份時，稱為母子對等問題。   |
| 密度對等問題    | 是常見的對等問題類型之一，其中前比例項中的兩量是分別描述同一物件的不同性質(同樣的水是3公升，也是3公斤)，則此前比例項(或後比例項)的比值可做為密度的描述，稱此種對等問題為密度問題。 |

|         |  |
|---------|--|
| 擴分      | 在數學上把一個分數的分子與分母同乘以一整數而得到一個等值分數的程序，叫做擴分。或以改變(每一小份再均勻等分割)等分割份數的觀點引入擴分的概念。                                |
| 約分      | 在數學上把一個分數的分子與分母同除以一整數而得到一個等值分數的程序，叫做約分。或以改變(均勻減少)等分割份數的觀點引入約分的概念。                                      |
| 最小公倍數   | 兩個整數的所有(正)公倍數中，最小的一個公倍數稱之。   |
| 最簡單整數比  | 和「A:B」等價的整數比中，必有一個比，相對於其他等價的整數，它前、後項的數值最小，這個比稱為最簡單整數比(或最簡整數比)。例如和「30:45」等價的整數比中，「4:6」不是簡單整數比，而「2:3」才是。 |
| 乘數未知問題  | 倍的語意的問題，但其中單位數未知，例如「一盒草莓有3公斤，多少盒草莓會有30公斤？」。  |
| 被乘數未知問題 | 倍的語意的問題，但其中單位量未知，例如「一盒草莓是多少顆時，8盒草莓合起來會有184顆？」或「冰箱裡有一瓶果汁，靜嫻倒出 $\frac{2}{5}$ 瓶，                          |

|             |  |
|-------------|--|
|             | 正好倒出 1 公升，問這一瓶果汁有多少公升？」。   |
| 假分數         | 指分子不小於分母的分數。   |
| 當量除問題       | 以單位量轉換觀點引入乘除法問題，當單位數(計數測度)擴充為分數及小數，而不再是整數時，改稱為單位當量轉換觀點，進一步地，包含除改稱為當量數未知的當量除問題(即已知總量及單位當量求當量數的問題)，等分除改稱為單位當量未知的當量除問題(即已知總量及當量數求單位當量的問題)。並把兩者合稱為當量除問題。 |
| 除法問題        | 單位量轉換問題中，單位數或單位量未知的問題，在語意上屬「分裝」的活動，又可分為包含除和等分除問題兩類。另外，當單位量轉換中，單位數不再是整數，即擴充為分數或小數時，另稱為當量除問題。  |
| 當量數未知的當量除問題 | 以單位量轉換觀點引入乘除法問題，當單位數(計數測度)擴充為分數及小數，而不再是整數時，改稱為單位當量轉換觀點，包含除改稱為當量數未知的當量除問題(即已知總量及單位當量求當量數的問題)。   |

|         |   |
|---------|---|
| 定數      | 當一個集聚單位，已被數值化稱之為定數，例如「5」、「243000」。  |
| 無條件捨去法  | 選用定數來描述一數的概數的方法之一。其方法是選取的位數以下全捨去不進位。  |
| 無條件進入法  | 選用定數來描述一數的概數的方法之一。其方法是選取的位數以下除了全為0之外，一律進一。  |
| 兩數的和式   | 描述將兩數進行合併，但尚未將結果數值化的活動，以「5和3的和」為例，是將5和3進行合併活動，但合併成的集聚單位，尚未予以數值化故而記錄此一活動時，將其記為「5+3」。 |
| 兩數的差式   | 描述一數自另一數中分離出來，而分離後剩餘的集聚單位，尚未予以數值化，以「5-3」來記錄「5和(減)3的差式」。                             |
| 兩數的積式   | 描述一數的幾倍所得的集聚單位，但尚未予以數值化，例如以 $5 \times 9$ 來記錄「5乘以9的積式」。                              |
| 多步驟算式紀錄 | 將解題過程，按「世做什麼、再做什麼、.....、最後做什麼」各步驟的次序，將各步驟的活動與結果，分別用算式記錄下來，本課程簡稱為多步驟算式紀錄格式。          |

|              |   |
|--------------|---|
| 單位當量未知的當量除問題 | 以單位量轉換觀點引入乘除法問題，當單位數(計數測度)擴充為分數及小數，而不再是整數時，改稱為單位當量轉換觀點，等分除改稱為單位當量未知的當量除問題(即已知總量及當量數求單位當量的問題)。   |
| 單位當量轉換       | 以單位量轉換觀點來引入乘除法問題，乘法問題是已知單位量及單位數求總量的問題，包含除是已知總量及單位量求單位數的問題，而等分除是已知總量及單位數求單位量的問題。進一步地，當單位數(計數測度)擴充為分數及小數，而不再是整數時，改稱為單位當量轉換觀點，相對地，單位量改稱為單位當量，簡稱為當量，而單位數改稱為當量數。 |
| 概算問題         | 在數學上所謂的概算問題是指將問題中的數量依問題的要求的方法取其概數後再進行加減乘除等運算，例如「民國八十一年三月底台北市的人口，男性有 1366028 人，女性有 1346616 人，台北市的人口大約有多少萬人？用『四捨五入法』對男性與女性人口取概數到萬位，再算出台北市                     |

|                        |  |
|------------------------|--|
|                        | 的總人口數。」。   |
| 算式紀錄                   | 算式是指橫式，一種有運算符號、等號與數定的表徵格式，例如「 $3+5=8$ 」或「 $8-3=5$ 」，皆為算式，當使用算式格式，來描述一個運算的過程與結果，即為算式紀錄。例如當學童解決完「媽媽買了2個紅蘋果和5個青蘋果，媽媽一共買了多少蘋果？」問題後，獲得7個蘋果的答案，用「 $2+5=7$ 」的算式來記錄解題活動與結果。  |
| <b>六年級下學期 數學名詞(十二)</b> |  |
| 週期函數                   | 一個非常數函數 $f(x)=y$ ，假如存一個正數 $a>0$ ，對所有的 $x$ ，滿足 $f(x)=f(x+a)$ ， $f(x)=f(x-a)$ ， $f(x)=f(x+2a)$ ，……，或一般而言， $f(x)=f(x+na)$ ( $n$ 為整數)，則稱此函數 $f$ 為週期函數， $a$ 為此週期函數的週期。更進一步，若有一最小正整數 $k$ 使得 $f(x)=f(x+k)$ ，則稱 $k$ 為此週期函數 $f$ 之原始週期 (primitive period)。 |
| 週期                     | 參見週期函數之說明。   |
| 原始週期                   | 參閱週期函數之說明。   |
| 短除法                    | 數學上用以求一整數的所有質因數，並把這一整  |

|        |   |
|--------|---|
|        | 數表示為這些質因數的連乘積。  |
| 等量公理   | 數學上，對於「甲=乙」而言，在等號的兩邊同加、減及乘相同的數，或同除一個不為 0 的數，則兩邊仍舊相等，例如「甲+丙=乙+丙」，即為等量公理。 |
| 等差數列   | 等差數列是由數所組成的序列，在此序列中，各個後項減前項的差數為一定值時，稱之為等差數列，並稱此差數為等差數列的公差。              |
| 等比數列   | 等比數列是由數所組成的序列，在此序列中，各個後項與前項間的比值為一定值時，稱之為等比數列，並稱此比值為等比數列的公比。             |
| 公差     | 等差數列是由數所組成的序列，在此序列中，各個後項減前項的差數為一定值時，稱之為等差數列，並稱此差數為等差數列的公差。              |
| 公比     | 等比數列是由數所組成的序列，在此序列中，各個後項與前項間的比值為一定值時，稱之為等比數列，並稱此比值為等比數列的公比。             |
| 母子和(差) | 兩個數量(同類量)間可以有多種不同的關係描述，以 12 與 4 這兩個數為例，當以 4 為基準量時，我                     |

