115學年度第1學期

數學教學專業知能增能工作坊

115/10/20(二)

時間：15:40-17:20

數學虛擬教具的超進化

講師：臺中市清水區東山國小

賴彥廷教務主任

本校數學樓2樓C205教室

指導單位：教育部
主辦單位：國立臺中教育大學數學學習領域教學中心
協辦單位：國立臺中教育大學數學教育學系
國立臺中教育大學師資培育暨就業輔導處

活動公告

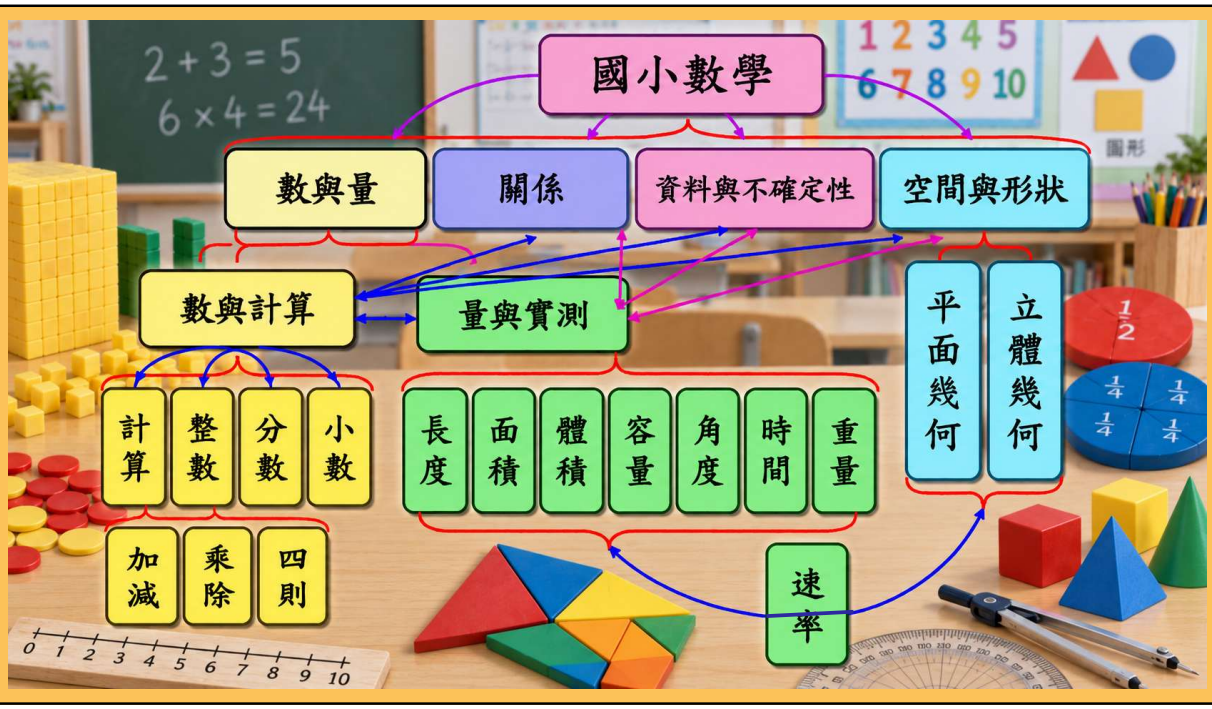
國立臺中教育大學 數學學習領域教學中心

數學虛擬教具的超進化

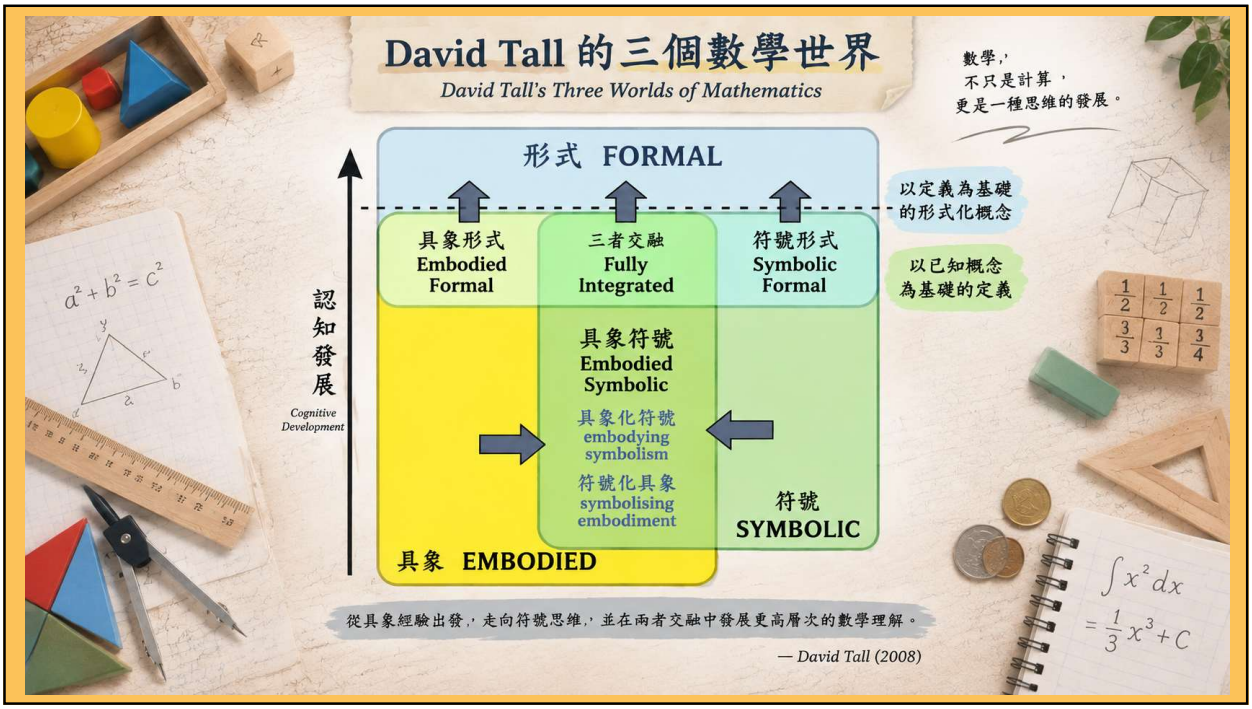


分享者

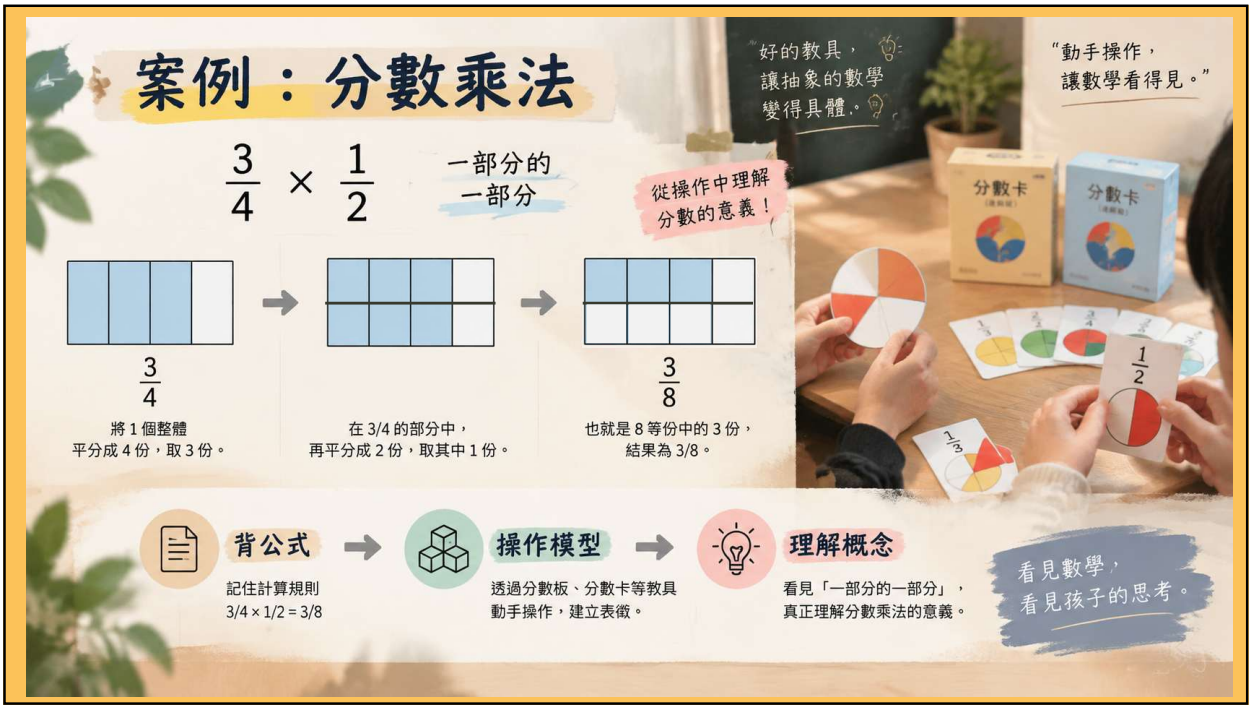
