

113 學年度數學教學演示競賽活動

教案設計

壹、設計理念

三次函數的圖形有四種，在設計課程的主要目標就是希望學生可以再給予三次函數時可以馬上想到圖形的走向。教材 MyViewBoard 製作簡報和學生互動，在課程中會不斷地用圖片加強學生對圖形的感受，也利用 GGB 的滑桿技巧讓學生更清楚三次函數係數的改變是如何去改變圖形的走向，使學生有感的學習。

貳、教學分析

一、教材分析

回顧先前的二次函數圖形及特性以及點對稱和線對稱，來幫助觀察三次函數圖形的特性，接下來先討論只有 $y = ax^3$ 圖形特徵再討論 $y = ax^3 + px$ 的圖形特徵，觀察完圖形特徵可以利用 GGB 的滑桿，學生可以查圖形在怎麼樣的情況下改變。

二、學生分析

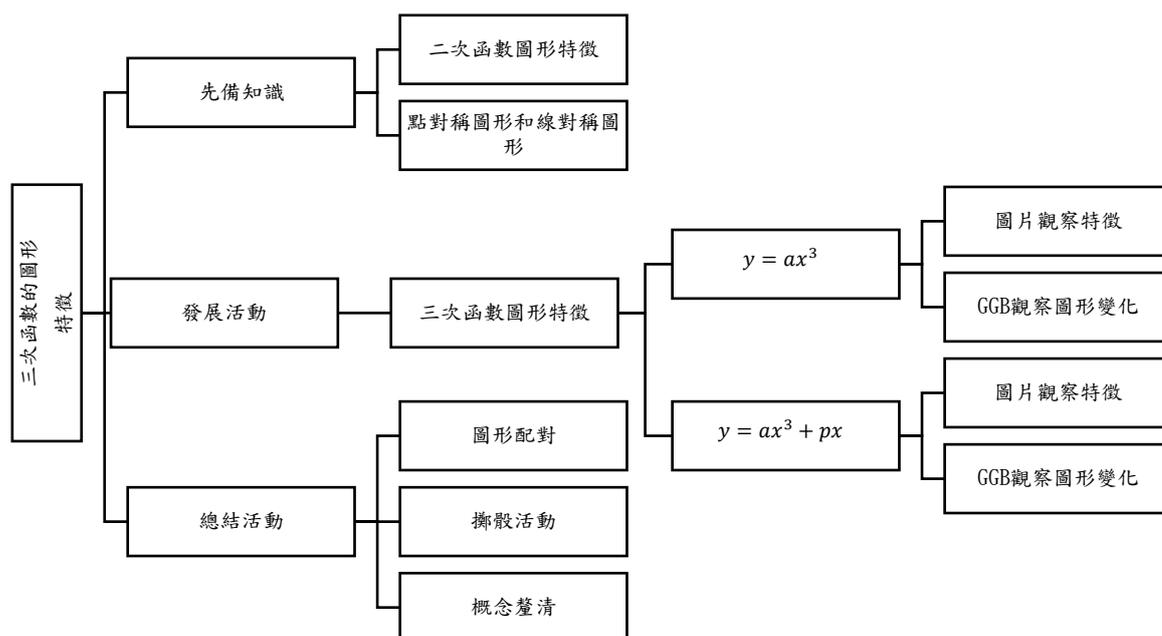
成績中等，且班級學生願意回答。

三、教學方法分析

講述法和電腦輔助教學

四、課程概念架構圖

指標/單元名稱/活動/策略/評量方式（可依上列項目自行繪製概念架構圖）



參、教學活動設計

單元名稱	多項式函數的圖形與多項式不等式	適用年級	十年級		
課程名稱	三次函數的圖形特徵	教學時間	50 分鐘		
教材版本	翰林				
教學準備	大屏、電腦、平板				
能力指標/學習表現	分年細目/學習內容			單元教學目標	
f-V-2 認識多項式函數的圖形特徵，理解其特徵的意義，認識以多項式函數為數學模型的關係或現象，並能用以溝通和解決問題。	F-10-2 三次函數的圖形特徵：二次、三次函數圖形的對稱性，兩者圖形的大域（global）特徵由最高次項決定，而局部（local）則近似一條直線。			觀察三次函數($y = ax^3 + px$)，分析並描述圖形的特性。	
單元教學目標	教學內容			時間	評量方式
先備知識 喚起二次函數的回憶，觀察三次函數圖形特徵時，可以	先備知識 1. 函數 ◇ 什麼是函數？ ◇ 一次函數、二次函數、三是函數可以怎麼表示？ 2. 喚起學生二次函數回憶 ◇ 圖形特徵(開口朝上朝下、圖形開口大小的			1 分 鐘 2	