|          |   |
|----------|---|
|          | <p>們說比較量 12 是 4 的 3 倍，在數學上，又稱基準量為母數，而比較量為子數，母子和(差)母數(基準量)的若干倍和子數(比較量)的若干倍的和(差)。通常在國小階段，對於母子和是已知時只進行各 1 倍的問題。</p>  |
| 母子和(差)問題 | <p>在數學上，如果問題中，已知的部份含有母子和(差)，或待解的未知部份是母子和(差)時，稱為這種問題為母子和(差)問題，例如「六年忠班向圖書館借科學類和文學類的書共 120 冊，其中科學類的書借了 50 冊，文學類的書是科學類的多少倍？」及弟弟的體重是 25 公斤，爸爸的體重是弟弟的 3 倍，兩人合起來的體重提弟弟重量的多少倍？」</p> |
| 折扣問題     | <p>折扣(或稱打折)問題是已知基準量與倍的關係，求比較量，例如「鞋子一雙定價 1600 元(基準量或說是母數)，打七折出售(比較量與基準量的倍數)，問售價(比較量時說子數)是多少元？」</p>   |
| 加成問題     | <p>加成問題是已知基準量與倍的關係，求母子和，例如「襯衫每件進價 150 元(基準量或說是母數)，</p>  |

|  |   |
|--|---|
|  | 照進價加四成(母子和的倍數是 1.4 倍)售出，售價<br>(母子和)是多少？ |
|--|---|

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
數學備觀議教學實務研習活動回饋意見調查表統整

|                 |                                   |                |                |                 |                   |
|-----------------|-----------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 有效教學-低年級幾何教具及應用                   |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 108 年 10 月 22 日(二) 下午 15:40-17:20 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 臺中市南屯區永春國民小學 魏麗枝主任                |                |                |                 |                   |
| 三十一、            | 研習內容規劃                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 11. 研習時數安排      | 95%                               | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 96%                               | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 建議可再多邀請其他講師，可讓參與者有更多不同想法。         |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 97%                               | 3%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
| 三十二、            | 講師授課情形                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 11. 講師與學員有互動及回  | 98%                               | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                      |                   |                |                |                 |                   |
|----------------------|-------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 應                    |                   |                |                |                 |                   |
| 建議改善事項               | 講師會努力地跟參與者作互動。    |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 95%               | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 94%               | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 學員都非常感謝老師精心準備的內容。 |                |                |                 |                   |
| 三十三、                 | 學員自我幫助            |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 100%              | 0%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。                |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發        | 96%               | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                     |                 |                |                |                 |                   |
|---------------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 展有所幫助               |                 |                |                |                 |                   |
| 建議改善事項              | 希望未來課程能多點應用的東西。 |                |                |                 |                   |
|                     | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 97%             | 3%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項              | 無。              |                |                |                 |                   |



