



NTCU

教育學系
Education

創意蛻變 ◆ 發展無限
國立臺中教育大學
National Taichung University

量與實測的概念
發展與教學

游自達

國立臺中教育大學教育學系
yiyou@mail.ntcu.edu.tw

Education
NTCU

討論大綱

- 前言
- 體驗與思考
- 量與實測概念的發展
- 促進量與實測概念發展的教學活動
- 結語

教育學系
Department of Education, NTCU

前言

Education
NTCU

- 量與實測活動普遍存在於生活互動中，是接人待物、生活交易中需要具備的基本素養
- 量的概念、量的比較、測量單位與實測活動、測量結果之數值意義理解、測量單位結構(如公制單位)的理解與應用、量感的發展等是國小數學學習的重要內涵

前言

Education
NTCU

- 量與實測活動為世界各主要國家數學課程的重要內涵
- 國小「量與實測」的學習內容包含長度、重量、面積、體積、容量、角度、時間等七種量
- 學習活動因量的性質而有差異
 - 長度、容量、角度、面積、體積、重量為**感官量**，可以用身體的感官去發覺該量的存在
 - 長度、容量、角度、面積、體積為**幾何量**，可以透過視覺產生量感，學童比較容易透過幾何的經驗掌握這些量的意義
 - 時間為**工具量**，學習上必須依賴工具及文化的約定

前言

Education
NTCU

- 數與量是我國歷次數學領域課程綱要中的重要內容，**估測、量感的培養**受到重視
 - ◆ 九年一貫數學領域課程綱要
 - 所有量的教學，都要重視培養**量感**，學習**量的估測**，並能與別人溝通觀察的結果(教育部，2003，50頁)

前言

Education
NTCU

- 數與量是我國歷次數學領域課程綱要中的重要內容，**估測、量感的培養**受到重視
 - ◆ 十二年國民基本教育數學領域課程綱要
 - n-I-7 理解長度及其常用單位，並做**實測、估測與計算**。
 - n-I-8 認識**容量、重量、面積**。
 - n-I-8 認識**時刻與時間**常用單位。
 - n-II-9 理解**長度、角度、面積、容量、重量**的**常用單位與換算**，**培養量感與估測能力**，並能做計算和應用解題。認識**體積**。
 - n-II-10 理解**時間**的加減運算，並應用於日常的時間加減問題。
 - n-III-11 認識量的**常用單位及其換算**，並處理相關的應用問題
 - n-III-12 理解**容量、容積和體積**之間的關係，並做應用。

前言

Education
NTCU

- 「量感」是日常生活應對的必要素養
- 學生需透過視覺、觸覺、體覺等感官對物體的大小、多少、長短、輕重、厚薄等性質敏感並逐漸發展出專家式的直覺
- 「量感」是對量的一種直覺和敏感性，是人們在實際情境中主動、自覺地理解並運用量意識

NTCU

教育學系
EDUCATION

體驗與思考

創意蛻變 ◆ 發展無限
國立臺中教育大學
National Taichung University

體驗與思考活動

Education
NTCU

- 量的體驗和溝通表達
- 人際互動中的遞與接
- 錯亂的量感
- 生活中的量感

 教育學系
Department of Education, NTCU

量的體驗與溝通表達

Education
NTCU

- 看到下面的字，你聯想到什麼？
- 這個字常用來描述什麼？

長

量的體驗與溝通表達

Education
NTCU

- 看到下面的字，你聯想到什麼？
- 這個字常用來描述什麼？

重

量感的錯亂

Education
NTCU

- 何以會出現所述的現象？

DEC 24 錯亂的量感
MON 2007

來美國之後，我就變成一個失去「量感」的人。

量感的錯亂

Education
NTCU

● 何以會出現所述的現象？

DEC 24
MON 2007 錯亂的量感

來美國之後，我就變成一個失去「量感」的人。

除了方向感這東西還是放諸四海皆準之外，不管是距離感、溫感、金錢感.....我覺得都失去了標準。

比如說溫度。在台灣我們一向習慣用攝氏(Centigrade)，但是美國都是用華氏(Fahrenheit)，所以總是覺得非常不習慣，要心算去換算度數也很累，所以雖然已經在美國住兩年多了，我對於華氏度的認識還是只有關鍵的32°F、50°F和77°F。

