

114 學年度數學教學演示競賽活動

教案設計格式範例

壹、設計理念

1. 素養導向布題

本單元在布題設計上，以學生熟悉且貼近生活的情境作為學習起點，將抽象的數學概念轉化為具體、可感知的問題情境。例如透過動物繫繩活動範圍、射箭靶紙等情境，引導學生思考圓與扇形在真實世界中的應用，讓學生理解數學並非僅存在於課本與公式中，而是能用來解釋與解決生活中的問題。

在素養導向的問題設計中，教師刻意降低單純套用公式的比例，轉而強調情境理解、條件判讀與策略選擇。學生需先分析問題中已知與未知的資訊，判斷圖形關係與限制條件，再選擇合適的方法進行計算與推論，藉此培養其問題分析、整合資訊與解決問題的能力，落實以「理解」為核心的數學學習。

2. 以探究與實作為本的教學設計

本課程以探究與實作為核心教學取向，透過情境布題貫穿整體教學流程，讓學生在解決問題的過程中逐步建構數學概念。課堂中，學生需在小組合作的情境下進行觀察、推論、操作與討論，透過不斷嘗試與修正，完成學習任務並深理解。

教師在教學中扮演引導者與提問者的角色，透過層次化的提問引發學生思考關鍵概念，如繩子長度與活動範圍之間的關係、圓心與半徑的判定、圖形切割與拼湊後的變化等，而非直接提供解題步驟或標準答案。藉由這樣的教學設計，學生得以在主動探索與思辨中建構知識，培養獨立思考與數學推理的能力。

3. 藉由具體操作建構出抽象概念

課程中運用多樣且貼近生活的操作媒材，如平方公分板、圓形紙卡、瓦楞板、圖釘、強力磁體與麻繩等，讓學生透過實際動手操作與觀察，探索繩子長度與動物可活動（或可吃草）面積之間的關係。學生在操作過程中，能清楚感受到活動範圍隨條件改變而產生的形狀與面積變化，降低抽象概念帶來的學習負擔。

在學生建立初步直觀理解後，教師再引導學生將操作經驗轉化為數學語言與符號表徵，例如判斷活動範圍為整個圓、部分圓或扇形，並進一步進行列式計算與面積估算。透過這樣由具體到抽象的學習歷程，協助學生建構穩固的數學概念，並理解公式背後的意義，而非僅記憶計算方式。

4. 異質小組合作

本課程採異質性分組方式，將不同學習能力與特質的學生安排在同一小組中，並依據情境布題的難易與深度，設計適合小組共同完成的學習任務。學生

在合作過程中需分工討論、互相說明與協助，透過同儕互動促進思考澄清與概念深化，培養邏輯思考、溝通表達與團隊合作能力。

在評量設計上，課程採多元且歷程導向的方式進行，包含口頭表達、實作表現、小組討論與互評等形式，教師亦透過行間觀察了解學生的學習歷程與思考變化。這樣的評量方式不僅關注學生的最終答案，更重視其思考過程與學習表現，使評量成為促進學習的一部分，而非僅作為結果檢核的工具。

貳、教學分析

一、教材分析

以下為本教案所選之單元與其它單元間的聯繫（先備經驗）：

年級	單元	內容
五年級	多邊形與扇形	1.認識扇形及其構成要素。 2.圓心角及「幾分之幾圓」的換算。 3.繪製指定圓心角的扇形。
五年級	面積	1.平行四邊形、三角形和梯形的面積公式與計算。 2.平行四邊形、三角形和梯形的複合圖形面積。
六年級	圓周長與扇形周長	1.認識圓周率，並了解圓周率的意義。 2.理解並應用公式計算圓周長與扇形周長。 3.求複合圖形的周長。
六年級	圓面積與扇形面積	1.圓和扇形面積公式。 2.圓和扇形面積計算。 3.複合圖形面積計算與應用。

二、學生分析

本節課為單元第七節，學生已累積相當完整的面積概念與圖形操作經驗。在先前學習中，學生能理解並說明各類基本平面圖形面積公式的意義，具備將複合圖形分解、重組並正確計算面積的能力；同時也能透過平方公分板進行不規則圖形的面積估算，顯示其對「面積量感」已有初步建立。