從二次函數的經驗觀察。知道點對稱圖形，也可以幫助了解三次函數圖形特性。

判斷)

- ◇ 圖形的頂點
- ◇ 圖形的線對稱性

3. 點對稱圖形

- ◇ 點對稱圖形定義
- ◇ 利用圖形的旋轉加深印象

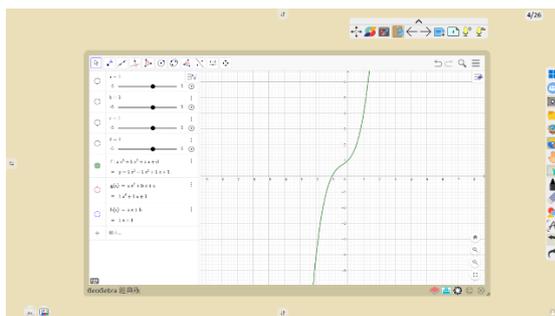


複製圖形旋轉 180 度可以發現，圖形並未改變。

發展活動

1. 在 GGB 中列出 $y = ax + b$ 和 $y = ax^2 + bx + c$ 和 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形。可以發現未知數越多時變數越多，當變數越多時就越看不出圖形的規則。

可以拖曳滑桿，感受 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形，也同時可以發現拖曳 b 、 c 、 d 時會說不出圖形字怎麼改變的，所以我們就從 $y = ax^3$ 開始討論。



2. $y = ax^3 (a > 0)$

發展活動

學生能了解圖形式利用許多點連線而成。

分鐘

1 分鐘

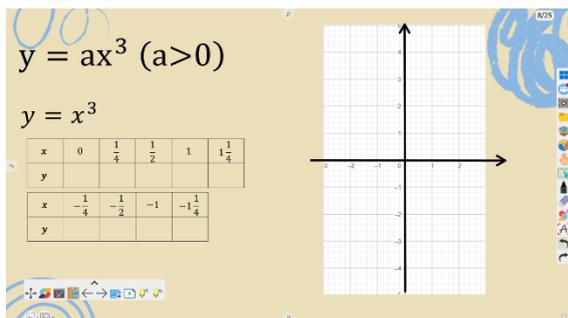
4 分鐘

7 分鐘

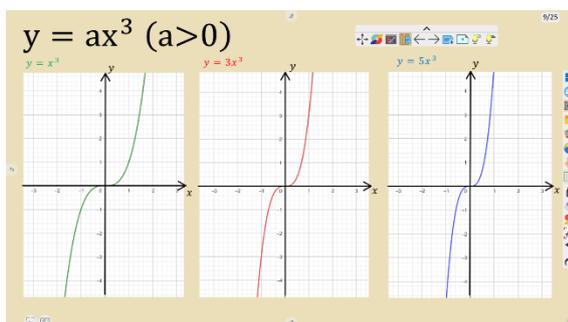
可以請同學上台旋轉此圖形(若使用 MyViewBoard 教學)

說明原因是為了幫助接下來在第 2 點開始的活動能有好的銜接。

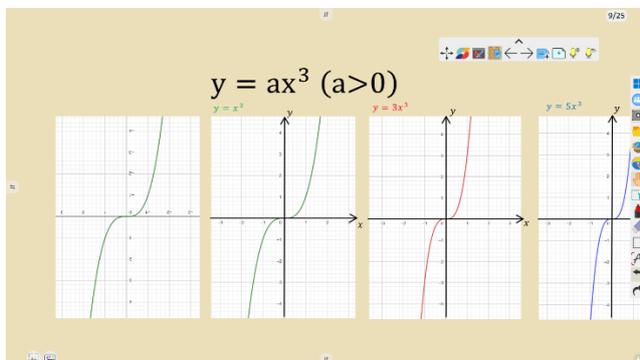
第 2 至 3 點，學生能透過圖形，觀察特徵。



運用圖形觀察每個圖形的特性，在第一次做三次函數圖形時，會給學生用畫出點的方式，畫出 $y = ax^3$ 的圖，使學生了解圖形是無限多的點連起來的。



在此圖形中觀察點對稱圖形時，也會將圖形進行 180 度的翻轉。讓學生能了解三次函數是一個點對稱圖形。(如下左一圖和左二圖)



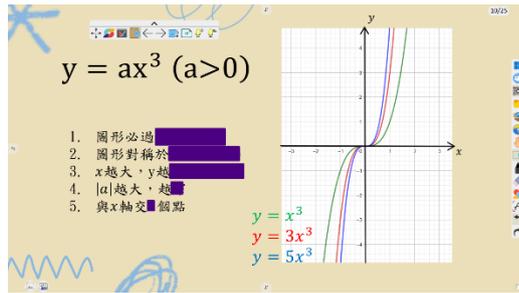
從以上圖形中可以觀察出幾個特性：

- ◇ 圖形必過原點 $O(0,0)$
- ◇ 圖形對稱於原點 $O(0,0)$
- ◇ x 越大， y 越大(右上升)
- ◇ $|a|$ 越大，越窄
- ◇ 與 x 軸交1個點