至於長度。台灣使用的是公制單位，或者一些傳統市場會併用台制，偏偏美國卻是使用英制單位，單位是inch, foot, yard, mile，雖然長度單位換算單位我記得，但是總歸還是三個字，不習慣。尤其是每次要估計開車距離的時候，講多少miles我就會一點距離感都沒有，囧。

量感的錯亂

Education
NTCU

● 何以會出現所述的現象？

體積(容積)倒是好一點。雖然美國使用美式加侖，但一般買的商品的外包裝上會有對照多少毫升的說明，困擾不大。

重量也還ok。跟體積類似，商品的外包裝上會印對照多少公斤公克。

再來是幣值，我覺得我對於錢的價值大小開始有點混亂。剛來美國時，我總忍不住把所有的價格換算成台幣，然後覺得好貴喔，但是到了後來我放假回台灣，又會不自覺把價格換算成美金，然後覺得真是超便宜呀.....真是傷腦筋。

結論就是，在美國生活久了，我的量感都被打亂了。不知道這是不是我個人的問題呢？



資料來源：<https://rita167.pixnet.net/blog/post/12184870>

體驗與思考

Education
NTCU

- 估估看，一塊這樣的空心磚大約有重？
- 你是怎麼估的？



體驗與思考

Education
NTCU

- 甲乙兩塊空心磚，哪一個比較重？
- 你是怎麼想的？



體驗與思考

Education
NTCU

- 需要有什麼經驗或理解，才能正確回應上面的問題？



教育學系
Department of Education, NTCU

量感哪裡來？

Education
NTCU

- 圖上這個物品大約有多大呢？



量感哪裡來？

Education
NTCU

- 加上這些訊息對估測有幫助嗎？為什麼？



量與實測概念的發展

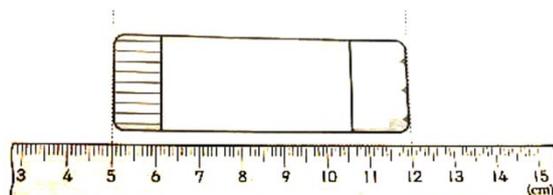
NTCU
教育學系
EDUCATION

創意蛻變 ◆ 發展無限
國立臺中教育大學
National Taichung University

量與實測的活動

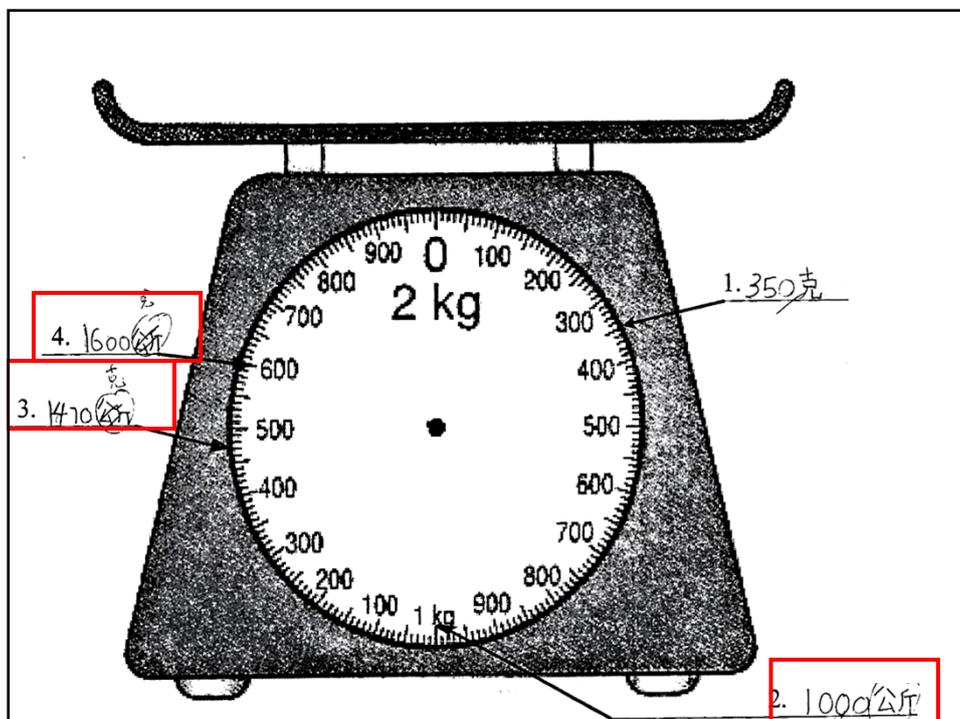
Education
NTCU

● 從一些實例出發



有 (5) 個 1 公分，是
(7) 公分。

學生問：老師有什麼答案不是8公分，而是7公分，
(4) 把這枚針大約有多長？
刻度從5到12，所以5、6、7、8、9、10、11、12，
數了8個？



量與實測的活動

Education
NTCU

- 從一些實例出發



蘋果重()公斤()公克

Sense 的重要性

Education
NTCU

- Sense 是構成數學素養的重要元素，影響學生的數學表現
- 在數學教學上，不只是引導學生解題，更需要協助學生建立Sense

Sense 是什麼？

Education
NTCU

- **Sense** 以感官活動為基礎但不僅是感官的覺察，也不只是認知的理解
- **Sense** 是融合了體驗直觀、概念理解、多元關聯(情境與實作、概念與運算、概念與表徵、不同操作與表徵活動之間的關連)、後設認知等所發展出的一種直覺