在圓與扇形的學習方面，學生已能辨識圓的基本構成要素，理解圓周率的意義，並透過實際操作活動建構圓面積公式，進而運用圓心角比例計算扇形面積。整體而言，學生不僅具備公式運算能力，也能在生活情境中嘗試應用所學概念解決問題。然而，部分學生在面對情境較為複雜、需同時判斷圖形種類與

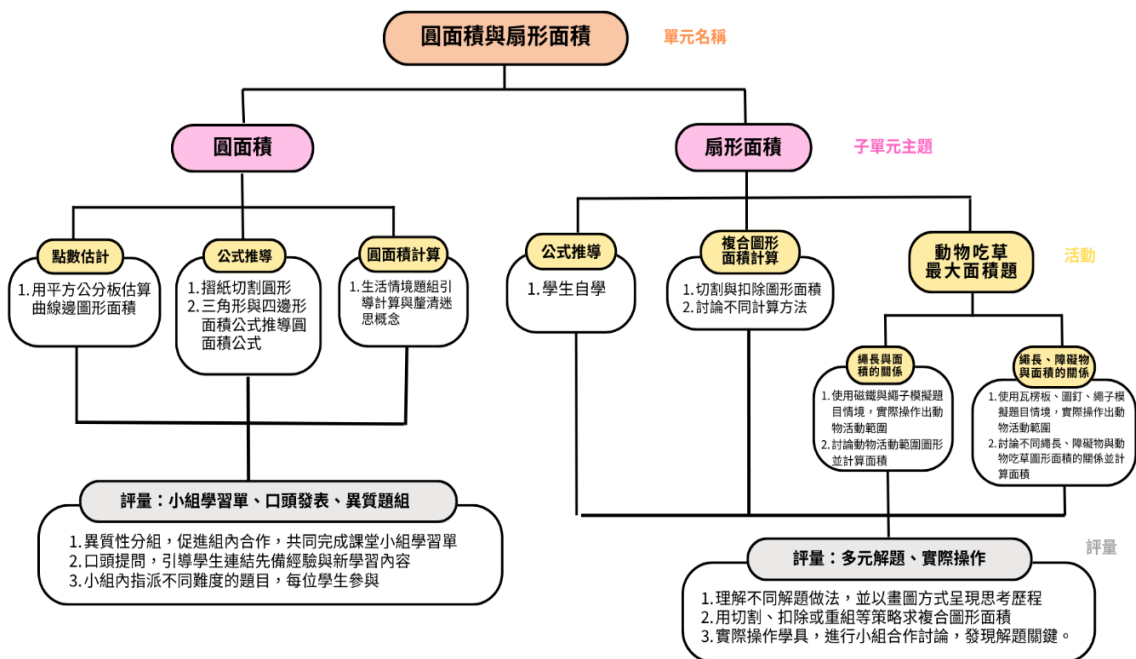
面積變化的問題時，仍需透過討論與操作來釐清概念，因此本節課適合透過情境引導與實作活動，協助學生深理解與應用。

三、教學方法分析

本節課採取素養導向與探究式教學策略，以貼近生活的動物園情境作為問題起點，降低學生理解門檻，提升學習動機。教學歷程中，教師不直接給予解題步驟，而是透過提問與引導，讓學生主動判斷活動範圍的圖形類型，並思考障礙物對面積造成的影響，促進概念連結與高層次思考。

課程同時強調動手操作與小組討論，讓學生透過實際繪圖、使用圓規與教具，觀察繩長與活動範圍之間的關係，將抽象的圓面積與扇形面積概念具體化。此外，透過延伸問題的設計，引導學生比較不同條件下的面積變化，培養其推理能力與問題解決能力。整體教學方法兼顧概念理解、操作體驗與生活應用，有助於學生將數學知識轉化為可運用的能力。