臺中市東山國小
教務主任 賴彥廷




數學學習的真正困境
不是不努力，而是卡在理解的起點。
數學，
不該只是背公式，
而是理解世界的方式。
抽象符號
「這些符號是什麼意思？」
例如：x、Δ、∫、⋯
缺少連結
難以連結生活經驗
與具體意義
程序操作
「照著步驟做就好。」
例如：套公式、計算步驟
缺少理解
只會做題目，
不明白為什麼
單一方法
「這題只能這樣解嗎？」
例如：只用公式、只用計算
難以照顧差異
無法因應不同學生的
思考方式與學習需求
當理解被遺漏，數學就變成一座難以跨越的高牆。
MATHEMATICS FOR A BRIGHTER TOMORROW

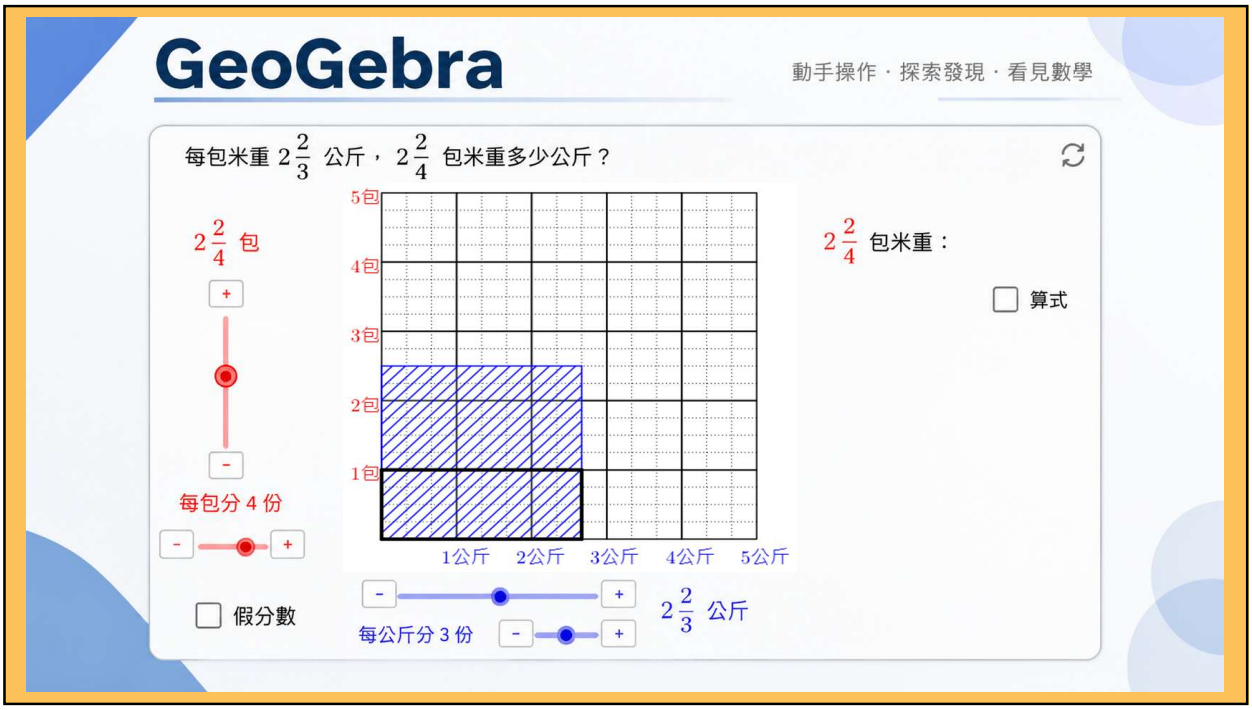

David Tall 的三個數學世界
David Tall's Three Worlds of Mathematics
數學，
不只是計算，
更是一種思維的發展。
形式 FORMAL
以定義為基礎
的形式化概念
以已知概念
為基礎的定義
具象形式
Embodied
Formal
三者交融
Fully
Integrated
符號形式
Symbolic
Formal
認知發展
Cognitive
Development
具象符號
Embodied
Symbolic
具象化符號
embodying
symbolism
符號化具象
symbolising
embodiment
符號
SYMBOLIC
具象 EMBODIED
從具象經驗出發，走向符號思維，並在兩者交融中發展更高層次的數學理解。
— David Tall (2008)