 教育學系
Department of Education, NTCU

討論問題

Education
NTCU

- 如何讓學生對於數學學習有 **sense** ？

而不是 **No sense**

更不是 **Nonsense**

不同層次的Sense

Education
NTCU

● Sense 這個字有不同層次的意涵

- ◆ 感官知覺層次
 - Five senses
 - excellent sense of smell
- ◆ 認知理解層次
 - Doesn't make sense
 - makes no sense
- ◆ 專家直覺層次
 - Number sense
 - Quantity sense
 - Spatial sense



量與實測概念的發展

Education
NTCU

- 感官層次
 - ◆ 透過**體驗活動**認識某量並建立該量和自身身體感覺的連結
- 關係層次
 - ◆ 透過**觀察和比較等活動**，瞭解量的改變和感官知覺的關係，以及量的改變和工具刻度變化之關聯
- 結構層次
 - ◆ 瞭解測量工具的刻度結構和測量單位的關係
 - 如不同長度單位之間的互換關係並理解長度公制單位（如生活中常用的公尺、毫米、公里等重量單位）的結構性關係

量與實測概念的發展

Education
NTCU

- 長度
- 重量
- 面積
- 容量
- 體積
- 角
- 時間

量與實測概念的發展活動

-以長度為例

Education
NTCU

- **感官層次**
 - ◆ 透過生活中的物體察覺哪些東西有長的屬性，並指認長度在哪裡
 - 透過環境中的各種事物察覺物體具有長度的屬性。例如：察覺鉛筆有長、長頸鹿的脖子有長（高度也是長）、水桶的把手有長（曲線有長）等

 教育學系
Department of Education, NTCU

量與實測概念的發展活動 -以長度為例

Education
NTCU

● 關係層次

◆ 比較活動

- 直觀比較：透過感官覺知直接比較物體長度
- 直接比較：透過物體的端點位置比較長度
- 間接比較：對一個長度量進行整體複製，藉由整體複製的長度量做物體長短的比較

量與實測概念的發展活動 -以長度為例

Education
NTCU

● 關係層次

- ◆ 物體長度和累加多個長度單位間的關係（建立物體數量變化和感官經驗間的連結）
 - 個別單位認識活動
 - 個別單位的累積與比較活動
 - 非標準單位
 - 標準單位
- ◆ 長度單位的累加和長度測量工具刻度變化的關連（建立物體數量變化和工具刻度變化間的連結）
- ◆ 某物體的長度和不同工具刻度現象間的關係

量與實測概念的發展活動

-以長度為例

Education
NTCU

● 結構層次

- ◆ 對標準長度單位關係結構的理解
 - 認識長度普遍單位（公分、公尺、毫米）的活動
 - 以長度普遍單位（公分、公尺、毫米）的實測活動
- ◆ 對長度公制單位及不同單位間互換關係的理解
 - 認識公分與公尺、公分與毫米、公尺與公里的關係
 - 公分與公尺、公分與毫米、公尺與公里的化聚