四、課程概念架構圖



參、教學活動設計

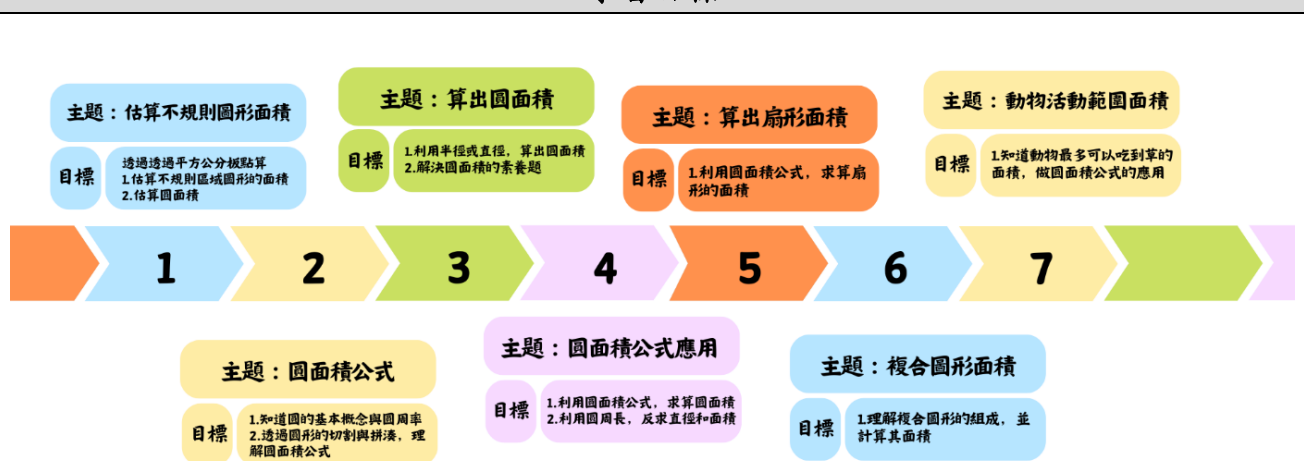
領域/科目	數學領域		
實施年級	六年級	教學節次	本單元共 7 節，本教案為第 7 節，40 分鐘。
單元名稱	馬不停蹄，面積有解		
設計依據			
學習重點	學習表現	s-III-2 認識圓周率的意義，理解圓面積、圓周長、扇形面積與弧長之計算方式。	核心素養
	學習內容	S-6-3 圓周率、圓周長、圓面積、扇形面積：用分割說明圓面積公式。求扇形弧長與面積。知道以下三個比相等：(1) 圓心角：360；(2) 扇形弧長：圓周長；(3) 扇形面積：圓面積，但應用問題只處理用 (1) 求弧長或面積。	
議題融入	實質內涵	無	
	所融入之學習重點	無	
與其他領域/科目的連結	無		
教材來源	數學康軒版第 11 冊、自編		
教學設備/資源	教(學)具：圓形紙卡、剪刀、膠水、白板、白板筆、自製教具 教材：自製簡報、小組學習單		
教學研究			
名詞解釋：			

名詞	定義解釋
圓	平面上和一固定點等距離的所有點形成的圖形稱為圓。前述固定點稱為圓心，以圓心和圓上一點相連的線段稱為半徑，前述距離稱為半徑長，亦簡稱為半徑。
圓周、圓盤	圓以及其內部的所有點(與圓心之距離小於等於半徑的點)，稱為圓盤；前述之圓則為圓盤的周界，故又稱為圓周。圓可以指圓周或圓盤，須由前後文決定為何者。
弦、直徑	圓周上任兩相異點的相連線段。包含圓心的弦稱為直徑，直徑長亦簡稱為直徑。
圓周率	圓周長與直徑之比值成為圓周率，常用的近似值為 3.14。
扇形	圓的兩半徑和一弧所圍成的圖形。
圓心角	以圓心為頂點兩半徑為邊所組成的角。

動詞概念：

動詞	定義解釋
理解	對數學概念內涵、結構與關係的掌握與統整。
操作	透過具體行動以探索、建構或驗證數學概念的歷程。
比較	對兩個或多個數量或數值進行大小或多寡的關係判斷。
列式	把文字敘述或情境，寫成包含數字和運算符號的算式。
計算	依數學規則進行符號化運作以求得結果的過程。

