

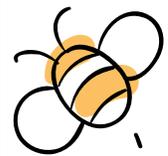


數學擬題實作

時間:114年3月4日

地點:數學教室305

講師:南投縣教育處黃雅蘭輔導員



1-數學擬題

重要性

- NCTM 與十二年國教數學領綱都強調擬題在提升數學學習和教學的重要性。數學領綱（教育部，2018，頁3）理念：「數學應提供每位學生有感的學習機會，教師於教學上需藉由鷹架作用加以啟導」，課程目標中也提到：「培養學生運用數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。」

擬題過程

- 連結數學知識和生活經驗，將抽象的數學概念轉化為具體的問題。

2-數學擬題

後設認知學習~

- 將現實生活中的問題或情境，轉化為數學問題進行解決的過程。
- 針對某一特定情境，我們可以用數學模型來描述、分析並找到最佳解決方案。
- 學生根據教師給定的條件創造新的數學問題，展現對數學概念的理解和應用。

3-1-擬題類型

問題構成擬題 (Silver, 1994)

- 從已知的數學問題或解決方案出發，要求學生創建一個新的相關問題。
- 從一道已經解決的問題，讓學生修改條件或引入新元素來創建新問題。

結構構成擬題 (Stoyanova & Ellerton, 1996)

- 強調數學概念或結構的應用。
- 學生需要根據某一數學結構（如方程式、幾何圖形等）創建相關的數學問題。
- 有助於學生更深入理解數學結構的本質和應用。

情境命名構成擬題 (Stoyanova & Ellerton, 1996)

- 從主題名稱來設計數學情境的題目。
- 數學情境、生活情境、現實情境，提供不同的擬題範例和應用場景。

模型構成擬題 (English, 1998)

- 重點在於數學建模。
- 根據某一現實情境建立數學模型，再從模型設計相關問題和求解方案。
- 根據交通流量、人口統計建立模型，提出相應的數學問題並進行分析和求解。

3-2日本學者 Tsubota (1987) 七個擬題方法

模仿法或類題法

學習某個問題後，做出和此同樣的題目。

算式法

提出一個公式，再做出適用此公式的問題。

原理法

給與四則算法和通分等原理，做出和此相對的題目。

訂正法

老師出一個題目，其中故意漏掉必要的條件，或是給予其他不必要的條件，或做出矛盾而訂正的方法。

實驗法

實驗或以具體東西的操作，再以此現象為根基做出問題。

自由法

以自由的題材，做成自由型式的问题。

題材法

給定題材來做問題。

4-1 問題構成擬題

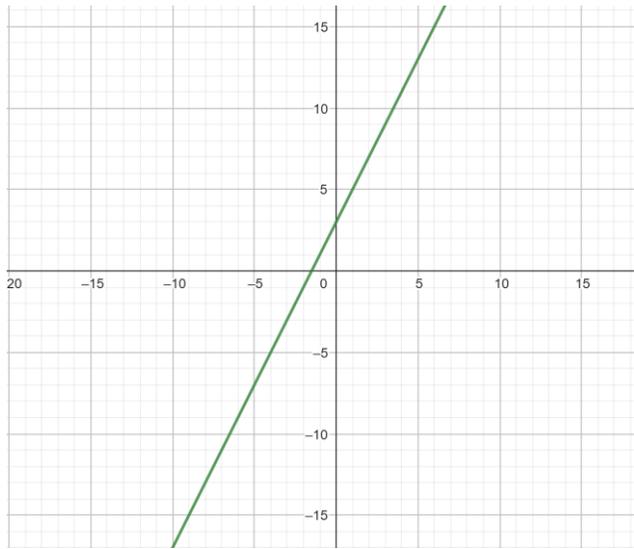
- 原始問題：
- 計算一個長方形的面積，長度為8公分，寬度為6公分，請問長方形面積為多少平方公分？