量與實測概念的發展活動

-以重量為例

Education
NTCU

● 感官層次

- ◆ 單一物體重量的體驗活動（如掂掂看、拿拿看等），發展自己身體對重量的感覺，形成對重量的基本認識（重量感的體覺）
- ◆ 對不同物體重量差異的體驗與覺察，協助學生體驗重量的差異，發展個人對於差異量的覺察（差異量感的體覺）

量與實測概念的發展活動 -以重量為例

Education
NTCU

● 關係層次

- ◆ 發展對環境中不同重量的體驗與比較
 - 直接比較：藉助生活中常見的物件（如蹺蹺板）或工具（如天平）覺察重量和工具現象間的關係（由個人肌覺和天平現象的關聯，建立肌覺和視覺線索的連結）
 - 直接比較：在天平上直接比較兩物的輕重（建立天平現象和兩物輕重的連結）。
- ◆ 發展自己身體對重量的感覺和工具刻度變化的關連（建立感官經驗和工具現象的連結）

量與實測概念的發展活動 -以重量為例

Education
NTCU

● 關係層次

- ◆ 某物體的重量和累加多個等重量單位間的關係（建立物體數量變化和感官經驗間的連結）
 - 個別單位認識活動
 - 個別單位的累積活動
- ◆ 重量單位的累加和工具刻度變化的關連（建立物體數量變化和工具刻度變化間的連結）
- ◆ 某物體的重量和不同工具刻度現象間的關係
- ◆ 重量比較與關係的遞移

量與實測概念的發展活動 -以重量為例

Education
NTCU

● 結構層次

- ◆ 對標準重量單位關係結構的理解
 - 認識重量普遍單位（公斤、公克）的活動
 - 以重量普遍單位（公斤、公克）的實測活動
- ◆ 對重量公制單位及不同單位間互換關係的理解
 - 認識公斤與公克、公噸與公斤的關係
 - 公斤與公克、公噸與公斤的的化聚



量與實測概念的發展活動 -以面積為例

Education
NTCU

● 感官層次

- ◆ 探索生活中的物體的面
- ◆ 透過肢體動作（例如：塗抹活動、覆蓋）知道面積測量的範圍

 教育學系
Department of Education, NTCU

量與實測概念的發展活動 -以面積為例

Education
NTCU

● 關係層次

- ◆ 直接比較：提供可透過視覺判定或可直接疊合兩個面的物體，進行比較
- ◆ 間接比較：透過覆蓋活動描述被覆蓋面的大小或利用切割與重組，點數面積量，並進行物體面積的間接比較
- ◆ 估測一未知面與已知面的大小關係（發展常用的個別單位大小）
- ◆ 探討一個圖形可以切割重組成另一圖形，但其面積不變（保留概念及等積異形）

 教育學系
Department of Education, NTCU

量與實測概念的發展活動 -以面積為例

Education
NTCU

● 關係層次

- ◆ 透過平方公分板對長方形的覆蓋或拼排活動，理解求算長方形面積的方法
- ◆ 將常見的基本圖形透過切割重組的方式形成已能求算面積的圖形，從圖形間的面積關係，發展求算未知圖形的面積公式

 教育學系
Department of Education, NTCU

量與實測概念的發展活動

-以面積為例

Education
NTCU

● 結構層次

- ◆ 對標準面積單位關係結構的理解
 - 認識1平方公分作為測量物體面積的常用單位
 - 認識較大的常用面積單位
- ◆ 培養對各常用面積單位的量感及以常用面積單位估測面積的能力
- ◆ 對面積公制單位及不同單位間互換關係的理解
 - 認識平方公分與平方公尺的關係
 - 平方公分與平方公尺、平方公尺與平方公里的化聚



量與實測概念的發展活動

-以角為例

Education
NTCU

● 感官層次

- ◆ 角的體覺：視覺觀察角和觸覺體驗角的活動（例如：看一看這的圖卡哪裡有尖尖的？摸一摸三角板哪裡有尖尖的），以描角、剪紙進行角的複製，發展自己體覺經驗，形成對角的基本認識
- ◆ 將幾何物件元素抽離後形成角的定義（角的構成要素是兩條直線邊和其交點），以及認識角的符號 \angle 。
- ◆ 對不同角的大小差異的覺察：發展學生對於差異量的描述（例如：看起來開口比較大，這個角比較大；摸起來比較尖，這個角比較小），瞭解直角的意義。
- ◆ 發展以直角為參考進行角的大小描述（比直角大或比直角小）