學習目標



第一節：估算不規則圖形面積

核心目標：理解不規則圖形面積可透過估算方式求得。

具體目標：

- 理解並說明長方形、平行四邊形、三角形、梯形面積公式的意義。
- 理解平方公分板點算的原理，估算不規則區域圖形的面積。

- 理解並估算圓的面積，作為後續圓面積學習的基礎。
- 運用已學過的圖形面積公式，進行不規則圖形面積的估算。

第二節：理解圓面積公式

核心目標：理解圓面積公式的由來與意義。

具體目標：

- 理解圓的基本構成要素（圓心、半徑、直徑）與圓周率的概念。
- 透過操作、切割與拼湊活動，理解圓面積公式的形成過程。

第三節：算出圓面積

核心目標：能運用圓面積公式正確計算圓的面積。

具體目標：

- 運用半徑計算圓的面積。
- 運用直徑推得半徑，並計算圓的面積。
- 運用圓面積公式，解決與圓面積相關的素養導向問題。

第四節：圓面積公式應用

核心目標：能靈活運用圓面積與圓周長公式，解決相關問題。

具體目標：

- 運用同心圓的半徑資料，計算各圓的面積。
- 運用圓周長公式，推算圓的直徑。
- 運用圓周長與圓面積公式，計算圓的面積。

第五節：算出扇形面積

核心目標：理解扇形與整個圓的關係，並能運用圓面積公式計算扇形面積。

具體目標：

- 利用圓面積計算扇形的面積。
- 根據圓心角判斷扇形占整個圓的幾分之幾，並計算其面積。
- 理解「圓心角為 360° 」與「扇形面積占圓面積比例」之間的關係。

第六節：複合圖形面積

核心目標：能分析複合圖形結構，並計算其面積。

具體目標：

- 理解複合圖形的組成方式，辨識可分解的基本圖形。
- 運用圓、扇形及已學圖形的面積公式，計算複合圖形的面積。

第七節：動物活動範圍面積

核心目標：運用圓與扇形面積概念，解決生活情境中的實際問題。

具體目標：

- 運用圓面積公式，計算動物活動範圍的面積。
- 運用圓與扇形面積概念，計算動物可吃到草的最大面積，解決生活中的素養問題。

教學活動設計

教學活動內容及實施方式	時間	備註
-------------	----	----

本教學活動是此單元之第七節課，在先前的教學活動結束後，學生具備下的數學概念和能力：

1. **面積估算與公式理解**：能夠以估算方式求得不規則圖形的面積，並能說明長方形、平行四邊形、三角形、梯形的面積公式意義。
2. **圖形分解與組合**：理解複合圖形的結構，能分辨並分解為基本圖形，運用各種面積公式計算複合圖形的面積。
3. **平方公分板應用**：掌握以平方公分板點算原理，估算不規則區域的面積。
4. **圓面積概念與公式**：理解圓的基本構成要素（圓心、半徑、直徑）及圓周率的意義，並能操作、切割與拼湊活動，探究圓面積公式的由來與形成過程。
5. **圓與扇形面積計算**：能運用圓面積公式計算圓的面積，並進一步利用圓面積計算扇形的面積，理解圓心角與扇形面積比例的關係。
6. **公式靈活應用**：能靈活運用圓面積、圓周長等公式，推算直徑、計算同心圓面積，並解決生活情境中的相關問題。
7. **素養導向問題解決**：具備運用所學圖形面積知識，解決與實際生活情境相關的問題，如動物活動範圍、草地面積等。

本節課教學重點說明：

本節課的教學重點圍繞「圓面積公式的應用」展開，透過動物園三隻矮種馬的情境，引導學生認識不同活動範圍圖形（圓形、圓的扇形），並進一步探討馬廄（長方形障礙物）如何影響馬匹的活動空間。課程由教師提問與學生討論互動展開，強調學生動手操作（使用圓規與教具），並藉由繩長變化，觀察活動範圍面積的變化，讓學生理解圓心、半徑的意義及其與活動範圍的關係。

活動特色：

1. 連結生活情境，讓學生從動物園馬匹活動空間的故事切入數學問題。
2. 引導學生判斷不同情境下活動範圍的圖形（圓形或圓的扇形），並討論被障礙物阻擋時的面積變化。
3. 運用圓面積、扇形面積計算公式，讓學生練習列式與計算，並討論如何讓活動空間最大化。
4. 鼓勵學生動手繪圖、操作與小組討論，培養空間想像與數學應用能力。
5. 設計延伸問題，讓學生思考繩長改變、障礙物位置變化等對活動面積的影響，提升解決問題與推理能力。