- 修改後問題：
- 如果長與寬長度為原來的2倍，請問新的長方形面積是多少平方公分？是原來面積的幾倍？

4-2結構構成擬題

- 給定結構：
- 直線方程式 $y=2x+3$ 。



- 擬題：
- 直線方程式 $y=2x+3$ ，請根據此方程式找出當 $x=-1$ 、 $x=0$ 、 $x=2$ 時的 y 值。

x	-1	0	2
y			

4-3情境命名構成擬題

- 真實情境：
- 購物情境。



- 擬題：
- 小明去超市購物，購買了3瓶牛奶，每瓶15元，2袋米果，每袋30元，和4罐養樂多，每個8元。請問小明總共花費多少錢？

5-1 擬題與解題的關係

1

擬題與 Polya 解題四階段的對照

擬題和解題的步驟密切相關，擬題的過程可以訓練學生的解題策略。

2

擬題-解題循環模式

通過擬題和解題的循環，可以加深對數學概念的理解和應用。

3

研究發現：擬題能力與解題能力的正相關

擬題能力有助於提升解題能力，反之亦然，兩者相輔相成。

擬題與 Polya 解題四階段的對照

數學擬題類型	Polya解題四階段	對照分析
問題構成擬題	理解問題	確定 <u>原始問題的已知條件和要求</u> 設計新的相關問題制定計劃。
	制定計畫	根據問題特性，選擇 <u>改變條件或引入新元素</u> 執行計劃。
	執行計畫	<u>執行修改問題的步驟</u> ，確保新的問題符合要求回顧。
	反思	<u>檢查新問題的合理性</u> ，反思修改過程。

擬題與 Polya 解題四階段的對照

數學擬題類型	Polya解題四階段	對照分析
結構構成擬題	理解問題	確定所需使用的 <u>數學結構或概念</u> 。
	制定計畫	設計基於特定數學結構的問題， <u>選擇相關方法</u> 。
	執行計畫	根據數學結構 <u>執行設計步驟</u> ， <u>創建相關問題</u> 。
	反思	檢查所設計問題的合理性， <u>反思使用的數學結構</u> 。

擬題與 Polya 解題四階段的對照

數學擬題類型

Polya解題四階段

對照分析

情境命名構成 擬題	理解問題	確定 <u>真實或虛擬情境</u> ，弄清情境中涉及的數學概念。
	制定計畫	根據 <u>情境設計相關數學問題</u> ，選擇適當的應用方法
	執行計畫	根據情境進行問題設計， <u>確保問題符合實際情境</u> 。
	反思	檢查問題是否與情境相符，反思設計過程

擬題與 Polya 解題四階段的對照

數學擬題類型	Polya解題四階段	對照分析
模型構成擬題	理解問題	根據交通流量、人口統計建立數學模型。
	制定計畫	從模型議題特性，提出相應的數學問題與計畫。
	執行計畫	根據相對應的數學問題進行分析和求解。
	反思	檢查模型建構的合理性，反思修改過程。

擬題教學策略



使用多樣化的擬題條件

包含算式、圖表、文字等，讓學生從不同角度思考數學問題。



結合生活情境，增加學習動機

讓學生感受到數學與生活息息相關，激發他們的學習興趣。



鼓勵學生分享和討論所擬題目

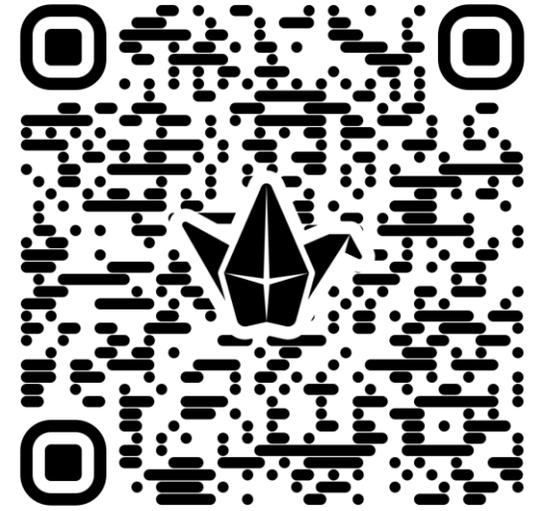
激發學生的思考，促進相互學習和理解。



引導學生評鑑和修改題目

提升學生的批判性思考能力，提高擬題的品質。

擬題做做看



教師布題:請用這個算式「 $8 \times 6 - 9 \div 3 + 5$ 」來設計題目。

參考學習內容與學習表現

換組分析題意與修正題目

我們的解題策略

請從題幹、邏輯、審題、解題策略與分享予以評分。

擬題實作後的反思。

擬題在師資培育中的應用

1

培養教師觀察學生數學思考的能力

2

通過擬題，教師可以深入了解學生的思維模式，並根據學生的需求調整教學策略。

3

提升未來教師的數學教學設計能力

4

擬題可以幫助教師設計更有效的數學教學活動，提高學生的學習效率和興趣。

5

發展診斷性評量的技巧

6

通過分析學生的擬題，教師可以了解學生的學習狀況，並設計有效的評量工具。

7

增進對學生學習困難的理解

參考文獻

- 黃佩岑, & 陳斐卿. (2020). 國小學生數學自由擬題困難之初探. 弘光學報, (85), 59-80.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Stovanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into student's problem posing in school mathematics. In R. B. Corwin, (Ed.), *Talking mathematics: Supporting children's voices*. Portsmouth, NH.
- Tsubota, E. (1987). *On children's problem posing (grade 1 to 3)*. Japan.



請多指教!