量與實測概念的發展活動 -以角為例

Education
NTCU

● 關係層次

◆ 發展角的大小比較方法

- 直接比較：協助學生發展比較兩個角（圖形角）大小的方法。
- 間接比較：兩個角無法並置重疊比較，透過角的複製進行間接比較。

◆ 量角器的結構認識（有18大格、180小格），以及角的構成要素與量角器結構的關係

◆ 觀察累加角度和工具刻度變化的關連（建立角度大小變化和工具刻度變化間的連結）

◆ 某角的兩直線邊在量角器不同位置，其角度不變的關係並報讀

◆ 角的大小比較與關係的遞移

量與實測概念的發展活動 -以角為例

Education
NTCU

● 結構層次

◆ 對量角器單位關係結構的理解

- 1小格是 1° ，1大格有10小格是 10°
- 認識銳角（小於 90° 的角）、直角（等於 90° 的角）和鈍角（大於 90° 且小於 180° 的角）
- 利用量角器測量角度，以直角為參考量，先估測（銳角或鈍角）再測量

◆ 使用量角器畫出指定的角

◆ 認識旋轉（始邊、終邊和順時針、逆時針）和旋轉角

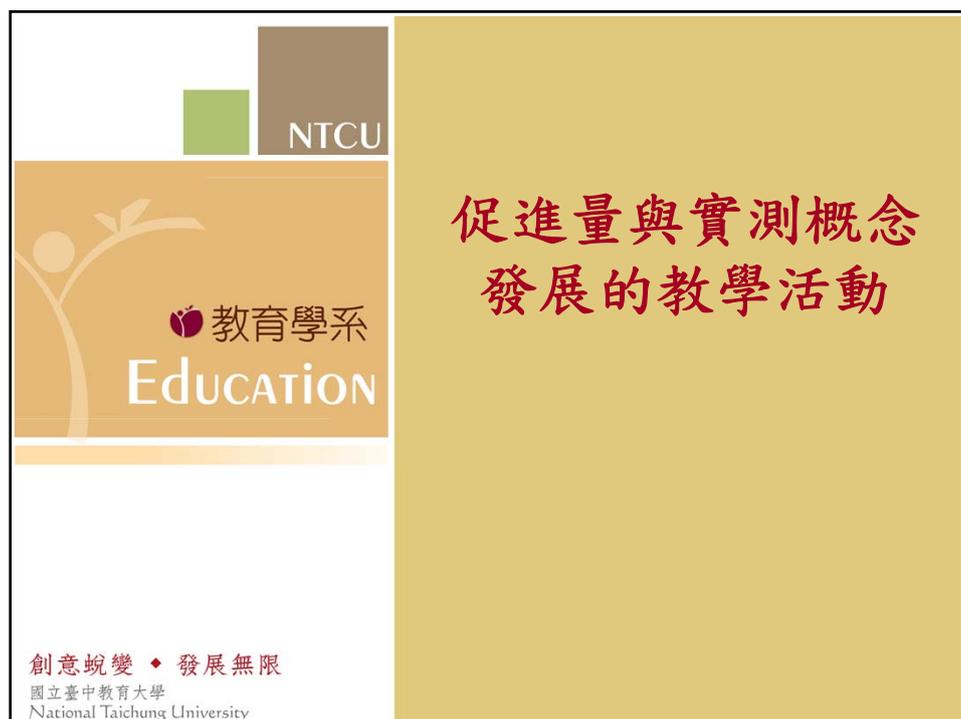
◆ 利用旋轉認識平角和周角的構成以及其角度，以及其與直角的關係（兩個直角構成平角、四個直角構成周角）

◆ 角的合成、分解與解題

量與實測概念的發展			Education NTCU
感官層次 (體驗與描述)	關係層次 (關係發展)	結構層次 (量化活動、關係結構)	
<ul style="list-style-type: none">• 某量的初步認識	<ul style="list-style-type: none">• 某量的直觀比較• 某量的直接比較• 某量的間接比較某量的個別單位比較與實測• 某量的普遍單位比較與實測	<ul style="list-style-type: none">• 某量的測量單位制度概念• 測量單位的關係與互換• 某量的測量公式概念(僅有面積與體積有此層次)	