第七節開始

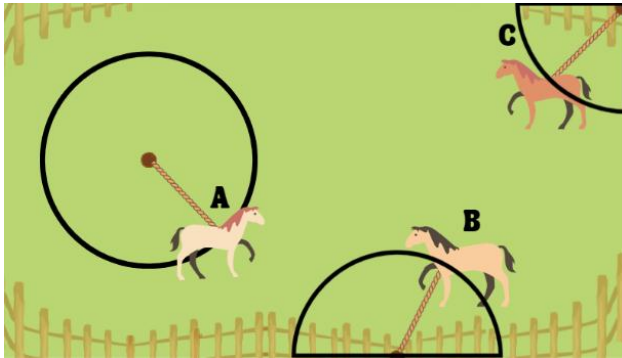
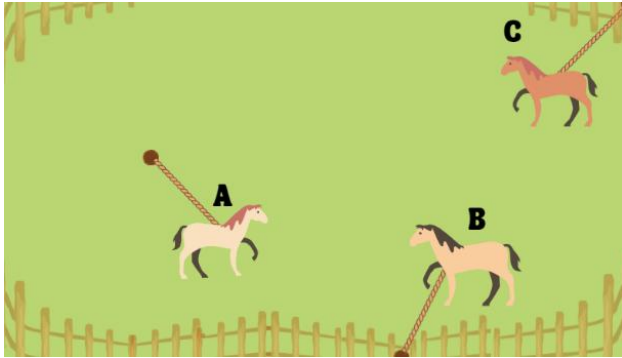
一、引起動機

【接續情境】

教師提問：今天我們要接續上節課的主題，是什麼？

學生擬答：動物園！

教師說明：上次說到動物園裡有三隻矮種馬，牠們很常打架，所以管理員把牠們分開綁起來了。



教師提問：管理員用一樣長的繩子綁牠們綁起來了，我們可以畫出他們的活動範圍分別是什麼圖形？

學生擬答：A 圓形、B $\frac{1}{2}$ 圓的扇形、C $\frac{1}{4}$ 圓的扇形

教師提問：如果每一條繩長都是 2 公尺，誰可以活動的面積最大？

學生擬答：A。

教師提問：很好，這些面積分別該怎麼計算（列式即可）？

學生擬答：

$$A : 2 \times 2 \times 3.14$$

$$B : 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{2}$$

5min

複習內容：

1. 理解動物最大活動空間的形狀。
2. 圓面積與扇形面積的應用。

評量方式：

口頭評量

實作評量

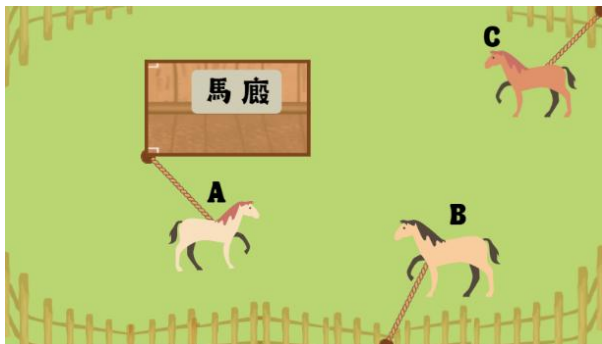
紙筆評量

學習輔助教材：

小組任務單、圓規、圖釘、瓦楞板、棉繩、大白板

$$C : 2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$$

【新情境布題】



動物園決定在矮種馬區蓋一座馬廄，讓矮種馬下班時能休息。馬廄會不會影響某些矮種馬的活動範圍呢？

教師提問：請問矮種馬的活動空間是否會受到影響？

學生擬答：是。

教師提問：你們覺得誰會被影響？

學生擬答：A。

教師提問：為什麼？

學生可能的想法：因為這樣A就不能繞完整的圓（被擋住）。

二、發展活動

【圓面積公式的應用】

教師說明：各組可以運用圓規和老師發下的教具，操作並在任務單上畫出矮種馬可以活動的空間範圍，並記錄完成表格。

馬廄長：___公尺、寬：___公尺			
繩長(公尺)	圖形 1	圖形 2	圖形 3
4			

已知馬廄是一個長10公尺，寬8公尺的長方形，如果綁完矮種馬後的繩子長4公尺，則矮種馬A的活動面積大約是多少平方公尺？

繩長 4 公尺

27mi
n



學生可能遇到的困難：哪裡當圓心？哪裡當半徑？圓要畫多大？

教師提示與引導：操作並想想看，牠可以活動的最大空間是什麼形狀？找找看固定不動的點在哪裡？它就是圓的什麼？馬廄是否阻擋了牠可以活動的範圍？

教師提問：你們畫出什麼圖形？

學生擬答： $\frac{3}{4}$ 圓的扇形。

教師提問：這是牠可以活動的最大範圍嗎？你怎麼知道？

學生擬答：因為被長方形馬廄的直角擋住，也就是被擋住 $\frac{1}{4}$ 圓，

所以剩 $\frac{3}{4}$ 圓。

教師布題 1

已知馬廄是一個長 10 公尺，寬 8 公尺的長方形，如果矮種馬的繩子長 4 公尺，則矮種馬 A 的活動面積大約是多少平方公尺？

教師提問：根據小組畫的圖與討論，這題該怎麼列式？

（各組寫在表格上紀錄）

學生擬答： $4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$

馬廄長： <u>10</u> 公尺、寬： <u>8</u> 公尺			
繩長	圖形 1	圖形 2	圖形 3
4m	$4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	X	X