1



2



3



4



5



6



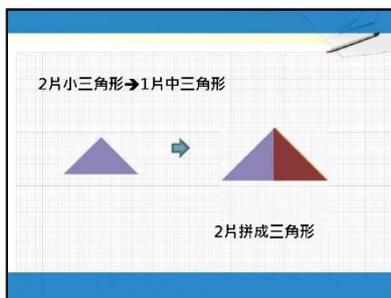
7



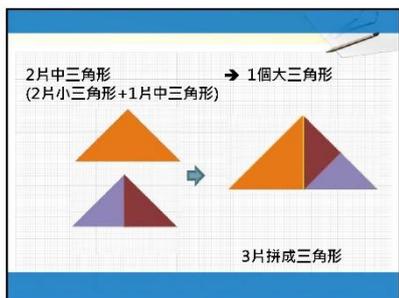
8



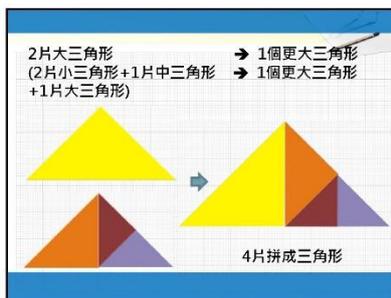
9



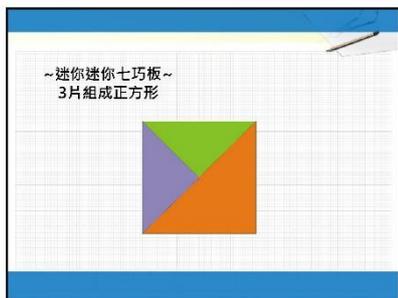
10



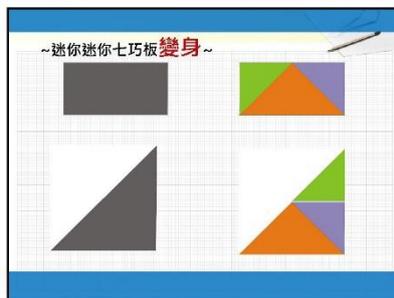
11



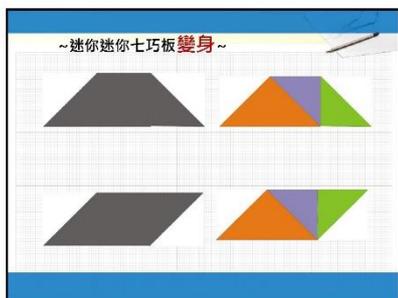
12



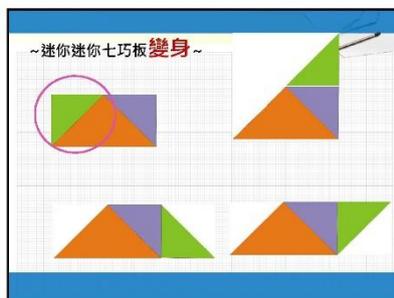
13



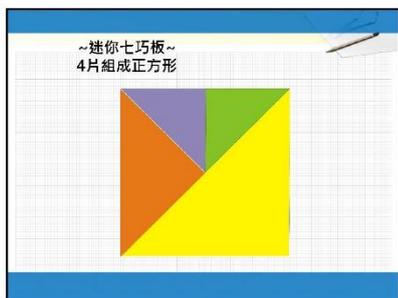
14



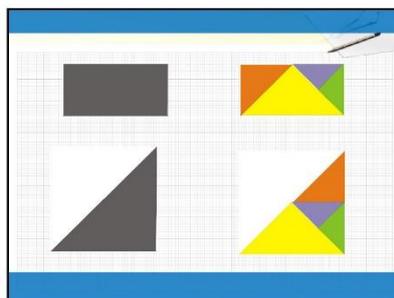
15



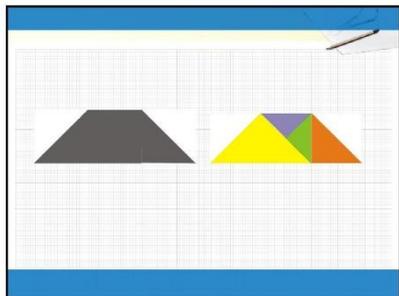
16



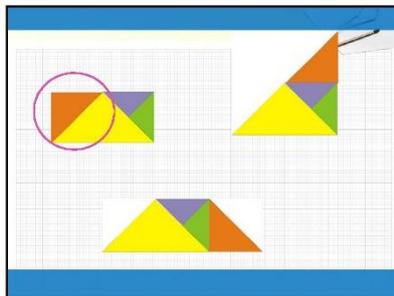
17



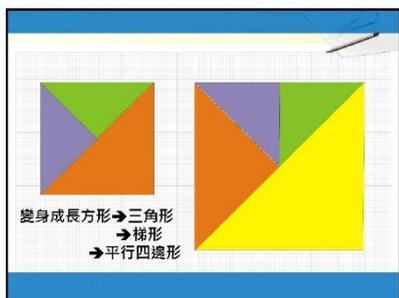
18



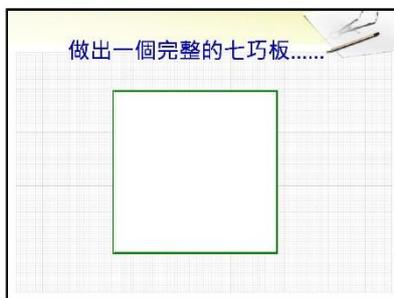
19



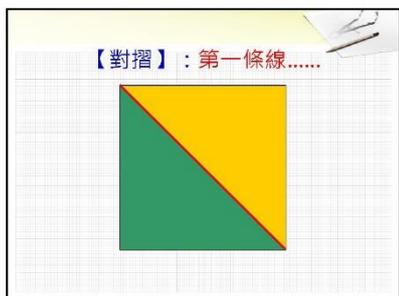
20



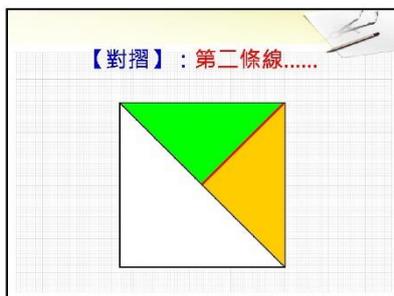
21



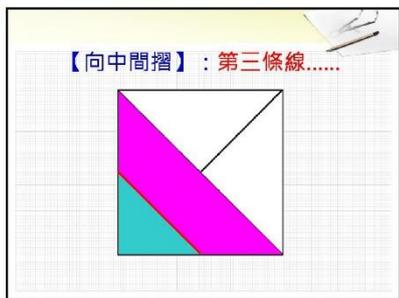
22



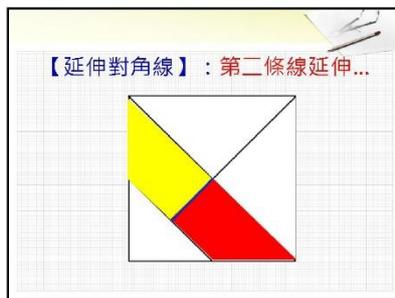
23



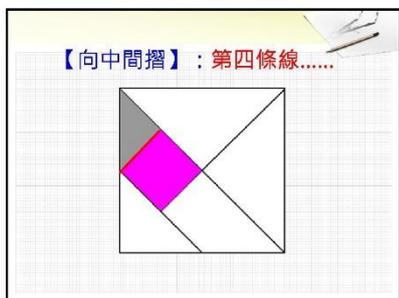
24



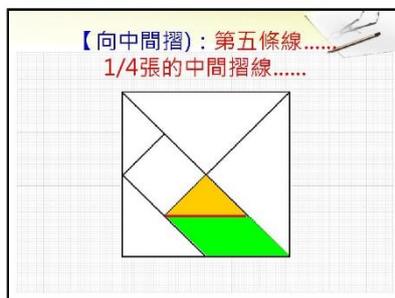
25



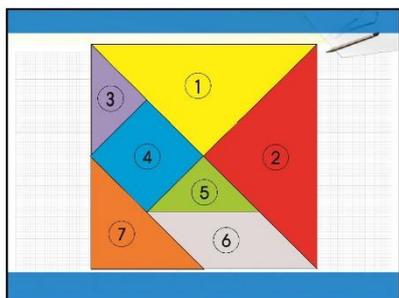
26



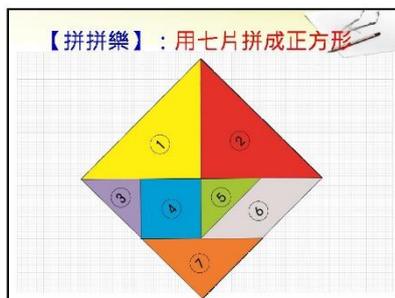
27



28



29



30



31



32



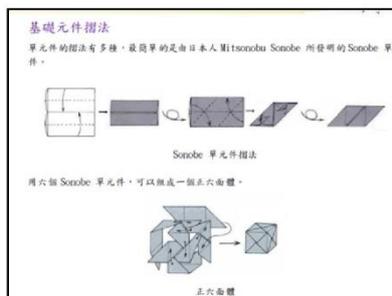
33



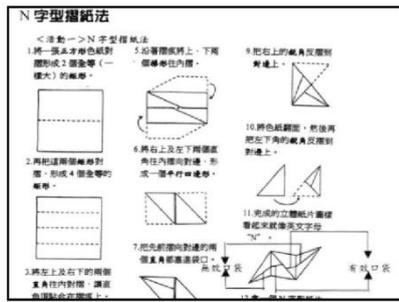
34



35



36



37



38

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
數學備觀議教學實務研習活動回饋意見調查表統整

|                 |                                   |                |                |                 |                   |
|-----------------|-----------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 有效教學-分數來搞怪                        |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 108 年 11 月 12 日(二) 下午 15:40-17:20 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 南投縣數學輔導團 毛炳楠老師/專任輔導員              |                |                |                 |                   |
| 三十四、            | 研習內容規劃                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 12. 研習時數安排      | 85%                               | 15%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 時間過於緊湊，講師講得太快！建議講師可以再說慢一點！        |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 86%                               | 14%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 90%                               | 10%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
| 三十五、            | 講師授課情形                            |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 12. 講師與學員有互動及回  | 86%                               | 14%            | 0%             | 0%              | 0%                |

|                      |                  |                |                |                 |                   |
|----------------------|------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 應                    |                  |                |                |                 |                   |
| 建議改善事項               | 無。               |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 87%              | 13%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。               |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 90%              | 10%            | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。               |                |                |                 |                   |
| 三十六、學員自我幫助           |                  |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 93%              | 7%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 講師課程內容豐富，提供許多建議。 |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5  | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發        | 95%              | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                     |                 |                |                |                 |                   |
|---------------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 展有所幫助               |                 |                |                |                 |                   |
| 建議改善事項              | 無。              |                |                |                 |                   |
|                     | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 96%             | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項              | 無。              |                |                |                 |                   |

11/19/2019

**真分數、假分數、帶分數乘以整數**

- 一籠燒賣有18個，1個盤子可裝 $1\frac{5}{6}$ 籠燒賣，4個盤子共可裝多少籠燒賣？**畫畫看，再用算式記記看**
- 有幾個1籠？用算式怎麼記？有幾個 $\frac{5}{6}$ 籠，用算式怎麼記？
- $1\frac{5}{6} \times 4 = 1 \times 4 + \frac{5}{6} \times 4 =$

19

**整數乘以真分數、假分數、帶分數**

- 畫畫看，再用算式記記看**
- 一袋水餃有40個， $\frac{5}{8}$ 袋水餃有幾個？
- $\frac{5}{8}$ 袋是什麼意思？(把1袋平分成8份取出5份)一袋有幾個水餃？(40個) 算式你會怎麼記？ $(40 \div 8 \times 5 = 25)$   $\frac{5}{8}$ 袋是幾個1袋？( $\frac{5}{8}$ 個) 1袋有幾個？(40個)  $\frac{5}{8}$ 個1袋有幾個，用算式怎麼記？ $(40 \times \frac{5}{8} = 25)$  所以 $40 \times \frac{5}{8}$ 也可以記成什麼？ $(40 \div 8 \times 5)$

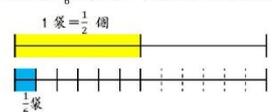
20

- 一箱奶茶有24瓶， $3\frac{5}{12}$ 箱奶茶有幾瓶？
- 畫畫看，再用算式記記看**
- $3\frac{5}{12}$ 箱有幾個1箱又幾箱？(3箱又 $\frac{5}{12}$ 箱) 3箱是幾瓶，怎麼記？ $(24 \times 3 = 72)$ ； $\frac{5}{12}$ 箱有幾瓶，算式怎麼記？ $(24 \times \frac{5}{12})$  要怎麼算？ $(24 \div 12 \times 5 = 10)$   $3\frac{5}{12}$ 箱一共有幾瓶？(82瓶)
- 用算式記下來？ $(24 \times 3\frac{5}{12} = 24 \times 3 + 24 \times \frac{5}{12} = 82)$

21

**分數乘以分數**

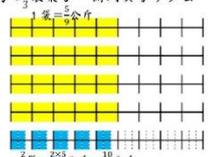
- 一袋蔥油餅有 $\frac{1}{2}$ 個，亞萍吃了 $\frac{1}{6}$ 袋蔥油餅，請問亞萍吃了多少個蔥油餅？
- 畫畫看，再用算式記記看**



- 1袋有幾個蔥油餅？( $\frac{1}{2}$ 個)， $\frac{1}{6}$ 袋有幾個 $\frac{1}{2}$ 個蔥油餅？( $\frac{1}{6}$ 個)， $\frac{1}{6}$ 個 $\frac{1}{2}$ 是什麼意思，怎麼分又怎麼算？(把 $\frac{1}{2}$ 平分成6份取1份) 用算式怎麼記？ $(\frac{1}{2} \div 6 \times 1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12})$

22

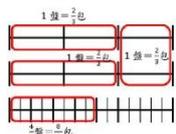
- 一袋菓子重 $\frac{5}{9}$ 公斤，媽媽買了 $4\frac{2}{3}$ 袋菓子，請問買了多少公斤的菓子？
- 畫畫看，再用算式記記看**



$\frac{5}{9} \times 4\frac{2}{3} = \frac{5}{9} \times 4 + \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{9} + \frac{10}{27} = \frac{5 \times 4}{9} + \frac{5}{9} \div 3 \times 2$