量與實測概念的發展		Education NTCU
<ul style="list-style-type: none">• 直接經驗減少對量與實測概念發展的可能影響<ul style="list-style-type: none">◆ 電腦與科技產品伴隨現代的學童成長。◆ 虛擬的世界和真實世界的經驗對於學童的數學學習有什麼不同的影響？		

教育學系
Department of Education, NTCU

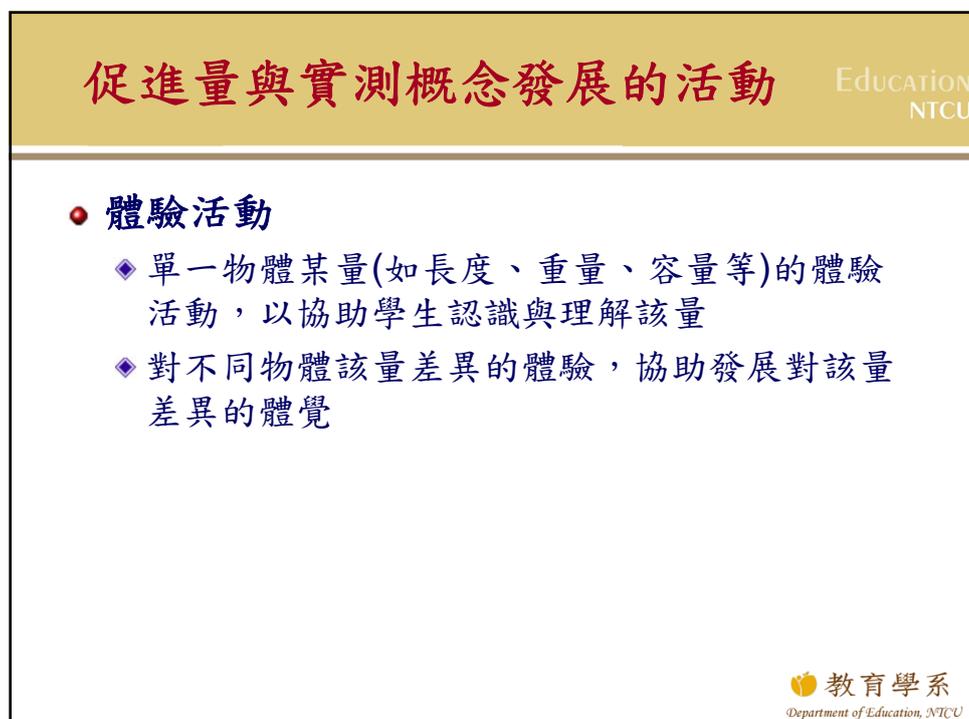


NTCU

教育學系
Education

促進量與實測概念
發展的教學活動

創意蛻變 ◆ 發展無限
國立臺中教育大學
National Taichung University



促進量與實測概念發展的活動 Education
NTCU

● **體驗活動**

- ◆ 單一物體某量(如長度、重量、容量等)的體驗活動，以協助學生認識與理解該量
- ◆ 對不同物體該量差異的體驗，協助發展對該量差異的體覺

教育學系
Department of Education, NTCU

促進量與實測概念發展的活動

Education
NTCU

● 比較活動

- ◆ 直接比較
- ◆ 量的保留活動：該量不會因為物體位移、形狀改變或分割而改變
- ◆ 間接比較
 - 利用與中介物比較（例如分別和特定的一本書的重量比較），透過遷移性關係分出輕重
- ◆ 個別單位比較

 教育學系
Department of Education, NTCU

促進量與實測概念發展的活動

Education
NTCU

● 比較活動

- ◆ 透過動態的系列活動引導學生覺察與辨別某量的內涵與性質
- ◆ 透過系列活動引導學生覺察活動歷程中的變與不變
 - 周長與面積 體驗與覺察
 - 複合形體的體積 體驗與覺察

促進量與實測概念發展的活動

Education
NTCU

● 測量活動(以重量為例)

◆ 普遍單位的測量

- 教學上需要引導學生將「天平現象」、「秤面現象」連結到重量的體驗和變化的經驗
- 也需要讓學生了解同一物體在同一類秤上的指針會指在同一刻度位置，在不同類秤上（例如1公斤秤、3公斤秤、體重計等），雖然刻度位置不同，但所代表的重量卻是一樣的