【延伸討論】

教師提問：如果我們把固定矮種馬的點當作圓心，繩子的長度就是？

學生擬答：半徑。

教師提問：有什麼方法可以增加矮種馬的活動空間？

學生可能的想法與回答：換位置、把馬廄移開、把圍欄變大、換方向綁...等等。

教師引導：如果把繩子變長，活動範圍會怎麼樣？

學生擬答：變大。

開放式提問：不限定答案，先讓學生自由發想。

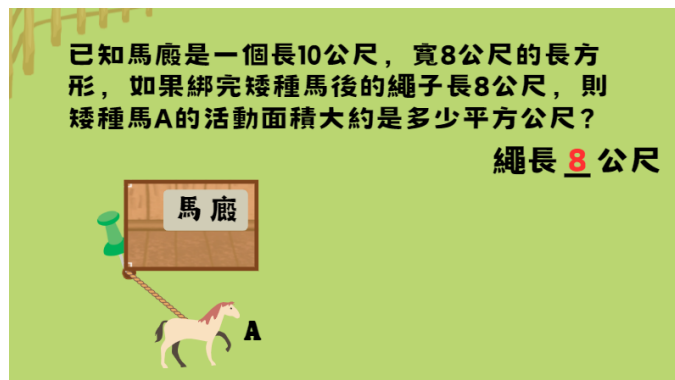
教師提問：你怎麼知道？

學生擬答：因為繩子繞的範圍變大了。

【繩長加長布題】

教師布題 2

教師說明：根據我們剛剛的討論，如果今天繩長變成 8 公尺，則矮種馬 A 的活動面積會是多少平方公尺。請各組先操作並在任務單上的第二題畫畫看，



教師提問：請問你們畫出來的圖形跟第一題一樣嗎？

請把你們的結果記錄在表格上。

馬廄長： <u>10</u> 公尺、寬： <u>8</u> 公尺			
繩長	圖形 1	圖形 2	圖形 3
4m	$4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	X	X
8m	$8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	X	X

教師布題 3

馬廄的大小不變，如果綁完矮種馬後的繩子長 10 公尺，則矮種馬 A 的活動面積大約是多少平方公尺？各組討論出正確的畫法並在任務單上列式。

教師提問：請問你們畫出來的圖形跟前兩題一樣嗎？

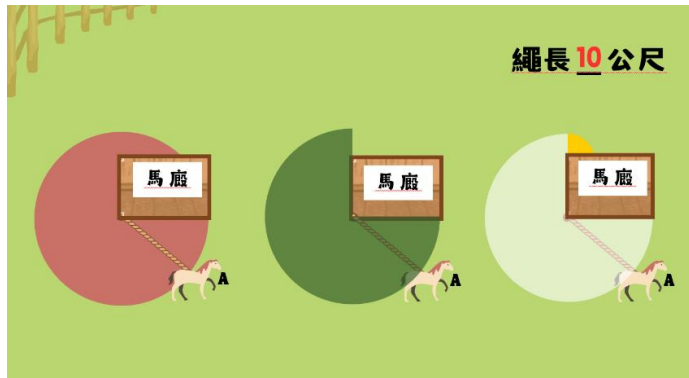
請把你們的結果記錄在表格上。

學生可能的回答 1：一樣（直接用圓規畫完整的圓，把活動範圍一樣當成 $\frac{3}{4}$ 圓）

學生可能的回答 2：不一樣（用圓規畫，知道有多出一塊，但不知道是什麼形狀）

實作評量：學生經由操作發現不同繩長下，遇到障礙物時，矮種馬的活動範圍圖形會如何變化。

學生可能的回答 3：不一樣（用繩子繞，發現遇到轉彎處會多出一塊 $\frac{1}{4}$ 圓的扇形）



教師說明：我們討論看看哪一種畫法才是合理且正確的，讓矮種馬 A 的活動範圍可以最大。
先不公布正確答案，聆聽各組的畫法和想法分享，給學生修改的機會再記錄在表格上。