請學生觀察圖形特性並回答。

第 3 點也會是觀察大量的圖形回答圖形的特性。

學生能實質感受到圖形進行 180 度翻轉後還是同樣的圖形。



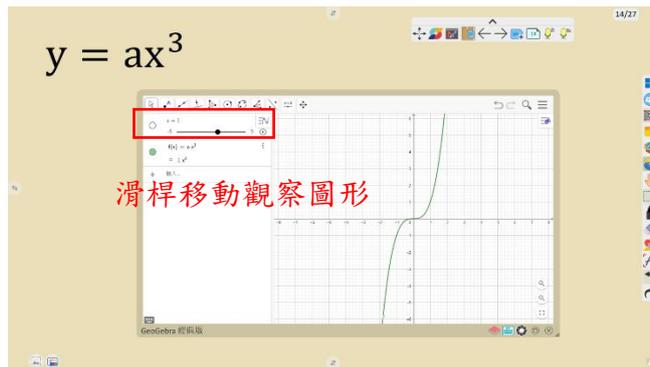
3
分
鐘

3. $y = ax^3 (a < 0)$

- ◇ 圖形必過原點 $O(0,0)$
- ◇ 圖形對稱於原點 $O(0,0)$
- ◇ x 越大, y 越小 (右下降)
- ◇ $|a|$ 越大, 越窄
- ◇ 與 x 軸交 1 個點

4. 利用 GGB 繪圖 $y = ax^3$ 之圖形

教導學生使用 GGB 且可以更清楚的看出 a 的變化在圖形上的差異



3
分
鐘

第 5 點到第 8 點都是同樣的模式教學

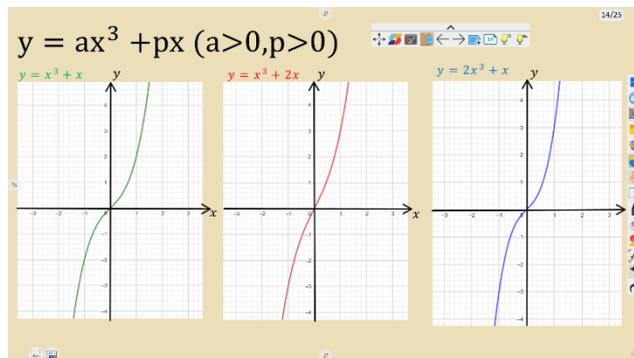
學生能夠透過 GGB 幫助觀察圖形變化。

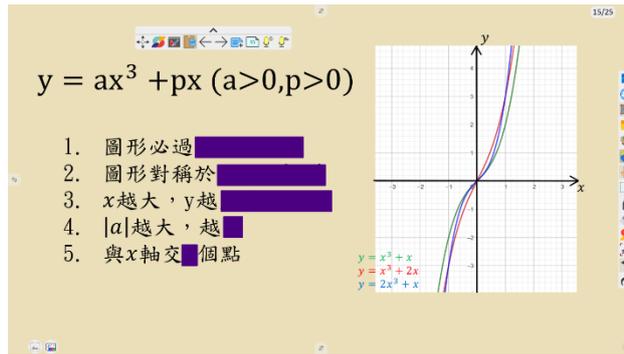
第 5 至 8 點皆是學生能透過圖形觀察特徵。

3
分
鐘

5. $y = ax^3 + px (a > 0, p > 0)$

透過同性質的圖形觀察出相同的特徵。





- ◇ 圖形必過原點 $O(0,0)$
- ◇ 圖形對稱於原點 $O(0,0)$
- ◇ x 越大， y 越大(右上升)
- ◇ $|a|$ 越大，越窄
- ◇ 與 x 軸交1個點

6. $y = ax^3 + px (a > 0, p < 0)$

透過同性質的圖形觀察出相同的特徵得到以下3
特徵。

- ◇ 圖形必過原點 $O(0,0)$
- ◇ 圖形對稱於原點 $O(0,0)$
- ◇ x 越大， y 越大(右上升)
- ◇ $|a|$ 越大，越窄
- ◇ 有兩個彎
- ◇ 與 x 軸交3個點

7. $y = ax^3 + px (a < 0, p > 0)$

透過同性質的圖形觀察出相同的特徵得到以下
特徵。

- ◇ 圖形必過原點 $O(0,0)$
- ◇ 圖形對稱於原點 $O(0,0)$
- ◇ x 越大， y 越小(右下降)
- ◇ $|a|$ 越大，越窄
- ◇ 有兩個彎
- ◇ 與 x 軸交3個點