23

- 將 $\frac{2}{3}$ 包糖果裝一整，一共裝了 $3\frac{4}{5}$ 整，請問用了幾包糖果？



$\frac{2}{3} \times 3\frac{4}{5} = ( )$

24

11/19/2019

一盒月餅有5個，把4盒月餅平分給幾人，一人才會分到 $\frac{2}{5}$ 盒月餅？

$4 \div ( ) = \frac{2}{5} \quad \frac{2}{5} \times ( ) = \frac{20}{5}$

25

一袋麵粉重 $2\frac{1}{4}$ 公斤，拿了 $1\frac{2}{3}$ 袋重幾公斤？

•  $2\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{3} = 2\frac{1}{4} \times 1 + 2\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = 2\frac{1}{4} + \frac{2}{4} \times 3 \times 2 = 2\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times 2 = 2\frac{7}{4} = 3\frac{3}{4}$   
 • 由這個歷程逐步引導至  $2\frac{1}{4} \times 1\frac{2}{3} = \frac{9}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{9 \times 5}{4 \times 3} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

26

**最簡分數在課本中的意義**

- 最簡分數為分數除法寫成乘以除數倒數開啟方便計算之門。
- 尋找共測單位時計算比較不繁複。
- 延伸質因數分解教材。
- 學生答案都相同，老師比較容易批改作業？

27

**牧羊人**

有一個牧羊人偷懶打瞌睡，結果跑丟了 $\frac{1}{12}$ 的羊。知道剩下的羊是跑丟羊隻的7倍多32只，請問走失了幾隻羊？  
 (國語日報4/21)

28

某人死前留下遺言，將17隻駱駝按照長子分得全部的 $\frac{1}{2}$ ，次子分得全部的 $\frac{1}{3}$ ，三子分得全部的 $\frac{1}{9}$ 來分配，說完就死去了。但是17隻駱駝用2、3、9都不能平分，於是他們去找智者幫忙，智者借給他們1隻駱駝，並說問題解決了，聰明的你知道為什麼嗎？

29

俄羅斯有一位財主，生前一毛不拔，死後卻要把13顆光彩奪目的鑽石留給三個女兒。遺囑是：老大分得 $\frac{1}{2}$ ，老二分得 $\frac{1}{3}$ ，老三分得 $\frac{1}{4}$ 。兒子因為不尊敬父親，什麼也沒有。三姊妹喜得心花怒放，可是要如何分配呢？

30

•古時候有一位富翁，財產有十九萬四千七百兩黃金。他臨死時，他的妻子已經懷孕，他立下遺囑，生下的孩子如果是男的，就把財產的三分之二給孩子，剩下的都給妻子；但如果是女的，則把五分之二給孩子，剩下的都給妻子。在富翁死後，他妻子卻生了一男一女的雙胞胎，這下可傷腦筋了，那他的妻子應可分到兩黃金。

31

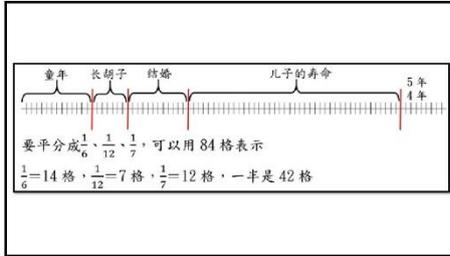
**丟番圖的墓碑**

丟番圖是西元三世紀亞歷山大里亞城人。被譽為「代數學鼻祖」的丟番圖，他的墓碑碑文很奇特，用非常分數的方式寫出了他的一生：

32

「過路人！這裡埋著丟番圖的骨灰，下面的數目可以告訴你他壽命多長。」  
 「他的生命的六分之一是幸福的童年。」  
 「再活十二分之一，頰上長出了細細的鬍鬚。」  
 「又過了生命的七分之一他才結婚。」  
 「再過了五年，他感到很幸福，得了一個兒子。」  
 「可是這孩子的生命只有他父親的一半。」  
 「兒子死後，老人在悲痛中活了四年，結束了塵世生涯。」  
 「請問：丟番圖活了多大年紀才和死神相見？」

33



34

•有一座砂石園放場，第一次載走全部砂石的  $\frac{1}{2}$ ，第二次載走剩下砂石的  $\frac{1}{3}$ ，第三次載走剩下砂石的  $\frac{1}{4}$ ，...照這樣的方式運走砂石，運了300次之後，只剩下10噸的砂石，請問原來有多少噸的砂石？

$$\square \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \dots \times \frac{299}{300} \times \frac{300}{301} = (10)$$

35

**基準量與比較量**  
 ~以古氏積木出發，觀察兩量關係

- 1條黑色7相當於  $1\frac{3}{4}$  條紫色4；
- 1條紫色4，相當於  $\frac{4}{7}$  條黑色7

•基準量與比較量難在數量關係的轉化，但是卻是分數線段表徵的超重要關鍵，透過古氏積木反復提問、觀察，最後延伸至更大量之間的關係才能穩固關鍵概念。

36

如一條紅緞帶有23格，黃緞帶有8格。  
 黃緞帶和幾條紅緞帶一樣長？ $(\frac{8}{23})$   
 紅緞帶和幾條黃緞帶一樣長？ $(\frac{23}{8}$  或  $2\frac{7}{8}$ )



37

數量關係是解釋分數除法乘以倒數的關鍵概念

- 果汁 $1\frac{3}{7}$ 公升，相當於 $\frac{4}{5}$ 瓶的量，算算看，一瓶果汁有多少公升？
- $( ) \times \frac{4}{5} = 1\frac{3}{7}$        $1\frac{3}{7} \div \frac{4}{5} = ( )$
- 1瓶是 $\frac{4}{5}$ 瓶的幾倍？ $(\frac{5}{4}倍)$



所以  $1\frac{3}{7} \div \frac{4}{5} = 1\frac{3}{7} \times \frac{5}{4} =$

38

回到分數除法的前提：

為什麼或是什麼情境才要進行分數除法教學？

- 當除法問題的結果可以是分數時，就不會再有餘數的問題，因此，分數除法有討論餘數的必要嗎？
- 分數除法先處理整除問題在教學順序上合理嗎？
- 兩數相除若內容物非整個物合理嗎？
- 分數除法為什麼可以乘以除數倒數？

39

分數除法的類型

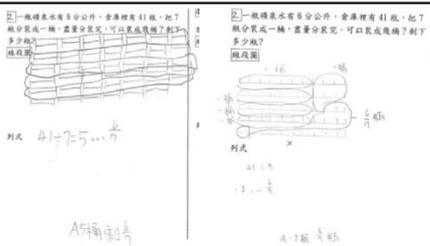
- 整數除以整數，結果為分數的等分除問題
  - 連續量情境或離數量情境中單位分數內容為單一的等分除問題
  - 離數量情境中單位分數內容為多個個物的等分除問題
- 除數為分數的包含除問題
  - 被除數是整數或被除數是與除數同分母分數的包含除問題
  - 被除數與除數是異分母分數的包含除問題
- 分數除以整數，結果為分數的等分除問題
- 當量數未知的當量除問題

40

分數除法的布題脈絡

- 整數 ÷ 整數 = 單位分數
- 整數 ÷ 整數 = 真分數
- 整數 ÷ 整數 = 帶分數
- 整數 ÷ 單位分數 = 整數或分數 ÷ 單位分數 = 整數
- 整數 ÷ (真分數或帶分數) = 整數...0 或
- 分數 ÷ (真分數或帶分數) = 整數...0 或分數
- 分數 ÷ 整數 = 分數
- 分數 ÷ 單位分數 = 整數...0 或分數
- 分數 ÷ (真分數或帶分數) = 整數...0 或分數
- 當量除—全部分完情境下，內容物無法合理平分，只能以【相當於】來表示者

41



① 一瓶礦泉水有5公升，會裝幾瓶1公升，把7瓶分裝成一箱，盡量分裝完，可以裝成幾箱？剩下多少瓶？  
 解法：  $4 \div 7 = 5 \dots \frac{4}{7}$   
 A: 7箱  $\frac{4}{7}$

② 一瓶礦泉水有5公升，會裝幾瓶1公升，把7瓶分裝成一箱，盡量分裝完，可以裝成幾箱？剩下多少瓶？  
 解法：  
 A: 7箱  $\frac{4}{7}$

42

11/19/2019

題目一：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $41 \times 6 = 246$   
 $246 \div 7 = 35 \dots 1$   
 $246 - 245 = 1$   
 $A = 35 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

43

整數除以分數—眼睛瞪大一點

題目一：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $27 \div \frac{2}{3} = 27 \times \frac{3}{2} = 40 \dots 1$   
 $A = 40 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