◆ 重量實測與工具結構理解

- 認識公制系統下的重量測量單位
- 以標準測量單位進行實測，
- 理解公制系統下不同測量單位間的互換關係

 教育學系
Department of Education, NTCU

促進量與實測概念發展的活動

Education
NTCU

● 測量活動(以重量為例)

◆ 普遍單位的測量

- 教學上需要引導學生將「天平現象」、「秤面現象」連結到重量的體驗和變化的經驗
- 也需要讓學生了解同一物體在同一類秤上的指針會指在同一刻度位置，在不同類秤上（例如1公斤秤、3公斤秤、體重計等），雖然刻度位置不同，但所代表的重量卻是一樣的

 教育學系
Department of Education, NTCU

協助學生發展量感的活動 -以重量量感為例

Education
NTCU

● 多重體驗活動

- ◆ 讓學生廣泛地接觸、體驗、連結生活中的不同物件，透過體感有意識地連結真實情境的現象與數量關係
- ◆ 引導學生用手掂、用手提，或放在肩上背背看，經驗不同重量的物體在手掂、手提、肩背時的感受
- ◆ 引導學生描述其體覺的差異。溝通需求下的描述將引發學生對體驗操作活動的省思

 教育學系
Department of Education, NTCU

協助學生發展量感的活動 -以重量量感為例

Education
NTCU

● 單位的意義與生活連結

- ◆ 認識重量普遍單位-公斤的教學，除了認識單位、累積單位、觀察單位的累積和秤的指針變化等活動之外，也應讓學生用自己的身體感受1公斤的重量
 - 感受生活中常見1公斤包裝的糖、鹽、米、黃豆等物品重量
- ◆ 鼓勵學生留意觀察生活中那些物體的重量大概是一公斤
- ◆ 透過生活中物體重量的標示、個人和物體接觸的體感、物體的數量與重量之間的連結，有助於學生建立參照，作為推估的基礎

 教育學系
Department of Education, NTCU

協助學生發展量感的活動 -以重量量感為例

Education
NTCU

● 單位的意義與生活連結

重量

生活中常見物品

1 Kg



協助學生發展量感的活動 -以重量量感為例

Education
NTCU

● 單位的意義與生活連結

重量

生活中常見物品

1 Kg



協助學生發展量感的活動 -以重量量感為例

Education
NTCU

● 發展參照與估測策略

- ◆ 協助學生理解常見物體的重量，並透過某物件與常見物體的重量比較活動，建立學生的參照，作為估測的基準
 - 結合估測和實測活動，引導學生連結體感經驗和生活中的物體重量，發展估測策略
- ◆ 引導學生留意觀察生活中不同物體的重量標示，協助學生發展參照，並靈活的選擇參照物來估測

教育學系
Department of Education, NTCU

協助學生發展量感的活動 -以容量量感為例

Education
NTCU

● 發展參照與估測策略

容（液）量

生活中常見物品

500 mL



協助學生發展量感的活動 -以容量量感為例

Education
NTCU

● 發展參照與估測策略

容(液)量

生活中常見物品

1 L
(1000 mL)



協助學生發展量感的活動 -以容量量感為例

Education
NTCU

● 發展參照與估測策略

容(液)量

生活中常見物品

2 L
(2000 mL)



協助學生發展量感的活動 -以容量量感為例

Education
NTCU

● 發展參照與估測策略

容(液)量

生活中常見物品

5 L
(5000 mL)



協助學生發展量感的活動 -以容量量感為例

Education
NTCU

● 發展參照與估測策略

- ◆ 馬來西亞的一家公司曾經推出「5公升大水桶珍珠奶茶」。
- ◆ 想想看，5公升的珍珠奶茶大概有多少？
 - <https://www.niusnews.com/=P0I3kv36>

協助學生發展量感的活動 -以容量量感為例

Education
NTCU

● 發展參照與估測策略

◆ 5公升大水桶珍珠奶茶



結語

量與實測的學習活動要點

Education
NTCU

- 強化體驗，引導覺察
- 結合生活，引發需求
- 建立連結，發展參照
- 引導反思，深化策略

敬請批評指教

謝謝！