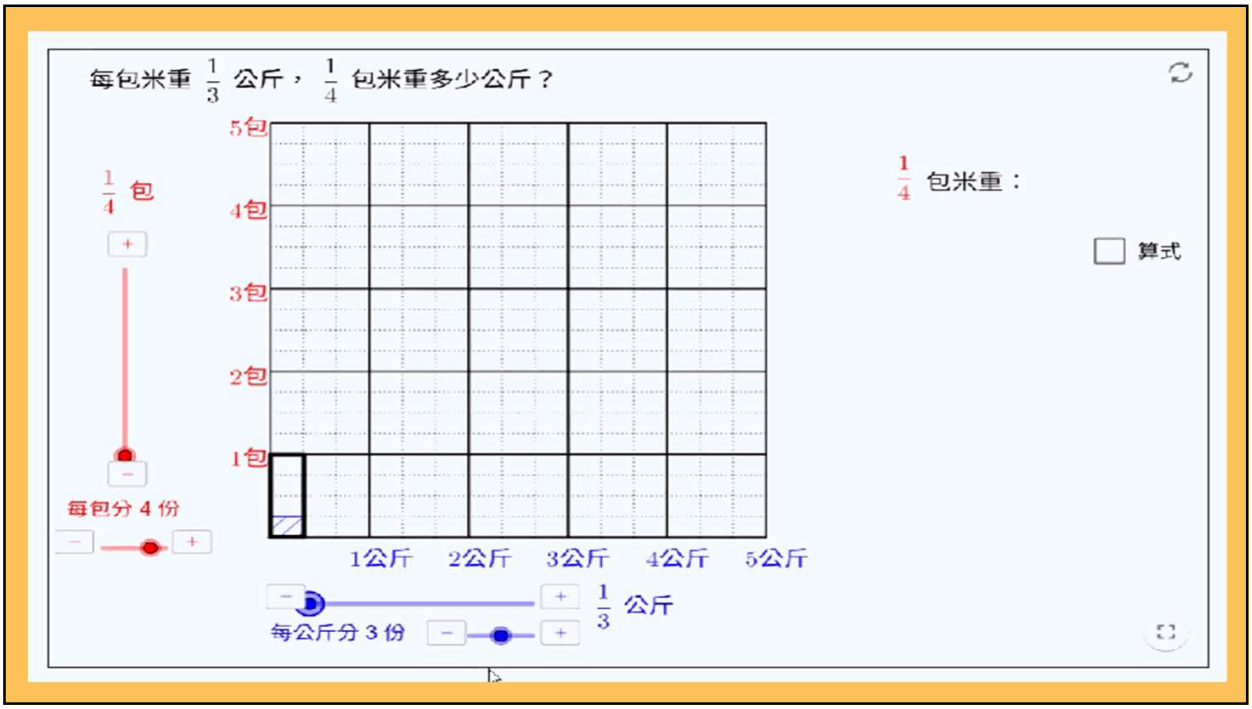

實體教具：讓數學看得見
教具不是玩具，而是建立概念的橋梁。
讓學生透過操作形成數學直覺。
數學，
不只是計算，
更是一種思維的發展。
動手操作，
看見數學，
理解更深！
數學好好玩
從操作到理解
開啟數學思維
1 幾何扣條
用於三年級的三角形
與四年級的四邊形單元。
2 分數撲克牌
用於三、四年級的
分數單元。
3 撲克牌
用於二、三年級的
「乘法」、「整數四則運算」。
4 古氏積木
教授10進位、加減乘除法、
面積、體積用。
5 圓形分數板
用於四年級的等值分數、
五年級的分數擴分、約分、通分。
6 小時鐘
三、四年級
時間的單位換算。
分數卡
玩中學
學中思考
數學更有趣！
動手操作
發現規律
建立概念
讓學看得見！


案例：分數乘法
3/4 × 1/2
一部分的
一部分
3/4
將 1 個整體
平分成 4 份，取 3 份。
在 3/4 的部分中，
再平分成 2 份，取其中 1 份。
3/8
也就是 8 等份中的 3 份，
結果為 3/8。
好的教具，
讓抽象的數學
變得具體。
從操作中理解
分數的意義！
"動手操作，
讓數學看得見。"
分數卡
背公式
記住計算規則
3/4 × 1/2 = 3/8
操作模型
透過分數板、分數卡等教具
動手操作，建立表徵。
理解概念
看見「一部分的一部分」，
真正理解分數乘法的意義。
看見數學，
看見孩子的思考。