44

題目一：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $27 \times 5 = 135$   
 $135 \div \frac{2}{3} = 135 \times \frac{3}{2} = 202 \dots 1$   
 $A = 202 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

題目二：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $27 \div \frac{2}{3} = 27 \times \frac{3}{2} = 40 \dots 1$   
 $A = 40 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

45

題目一：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $27 \div \frac{2}{3} = 27 \times \frac{3}{2} = 40 \dots 1$   
 $A = 40 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

題目二：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $27 \div \frac{2}{3} = 27 \times \frac{3}{2} = 40 \dots 1$   
 $A = 40 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

46

題目一：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $29 \times 5 = 145$   
 $145 \div \frac{2}{3} = 145 \times \frac{3}{2} = 217 \dots 1$   
 $A = 217 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

47

題目一：一箱水果有 27 個，水果店裡有 5 箱水果，老闆把  $\frac{2}{3}$  箱水果裝成一盒賣出，盡量裝完，可以裝成幾盒？剩下多少箱水果？

解法圖：  
 $27 \div \frac{2}{3} = 27 \times \frac{3}{2} = 40 \dots 1$   
 $A = 40 \text{ 箱} + 1 \text{ 箱}$

48

11/19/2019

**從有餘數問題情境出發，在包含除情境下建立共測單位概念**

分數除以分數有餘數  
 妹妹有  $\frac{6}{7}$  公尺長的紙帶，她把  $\frac{1}{3}$  公尺剪成一段，儘量剪完，可以剪成多少段？剩下多少公尺？

轉化： $\frac{6}{7}$  可以說是幾個  $\frac{1}{3}$   $\rightarrow \frac{6}{7} = \frac{18}{21}$  而  $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$

$$\frac{6}{7} \div \frac{1}{3} = \frac{18}{21} \div \frac{7}{21} = (2) \cdots (\frac{4}{21}) \quad \frac{7}{21} \times 2 = \frac{14}{21} \quad \frac{18}{21} - \frac{14}{21} = \frac{4}{21}$$

49

**內容物非整個個物或當量情境**

(2) 分數除以分數全部分完(除數為分數時無法解釋等分除情境，此時就稱為『當量除』)

(2-1) 一袋杏仁粉重  $3\frac{1}{3}$  公斤，媽媽把杏仁粉裝到一些罐子裡，一罐一罐都要一樣多，全部分完，相當於裝多少罐時，才能讓一罐正好是 2 公斤？

(2-2)  $2\frac{7}{12}$  公尺相當於  $\frac{11}{12}$  捆麵線的長，1 捆麵線有多長？

50

六年級分數除法部分，請老師以整數除法發展思維為核心主軸，透過包含除有餘數，再進入等分除或當量除等全部分完的題目。

媽媽買了 6 個香瓜，要平分給多少人，一人才會正好得到  $\frac{3}{5}$  個香瓜？

1. 列式： $6 \div (\quad) = \frac{3}{5}$

2. 畫圖：  


3. 乘法紀錄： $\frac{3}{5} \times 10 = \frac{30}{5} = 6$

51

一瓶礦泉水有 6 分公升，倉庫裡有 41 瓶，把  $3\frac{5}{9}$  瓶裝成一桶，盡量分裝完，可以裝成幾桶？剩下多少瓶？

1.  $41 \div 3\frac{5}{9} =$

2.  $3\frac{5}{9} \times 10 = 30\frac{50}{9} = 35\frac{5}{9}$      $41 - 35\frac{5}{9} = 5\frac{4}{9}$

把握除法的乘、減思維

$3\frac{5}{9} \times 1 = 3\frac{5}{9}$      $5\frac{4}{9} - 3\frac{5}{9} = 1\frac{8}{9}$

52

20 個壽司裝一盒，媽媽拿出  $\frac{9}{10}$  盒壽司，然後把  $\frac{2}{5}$  盒裝成一盤，盡量分裝完，可以分裝成多少盤？剩下多少盒？

1.  $\frac{9}{10} \div \frac{2}{5} = \frac{9}{10} \div \frac{4}{10} = 2 \cdots \frac{1}{10}$  **運用共測單位  $\frac{1}{10}$  進行思考**

$$\frac{4}{10} \times 2 = \frac{8}{10} \quad \frac{9}{10} - \frac{8}{10} = \frac{1}{10}$$

2. 

53

櫃子裡有  $10\frac{7}{12}$  公升的醬，把  $\frac{3}{10}$  公升裝成一碗，**全盤裝完**，相當於裝成多少碗？

$$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{1270}{120} = \frac{36}{120} + \frac{1270-36}{120}$$

= 1270 個  $\frac{1}{120}$  = 36 個  $\frac{1}{10}$  還清 1270-36 是什麼意義

$$= \frac{1270-36}{120} = \frac{1270-36}{36 \times 2} = \frac{635}{18} = 35\frac{5}{18}$$
 利用兩數相除以分數表示

---

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = 35\frac{5}{18}$  如果以剩下  $\frac{1}{12}$  公升來思考

$$\frac{3}{16} \times 55 = \frac{165}{16} = 10\frac{5}{16} \quad 10\frac{7}{12} - 10\frac{5}{16} = \frac{79}{120} - \frac{60}{120} = \frac{19}{120}$$

$$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{1270}{120} = \frac{36}{120} + \frac{1270-36}{120} = 35\frac{10}{120}$$

54

11/19/2019

鍋子裡有  $10\frac{7}{12}$  公升的湯，把  $\frac{3}{10}$  公升裝成一碗，全部裝完，相當於裝成多少碗？

1270 個  $\frac{1}{120}$  是 36 個  $\frac{1}{120}$  的幾倍？

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \times \frac{10}{3} = \frac{127 \times 10}{12 \times 3} = \frac{1270}{36}$

1. 以共同單位觀念導入  
2. 兩數相除以分數表示

澄清  $1270 \div 36$  是什麼意義

$10\frac{7}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127}{12} \div \frac{3}{10} = \frac{127 \times 10}{12 \times 10} \div \frac{3 \times 12}{3 \times 12} = \frac{127 \times 10}{12 \times 3} = \frac{1270}{36}$

通用乘法交換律

55

$\frac{3}{10} = \frac{18}{60}$

$10\frac{7}{12} = 10\frac{35}{60} = \frac{635}{60}$

$\frac{18}{60} \times 30 = \frac{540}{60}$     $\frac{635}{60} - \frac{540}{60} = \frac{95}{60}$

$\frac{18}{60} \times 10 = \frac{180}{60}$     $\frac{95}{60} - \frac{180}{60} = \frac{90}{60}$

$\frac{18}{60} \times 5 = \frac{90}{60}$

$\frac{18}{60}$  公升倒成一碗， $\frac{5}{60}$  公升就是  $\frac{5}{12}$  碗

56

商人賣出  $\frac{5}{16}$  公斤的麵粉， $\frac{1}{16}$  公斤裝成一包，盡量裝完，可以分裝成多少罐？

剩下多少公斤？

前提是「裝完」

1 罐 =  $\frac{1}{16}$  公斤  
20 個  $\frac{1}{16}$  公斤是 1 罐  
所以是  $\frac{10}{8}$  罐

1 罐 =  $\frac{1}{16}$  公斤  
 $\frac{1}{16} \times 4 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$   
 $\frac{1}{16} \times 5 = \frac{5}{16}$

57

最能說明為何乘以倒數的策略

- 有甲、乙兩個數，甲數是 6，乙數是 7，如果我們將甲數設定為基準量 1，乙數就是  $\frac{7}{6}$ ，如果我們將乙數設定為基準量 1，甲數就是  $\frac{6}{7}$ 。在下面的線段圖中，1 公升可以看成 7 個  $\frac{1}{7}$  公升，1 瓶可以看成 6 個  $\frac{1}{6}$  公升，以 7 個  $\frac{1}{7}$  公升 (1 公升) 為基準量，6 個  $\frac{1}{6}$  公升 (1 瓶) 就是  $\frac{6}{7}$  瓶，而以 6 個  $\frac{1}{6}$  公升 (1 瓶) 為基準量，7 個  $\frac{1}{7}$  公升 (1 公升) 就是  $\frac{7}{6}$  瓶。
- 由下面的線段圖中，很容易看到  $\frac{6}{7}$  公升是 1 瓶  $\leftrightarrow$  1 公升是  $\frac{7}{6}$  瓶的關係。