8. $y = ax^3 + px (a < 0, p < 0)$

透過同性質的圖形觀察出相同的特徵得到以下4
特徵。

- ◇ 圖形必過原點 $O(0,0)$
- ◇ 圖形對稱於原點 $O(0,0)$
- ◇ x 越大， y 越大(右上升)
- ◇ $|a|$ 越大，越窄

學生能運用 GGB 觀察圖形的變化。對 a 、 p 的大小和同號、異號

3
分
鐘

3
分
鐘

3
分
鐘

4
分
鐘

以
參

除了可以讓同學上台移動滑桿，也有撥放按鈕，讓圖形有如動畫般不斷地隨著 a 或 p 的大小有所改變。

關係能不錯亂。

學生能夠準確將圖形配對到方格中。

總結活動

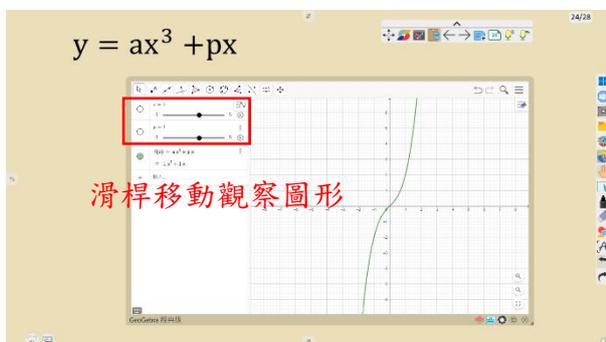
學生能利用平板回答問題，且回答正確。

學生了解三次函數討論 $y = ax^3 + px$ 的原因。

◇ 有兩個彎

◇ 與 x 軸交1個點

- 利用 GGB 繪圖 $y = ax^3 + px$ 的圖形
教導學生使用 GGB 且可以更清楚的看出 a 、 p 的變化在圖形上的差異，可以請同學上台操作。



總結活動

- 配對
找一位同學，將圖形放置表格中

$y = ax^3 + px$	$a > 0$	$a < 0$
$p > 0$		
$p < 0$		

- 擲骰活動
用擲骰的方式，骰到什麼數字就分別帶入 a 和 p ，並選擇出此題的圖形應為何者。讓學生利用平板回答問題。

下列四個圖形中哪一個為 $y = ax^3 + px$ 的圖型？

(A)

(B)

(C)

(D)

a p

用平板作答可以直接在投影上觀看所有學生的答案，若學生有不懂的地方可以及時更正。預計此活動三回。

與度作評量標準

3分鐘

QR Code 是學生掃描作答介面。輸入座號後進入下一頁。



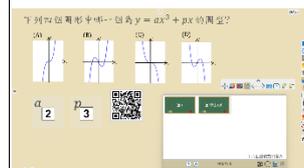
請學生點選左邊煙花圖示進入作答。



作答後送出即可。



可以在螢幕上即時看到學生作答情形。

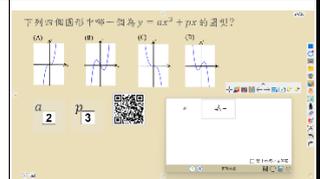


6分鐘

4分鐘

3. 討論三次函數的圖形時為甚麼可以只討論 $y = ax^3 + px$ 的情況?

- ◇ 使用 Desoms 繪圖繪畫出 $y = ax^3 + p$ 或 $y = ax^3 + x^2$ ，讓學生發現圖形對稱中心並非在原點。
- ◇ 再次回顧到二次函數我們是如何透過配方的方式去寫出 $y = a(x - h)^2 + k$ ，並寫成 $y = ax^2 + bx + c$ 的形式，
- ◇ 因為 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 沒辦法寫成 $y = a(x - h)^3 + k$ 的形式(從在觀察 $y = ax^3$ 可以知道圖形並不會出現兩個彎的情況)，但我們知道可以用 $y = ax^3 + px$ 的方式來代表所有的三次函數的圖形。



$y = ax^2 \xrightarrow[\text{鉛直}]{\text{水平}h} y = a(x-h)^2 + k$
 \downarrow
 $\equiv ax^2 + bx + c$

$y = ax^3 \xrightarrow[\text{鉛直}]{\text{水平}h} y = a(x-h)^3 + k$
 \downarrow
 $\equiv ax^3 + bx^2 + cx + d$

$y = ax^3 + px \xrightarrow[\text{鉛直}]{\text{水平}h} y = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$
 \downarrow
 $\equiv ax^3 + bx^2 + cx + d$

肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
觀察三次函數($y = ax^3 + px$)，分析並描述圖形的特性。	實作評量	