馬廄長： <u>10</u> 公尺、寬： <u>8</u> 公尺			
繩長	圖形 1	圖形 2	圖形 3
4m	$4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	X	X
8m	$8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	X	X
10m	$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	$2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$	X

教師布題（挑戰題）

馬廄的大小不變，如果綁完矮種馬後的繩子長 12 公尺，則矮種馬 A 的活動面積大約是多少平方公尺？

教師說明：請各組根據剛剛前面的方法，試著將馬廄畫在大白板上，並在表格上記錄列式。

馬廄長： <u>10</u> 公尺、寬： <u>8</u> 公尺			
繩長	圖形 1	圖形 2	圖形 3
4m	$4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	X	X
8m	$8 \times 8 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	X	X
10m	$10 \times 10 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$	$2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$	X

12m

$$12 \times 12 \times 3.14 \times \frac{3}{4}$$

$$4 \times 4 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$$

$$2 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4}$$

教師提問：回顧今天課堂中不同繩子長度的情境題，說說看你們觀察到繩子長度和動物活動面積之間有什麼關係？

學生擬答 1：當繩子的長度小於或等於障礙物（如馬廄或牛舍）的長或寬時，動物的活動範圍會受到限制，形成部分圓形，例如四分之三圓的活動面積。

學生擬答 2：當繩子的長度大於障礙物的長或寬時，活動時需要轉彎，轉彎處可以視為新的圓心，活動範圍會多出一塊四分之一圓，使整體活動面積變大。

教師小結：因此，我們可以發現，繩子的長度與活動空間的限制會影響活動範圍的形狀與大小，活動面積可能是完整的圓，也可能是圓的部分（如扇形或部分圓），需要依實際情境判斷並計算。

8 min

三、綜合活動

【教師小結】

教師提問：從剛才的兩題和課本上的題目中，我們可以得知什麼？如果繩子的長度不一樣，動物活動的面積會有什麼變化？

學生擬答：面積也會不一樣。

教師提問：那繩子越長，動物可以活動的面積會怎麼樣？

學生擬答：可以活動的面積越大。

教師提問：如果繩子的長度比馬廄或牛舍的邊還要長，活動時會發生什麼情況？

學生擬答：會轉彎。

教師提問：那要怎麼轉彎呢？

學生擬答：把轉彎的點當作圓心。

教師提問：這樣會產生什麼樣的圖形？

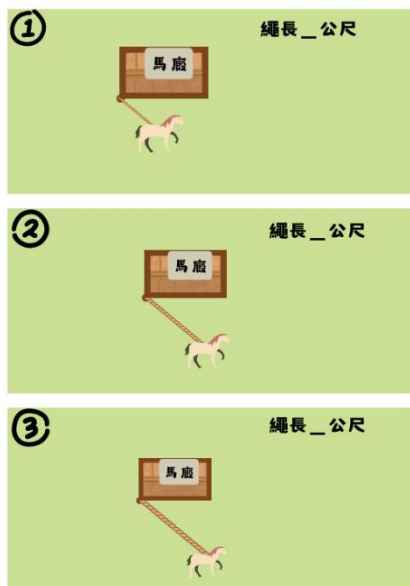
學生擬答： $\frac{1}{4}$ 的扇形。

教師提問：那如果繩子再變更長呢？我們來挑戰看看囉

第七節結束

附錄：

一、小組任務單



二、教學簡報：<https://www.canva.com/design/DAG5B7XexLs/TG-zbW6jdVjF-aaGQbV4hQ/edit>

肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
運用圓面積公式，計算動物活動範圍的面積。	口頭評量、實作評量	教師於課堂中透過提問，引導學生說明活動範圍為何形成圓形或扇形，並觀察學生是否能正確指出半徑、圓心與列出計算式；實作評量則透過繪圖與操作教具，檢核學生對圓面積公式的理解與應用。
運用圓與扇形面積概念，計算動物可吃到草的最大面積，解決生活中的素養問題。	實作評量	以情境任務方式進行，要求學生在實際問題中判斷圖形類型、選擇合適公式並完成計算，並透過小組討論與成果分享，評量學生整合資訊、推理判斷與解決問題的能力。