1 公升

1 瓶 =  $\frac{6}{7}$  公升   1 公升 =  $\frac{7}{6}$  瓶

$\frac{6}{7}$  公升  $\rightarrow$   $\frac{11}{5}$  個 1 公升  $\rightarrow$   $\frac{11}{5}$  個  $\frac{6}{7}$  瓶  $\rightarrow$   $\frac{11}{5} \times \frac{7}{6}$  瓶

瓶成:  $\frac{11}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{11}{5} \times (1 \div \frac{6}{7}) = \frac{11}{5} \times \frac{7}{6}$

58

學完乘以倒數，分數除法就結束了嗎？

乘數未知

- 一包口香糖有 8 片，要多少包合起來，才會正好有 20 片？
- 一袋米重 9 公斤，要多少袋米合起來，才會正好重 42 公斤？
- 3 張蔥油餅成一盤，要拿多少盤，才會正好拿了 7 張蔥油餅？
- 一包洗衣粉重 3 公斤，要用去多少包洗衣粉，才會正好用去  $\frac{6}{5}$  公斤重的洗衣粉？
- 一袋紅豆餅裝 8 個，要吃多少袋，才會正好吃了  $4\frac{4}{5}$  個紅豆餅？
- 一條尼龍繩長  $\frac{7}{10}$  公尺，要多少條尼龍繩合起來，才會正好長  $2\frac{2}{5}$  公尺？
- 64 個柳丁裝一箱， $\frac{3}{4}$  箱裝成一籃，一拿多少籃合起來，才會正好拿了  $\frac{7}{16}$  箱柳丁？

59

「乘數為分數」乘數未知

- 一袋薏仁重 2 公斤，要幾多少袋，才會正好重  $\frac{2}{5}$  公斤的薏仁？
- 有一卷紙帶長  $\frac{3}{4}$  公尺，要剪下多少卷，才會正好剪下  $\frac{21}{32}$  公尺？

60

11/19/2019

**被除數未知**

- 把一些蛋糕裝成一盒，哥哥拿出這盒蛋糕的 $\frac{3}{5}$ ，正好拿了8支蛋糕，算算看，這盒蛋糕有多少支？
- 媽媽買了一桶葵花油，倒出 $\frac{2}{5}$ 桶正好是 $\frac{4}{5}$ 公升，這桶葵花油有多少公升？
- 冰箱裡有一瓶果汁，靜明倒出 $\frac{2}{5}$ 瓶，正好倒出 $\frac{12}{25}$ 公升，一瓶果汁有多少公升？

**「乘數為分數」被除數未知**

- 盒子裡有一些相簿， $1\frac{2}{3}$ 盒正好有10本相簿，這一盒相簿有多少本？
- 弟弟喝了 $1\frac{1}{4}$ 瓶蘋果汁，正好喝了 $\frac{11}{12}$ 公升，算算看，一瓶蘋果汁有多少公升？

61

**除數未知**

- 盤子裡有3塊餡餅，要平均分給多少位小朋友，一位小朋友才會正好得到 $\frac{1}{4}$ 塊餡餅？
- 媽媽買了8個香瓜，要平均分給多少人，一人才會正好得到 $\frac{2}{5}$ 個香瓜？
- 爸爸買了5塊綠豆糕，要分成多少盤，一盤才會正好有 $1\frac{1}{5}$ 塊綠豆糕？

**「除數為分數」除數未知**

- 一盒花片有88個，曉敏有 $2\frac{1}{2}$ 盒，她把花片重新分裝，每包都要一樣多，全部分完，正好分裝成10包，算算看，多少盒花片裝成一包？
- 一袋杏仁粉重 $3\frac{1}{5}$ 公斤，媽媽把杏仁粉裝到一些罐子裡，每罐都要一樣多，全部分完，相當於裝多少罐時，才能讓一罐正好是2公斤？

62

**「除數為分數」被除數未知**

- 媽媽買了一袋桂圓，她把這袋桂圓重新分裝， $\frac{1}{6}$ 公斤分裝成一包，全部分裝完，相當於分裝成 $2\frac{2}{3}$ 包。算算看，這一袋桂圓重多少公斤？
- 實驗課時，阿哲把一捆電線分段剪開，每段都要一樣長，全部剪完，相當於剪成 $3\frac{2}{3}$ 段，一段正好是 $\frac{9}{10}$ 公尺。算算看，這一捆電線長多少公尺？

63

**全部量分數問題**

- 水電行有一捲全新六分軟水管，第一位客人進來將水管彎成四折相同長度，剪下其中一份買走，第二位客人進來，又將水管彎成四折相同長度，剪下其中一份買走，第三位客人說他想買半捲全新水管的長度才夠，老闆量了架上剩下的水管長度是36公尺，請問剩下的水管還夠長度賣給第三位客人嗎？
- 市政府為了進行道路綠美化工程，採買一批樹木種植在道路分隔島上，第一天種了全部樹木的 $\frac{3}{8}$ ，第二天又種了剩下樹木的 $\frac{2}{5}$ ，結果只剩下36棵樹。你知道市政府採買的這批樹木全部是多少棵嗎？

64

100元，買多少個？

| 買             | 乘數            | 積 |
|---------------|---------------|---|
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{1}$ | 1 |
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{3}{1}$ | 1 |
| $\frac{1}{4}$ | $\frac{4}{1}$ | 1 |
| $\frac{1}{5}$ | $\frac{5}{1}$ | 1 |

**關係？  
分數乘法關係的意義  
是什麼？**

65

一袋黃豆粉重 $5\frac{3}{4}$ 公斤，用去 $\frac{2}{9}$ 袋，是用去多少公斤的黃豆粉？

$$5\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{23}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{46}{36} = 1\frac{10}{36} = 1\frac{5}{18}$$

$5\frac{3}{4}$ 是公斤， $1\frac{5}{18}$ 是公斤

一包水餃有88個，冰箱裡有 $\frac{5}{12}$ 包水餃，媽媽煮了這些水餃的 $\frac{7}{8}$ ，媽媽煮了多少包水餃？

$$\frac{5}{12} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{96}$$

$\frac{5}{12}$ 是什麼？ $\frac{35}{96}$ 是什麼？

有一個長方形花園，他的長是 $\frac{25}{12}$ 公尺，寬 $\frac{7}{20}$ 公尺，花園的面積是多少平方公尺？

$$\frac{25}{12} \times \frac{7}{20} = \frac{175}{240} = \frac{35}{48}$$

$\frac{25}{12}$ 和 $\frac{35}{48}$ 比大小有意義嗎？

66

11/19/2019

**關係？意義是什麼？**

在教學有什麼意義？  
 學生能理解嗎？  
 單位不同時，可以解釋嗎？  
 是引導學生發現或是告知？



67

- 冰箱裡有  $\frac{5}{9}$  公升的羊乳，媽媽把  $\frac{1}{2}$  公升裝成一杯，全部分完，相當原分裝成多少杯？  
 $\frac{5}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{10}{9}$   $\frac{5}{9}$  是公升， $\frac{10}{9}$  是杯；能比大小嗎？
- 果汁  $1\frac{1}{2}$  公升相當於  $\frac{2}{3}$  瓶的量，一瓶果汁有多少公升？  
 $1\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$   $1\frac{1}{2}$  是公升， $\frac{9}{4}$  是公升；此則  $\frac{9}{4} > \frac{3}{2}$  數字變大，意義是什麼？

68

- 冰箱裡有  $\frac{5}{9}$  公升的羊乳，媽媽把  $\frac{1}{2}$  公升裝成一杯，全部分完，相當原分裝成多少杯？  
 $\frac{5}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{10}{9}$   $\frac{5}{9}$  是公升， $\frac{10}{9}$  是杯；能比大小嗎？
- 果汁  $1\frac{1}{2}$  公升相當於  $\frac{2}{3}$  瓶的量，算算看，一瓶果汁有多少公升？  
 $1\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$   $1\frac{1}{2}$  是公升， $\frac{9}{4}$  是公升；此則  $\frac{9}{4} > \frac{3}{2}$  數字變大，意義是什麼？

69

- 一盒李子有 11 個，把 4 盒李子平均分給 8 人，一人才會分到  $\frac{2}{11}$  盒李子？
- 一公尺是 100 公分，把  $2\frac{3}{4}$  公尺長的緞帶平均分給 8 人，全部分完，一人分得多少公尺長的緞帶？
- 冰箱裡有  $\frac{6}{11}$  瓶汽水，爸爸喝了冰箱裡的汽水的  $\frac{3}{8}$ ，爸爸喝了多少瓶汽水？

70

- 一包餅乾有多少片時， $\frac{3}{8}$  包會正好是  $4\frac{1}{2}$  片餅乾，算算看，一包餅乾有多少片？
- 一條彩繩長  $2\frac{2}{3}$  公尺，剪成一段一段，要剪成多少段，才會使每一段長  $\frac{5}{6}$  公尺？
- 媽媽買了一包糖果，吃掉  $\frac{1}{4}$  公斤後，剩下的平均分給 5 個人，一個人分到  $\frac{3}{20}$  公斤，媽媽買的糖果有多少公斤？

71

- 28 個子頭酥裝一盒，媽媽拿出  $\frac{5}{7}$  盒，她把  $\frac{2}{7}$  盒裝成一盤，盡量裝完，可以裝成多少盤？剩下多少盒？
- 18 包豆乾裝一箱，媽媽拿出  $\frac{2}{3}$  箱，然後把  $\frac{1}{3}$  箱裝成一盒，盡量裝完，可以裝成多少盒？剩下多少箱？
- 28 公升的鮮乳裝一瓶，冰箱裡有  $9\frac{1}{2}$  瓶，小志家一天要喝去  $2\frac{1}{2}$  瓶，盡量喝完，可以喝多少天？剩下多少瓶？
- 媽媽買了  $2\frac{1}{7}$  公斤的糖果，然後把  $\frac{3}{7}$  公斤的糖果裝成一包，全部裝完，相當於裝成多少包？

72

下列每一圓形中，請指出斜線及空白區域佔圓形面積的百分比。

請問斜線及空白的區域哪一種比例多？

(A) 無法比較 (B) 空白多  
(C) 一樣多 (D) 斜線多

在數學中，比例是兩個非零數量y與x之間的比較關係，記為y:x； $\frac{y}{x}$ 。  
比率？比例？

TIMSS 2011

73

請問斜線及空白的區域哪一種比例多？

(A) 無法比較 (B) 空白多  
(C) 一樣多 (D) 斜線多

在數學中，比例是兩個非零數量y與x之間的比較關係，記為y:x； $\frac{y}{x}$ 。  
比率？比例？

2018 OMC 奧林匹亞答英區 數學複賽 國小三年級組 第2頁 共6頁

74

一袋餅乾共有 56 片，阿甘吃了 7 片，老皮吃了全部的  $\frac{1}{8}$ ，阿坤吃了剩下的  $\frac{1}{5}$ 。請問哪個人吃得最多？

(A) 阿甘 (B) 老皮 (C) 阿坤 (D) 一樣多

接上題，小曼發現他們三人都有吃，所以小曼也吃了 8 片袋子內剩下的餅乾，請問袋子內最後還剩下幾片餅乾？

(A) 25 (B) 26 (C) 27 (D) 28 片

2018 OMC 奧林匹亞答英區 數學複賽 國小三年級組 第2頁 共6頁

75

若  $2013 = A + B$ ，且  $\frac{A}{B} = \frac{1}{2}$ ，求  $A \times B = ?$

(A) 885950 (B) 892980 (C) 899810 (D) 900482

76

在  $\frac{1}{5}$  和  $\frac{1}{2}$  之間有九個分數，若任意相鄰兩個分數之差都相同。試求這十個分數之總和。

77

有 A、B 兩容器，A 比 B 多  $600\text{cm}^3$  的水，今從 A 容器中取出  $\frac{1}{2}$  的水至 B 容器中，之後又從 B 容器中取  $\frac{1}{3}$  的水至 A 容器中。最後再從 A 容器取  $\frac{1}{4}$  的水至 B 容器後，B 容器中的水量會比 A 容器中的水量多  $300\text{cm}^3$ ，試求最初 A 容器中的水量是多少  $\text{cm}^3$ ？

78

11/19/2019

比較下列分數  $\frac{6}{17}$ 、 $\frac{15}{26}$ 、 $\frac{10}{33}$ 、 $\frac{30}{67}$  哪一個最大？

(A)  $\frac{6}{17}$     (B)  $\frac{15}{26}$     (C)  $\frac{10}{33}$     (D)  $\frac{30}{67}$

79

叢山下有一間民宅種了若干棵番茄樹，一隻猴子每天都來偷吃番茄，第一天偷吃全部的  $\frac{1}{9}$ ，之後的 7 天分別偷吃了當天現有番茄的  $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、……、 $\frac{1}{2}$ ，偷了 8 天之後，屋主發現樹上只剩下 35 顆番茄，請問原來有多少顆番茄？

(A) 315    (B) 405    (C) 360    (D) 450 (顆)

80

• 你讓工人為你工作 7 天，給工人的回報是一根金條。金條已經被平分成相連的 7 段，你必須在每天結束時給他們一段金條，如果你只許你把金條弄斷 2 次，你如何給你的工人付費？

原文網址：<https://kknews.cc/education/npb26q8.html>

兩次弄斷就應分成三份，把金條分成  $\frac{1}{7}$ 、 $\frac{2}{7}$  和  $\frac{4}{7}$  三份。這樣，第 1 天就可以給他  $\frac{1}{7}$ ；第 2 天給他  $\frac{2}{7}$ ，讓他找回  $\frac{1}{7}$ ；第 3 天就再給他  $\frac{1}{7}$ ，加上原先的  $\frac{2}{7}$  就是  $\frac{3}{7}$ ；第 4 天給他那塊  $\frac{4}{7}$ ，讓他找回那兩塊  $\frac{1}{7}$  和  $\frac{2}{7}$  的金條；第 5 天，再給他  $\frac{2}{7}$ ；第 6 天和第 2 天一樣；第 7 天給他找回的那個  $\frac{1}{7}$ 。

81

三兄弟一起到糖果店，各自買了幾顆巧克力。小弟很大方的拿出自己的一半，平分給兩個哥哥；二哥收下後，覺得不好意思，也拿出一半，平分給大哥跟小弟；大哥最後當然不會小氣，也拿出一半，平分給兩個弟弟；結果，兄弟三人剛好都有 8 顆巧克力，請問，當初他們各買了幾顆巧克力呢？

(三人拿出一半時都是用自己當時擁有的半數算，不是用起初購買的數量算)

82

有一位勇士與公主互相愛慕，勇士向國王請求把公主嫁給他，國王心裡不願意這樣辦，但國王深愛女兒又不願傷了女兒的心，於是對他說：「我是看你們的智慧與上帝的旨意。這裡有二個金盒與完全相同的 5 顆黑珠子和 5 顆紅珠子，那即是把勇士的眼睛蒙住，要他先選擇一個金盒，再從這個金盒中選出一顆珠子。如果他選出的是黑珠子，那即是上帝的旨意，我不可能同意這婚約；如果他選出的是紅珠子，則我將為你們辦最盛大的婚禮。我的女兒可以事先將全部的十顆珠子以任意的分配方式放入二個金盒中擺均，但任何人都不能作假，否則一律斬首。勇敢的騎士們，您只有二分之一的機會了！哈哈……」。聽完國王的宣佈後，聰明的公主對勇士說：「親愛的，別怕！我有不需作假的方法使我們的機會大於二分之一」。

請問勇士與公主最大的機會是幾分之幾？怎麼作？(註：國王安排勇士只有二分之一的機會是因為：1. 如果一個金盒全裝紅珠子，另一個全裝黑珠子，則勇士有二分之一的機會選中裝紅珠子的盒。2. 如果一個金盒裝 2 紅 3 黑，另一個裝 3 紅 2 黑，則勇士選中紅珠子的機會為  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$ 。)

83

簡報結束

84

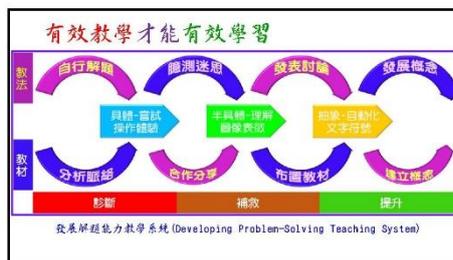
分數教材與教學脈絡  
~分數來搞怪~



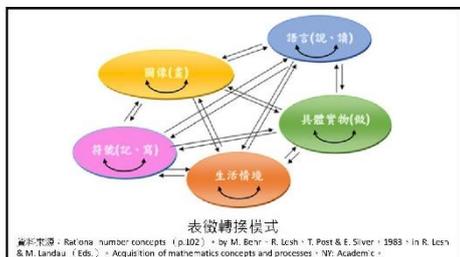
台灣南投 毛炳楠  
Mail: t00850@gmail.com



1



2



3

分數的意義

- 分數原始意義是「一個整體等分後的分量」，等分份數M為分母，取出分數N為分子，表示成 $\frac{N}{M}$ 。
- 兩整數相除完全等分的表示方式，將N等分成M份，每份就以 $N \div M = \frac{N}{M}$ 表示；或將N以每份為M份來分，「相當於」平分成 $\frac{N}{M}$ 份(測量)。
- 視為「運算子」，簡言之「全部的 $\frac{N}{M}$ 」。
- 數線上的一端點所代表的數值。
- 有爭議的「比值」— $N:M = \frac{N}{M}$ ；籃子裡放了P顆蘋果和Q顆水梨，蘋果和水梨的數量比為 $P:Q$ ，蘋果的數量是水梨的 $P \div Q = \frac{P}{Q}$ 倍；蘋果數量是全部的 $\frac{P}{P+Q}$ 。

參考 謝國輝、洪麗婷、張志誠、李豐於全臺數學師研習營，\*http://cnu.edu.tw/zh-tw/787651321187527506.pdf

4

歷史上的分數

- 約西元前2100年，古巴比倫人就使用了分母是60的分數。
- 約西元前1850年古埃及人為了在不能分得整數的情況下表示數，古埃及象形文字創造了一種符號表示單位分數(分子為1的分數)，即在整數上方畫一個長橢圓，就表示該整數的倒數。



5

荷魯斯之眼 (eye of Horus)：右側是代表下埃及的眼鏡蛇女神，左側是代表上埃及的秃鷲女神。眼睛下方的黑羽毛是代表真理、正義與道德的女神。

古埃及人也用荷魯斯之眼來計數；將荷魯斯之眼拆解為8個部份，每個部份各代表著一個分數，構成一個等比級數，相加起來便是一個荷魯斯之眼，代表著1。



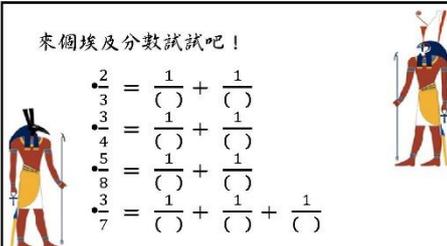
荷魯斯之眼。



6

11/19/2019

來個埃及分數試試吧！



$$\frac{2}{3} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

$$\frac{3}{7} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$$

7

請在以下的方框中不重複地填入1~9，使得等式成立。

$$\frac{\square}{\square\square} + \frac{\square}{\square\square} + \frac{\square}{\square\square} = 1$$

$$\frac{9}{12} + \frac{5}{34} + \frac{7}{68} = 1$$

8

試問在1到100中共有多少個自然數  $a$ ，能使得  $\frac{1}{a} + \frac{2}{a} + \frac{3}{a} + \dots + \frac{10}{a}$  之和為整數？  
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (個)

若  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{\star} = 1$ ，則  $\star = ?$   
 (A) 16 (B) 32 (C) 64 (D) 128

在等式  $\frac{1}{6} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$  的括號裡填入適當的不同自然數，使等式成立。例如： $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ 。(請寫出另外三種解答)

9

$$\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{98 \times 99} + \frac{1}{99 \times 100}$$

$$\frac{2}{1 \times 3} + \frac{3}{3 \times 6} + \frac{4}{6 \times 10} + \frac{5}{10 \times 15} + \frac{6}{15 \times 21} + \frac{7}{21 \times 28} + \frac{8}{28 \times 36} + \frac{9}{36 \times 45} = ?$$

(A)  $\frac{41}{45}$  (B)  $\frac{39}{40}$  (C)  $\frac{41}{40}$  (D)  $\frac{44}{45}$

計算  $(1 - \frac{1}{2}) \times (1 + \frac{1}{3}) \times (1 - \frac{1}{4}) \times (1 + \frac{1}{5}) \times \dots \times (1 + \frac{1}{19}) \times (1 - \frac{1}{20}) = ?$   
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{19}{2}$  (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{19}{20}$

10

動動腦 (2)

• 請填寫下式左邊的兩個分母 (都是自然數)，使得等式成立。

$$\frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} = \frac{1}{1997}$$

答案是否只有一組？還是不只一組？

11

動動腦 (2) 的解答

$$\frac{1}{1997} - \frac{1}{1998} = \frac{1}{1997 \times 1998}$$

$$\frac{1}{1998} + \frac{1}{1997 \times 1998} = \frac{1}{1997}$$

答案只有一組，如果1997換成一個合數，答案就不只一組

12

11/19/2019

## 動動腦 (3)

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{49 \times 50} = ?$$

$$\text{提示: } \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

13

## 畫圖表徵導入算式表徵處理分數乘法問題

- 圖形表徵的意義
- 具體操作—半具體圖像—抽象符號
- 具體圖—半具體圖—線段圖或數線圖

14

## 建立線段圖工具

- 線段圖是一種圖象表徵，使用線段圖轉化文字題，使問題中數量間的關係具體化。
- 線段圖本身是一套溝通的工具，教師應該幫助學生建立線段圖成為工具，讓學生能使用線段圖解決問題。

- 如何建立線段圖這一組工具？
- 透過哪些活動，才能熟練的使用線段圖解決問題。

15

阿土伯有一塊農地，他用  $\frac{1}{2}$  塊地當菜園，剩下的當花園，菜園的  $\frac{3}{4}$  種玉米，剩下的種蘿蔔，花園的  $\frac{1}{4}$  種玫瑰，剩下的種康乃馨，請問四種作物哪一種所佔的土地面積最多？

(A) 康乃馨 (B) 蘿蔔 (C) 玫瑰 (D) 玉米

16

## 多少個西瓜？

一堆西瓜，一半的一半的一半比一半的一半少半個，這堆西瓜有多少個？



原文網址：<https://kknews.com/doors/160288601.html>

17

某國的反對黨打算罷免總統，根據該國總統選罷法，必須要有超過四分之一的國會議員連署，超過三分之二的國會議員投票贊成，才能使罷免案通過。該國反對黨國會議員人數正好比國會議員總人數的一半還多 1 人，反對黨還必須選說 36 名執政黨的議員投票成票才能使罷免案恰好通過，少 1 票就無法通過。已知該國男性國會議員是女性國會議員的 4 倍，請問該國國會議員總共有幾位？

18

108 年度國立臺中教育大學數學領域教學研究中心  
數學備觀議教學實務研習活動回饋意見調查表統整

|                 |                                   |                |                |                 |                   |
|-----------------|-----------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 研習名稱            | 有效教學-低年級幾何單元模擬教學                  |                |                |                 |                   |
| 研習時間            | 108 年 12 月 03 日(二) 下午 15:40-17:20 |                |                |                 |                   |
| 研習講師            | 臺中市南屯區永春國民小學 魏麗枝主任                |                |                |                 |                   |
| 一、研習內容規劃        |                                   |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 13. 研習時數安排      | 98%                               | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 研習內容規劃符合個人需求 | 98%                               | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 研習辦理方式       | 94%                               | 6%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項          | 無。                                |                |                |                 |                   |
| 二、講師授課情形        |                                   |                |                |                 |                   |
|                 | <b>很滿意</b><br>5                   | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 13. 講師與學員有互動及回  | 96%                               | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                      |                 |                |                |                 |                   |
|----------------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 應                    |                 |                |                |                 |                   |
| 建議改善事項               | 無。              |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 講師表達清晰，透過實例佐證淺顯易懂 | 96%             | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。              |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 講師整體演講的方式與內容      | 95%             | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。              |                |                |                 |                   |
| 三、學員自我幫助             |                 |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 1. 對於學員專業成長有所幫助      | 98%             | 2%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項               | 無。              |                |                |                 |                   |
|                      | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 2. 對於教學或學習資源發展有所幫助   | 95%             | 5%             | 0%             | 0%              | 0%                |

|                     |                 |                |                |                 |                   |
|---------------------|-----------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|
| 建議改善事項              | 希望未來課程能多點應用的東西。 |                |                |                 |                   |
|                     | <b>很滿意</b><br>5 | <b>滿意</b><br>4 | <b>普通</b><br>3 | <b>不滿意</b><br>2 | <b>非常不滿意</b><br>1 |
| 3. 對於日後的教學或學習工作有所幫助 | 96%             | 4%             | 0%             | 0%              | 0%                |
| 建議改善事項              | 無。              |                |                |                 |                   |