數學，
可以更貼近生活
也更靠近每一個孩子。
數學教具帶來的改變
從抽象到理解，從被動到主動
更好的數學
從看見開始！
01 認知改變
抽象符號 → 具體理解
降低認知負荷
建立內在數感
02 教學改變
師者灌輸 → 引導探索
探究式學習
差異化支持
03 態度改變
數學恐懼 → 主動自信
我可以！
提升學習動機
允許錯誤重來
04 思維改變
單一解法 → 多元素養
空間想像能力
解決問題能力
讓數學從看不懂，變成看得見、摸得到、想得通。
用教具 · 打開數學的更多可能


更好的
數學學習，
從提問開始！
AI賦能：數位數學教具讓思考發生
從帶領孩子找到答案，走向引導孩子主動思考
AI的角色：
不是直接給答案，
而是放大提問、
探索與對話。
傳統的數學課堂
帶領孩子找到答案
3 × 4 = ?
= 12
老師講解 → 練習計算 → 得到答案
單一正確答案
生成式 AI 的加入，
讓教學重心改變
從解題
走向思考，
讓數學更有可能！
我發現…
也許是…
如果…?
學生主動探索，討論，提出猜想
新型態的數學學習
運用數位教具，引導孩子主動思考
GeoGebra
看見數學關係
Polypad
操作中理解概念
拖曳觀察
提出猜想
拼組表徵
差異化學習
探索
思考
創造
數位教具不只是幫助計算，更是幫助孩子看見、操作、表達與思考。
讓每個孩子
都有思考的機會！
數學
可以更開放，
也更有趣！
A Brighter
Math Future
for Every Learner.


GeoGebra
動手操作．探索發現．看見數學
每包米重 $2\frac{2}{3}$ 公斤，$2\frac{2}{4}$ 包米重多少公斤？
$2\frac{2}{4}$ 包
每包分 4 份
假分數
5包
4包
3包
2包
1包
1公斤 2公斤 3公斤 4公斤 5公斤
每公斤分 3 份
$2\frac{2}{3}$ 公斤
$2\frac{2}{4}$ 包米重：
算式


每包米重 $\frac{1}{3}$ 公斤，$\frac{1}{4}$ 包米重多少公斤？
$\frac{1}{4}$ 包
每包分 4 份
5包
4包
3包
2包
1包
1公斤 2公斤 3公斤 4公斤 5公斤
每公斤分 3 份
$\frac{1}{3}$ 公斤
$\frac{1}{4}$ 包米重：
算式

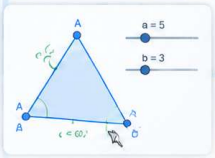
GeoGebra 探索歷程

從「被動接收」的數學學習，
轉化為「主動探究、視覺化驗證」的動態學習過程。

探索是最好的學習方式。

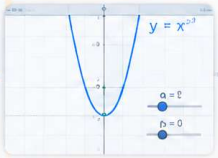


1 操作探索
拖曳圖形、改變條件



動手拖曳，
數學立即改變！

2 觀察發現
看見數學關係與變化



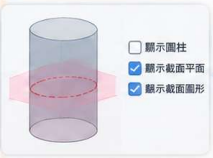
觀察圖形的變化，
發現其中的規律。

3 提出猜想
學生形成自己的問題

「如果改變 a，圖形會怎麼變？」
「三角形的內角和一定是 180° 嗎？」
「圓柱的截面會是什麼形狀？」



4 動態驗證
立即檢驗規律



改變條件，
馬上驗證你的想法！

5 建構理解
形成數學概念



在探索與驗證中，
建立深刻的數學理解。

豐富的數學主題

幾何　函數　立體幾何　統計　更多可能

探索資源

活動教材（探索任務）　教師分享（課程資源）　全球社群（共享創作）

同一個數學，
可以有更多看見的方式。

學生角色轉變

用數學
探索更大的可能

數位教具的出現，讓學生從被動接收轉向主動探究。



從答案接受者

被動聆聽・接收既有答案

成為

科技開啟探索的舞台



數學探索者與創作者

主動探究・動手實作・創造新知

探索・思考・創造・讓數學走進生活

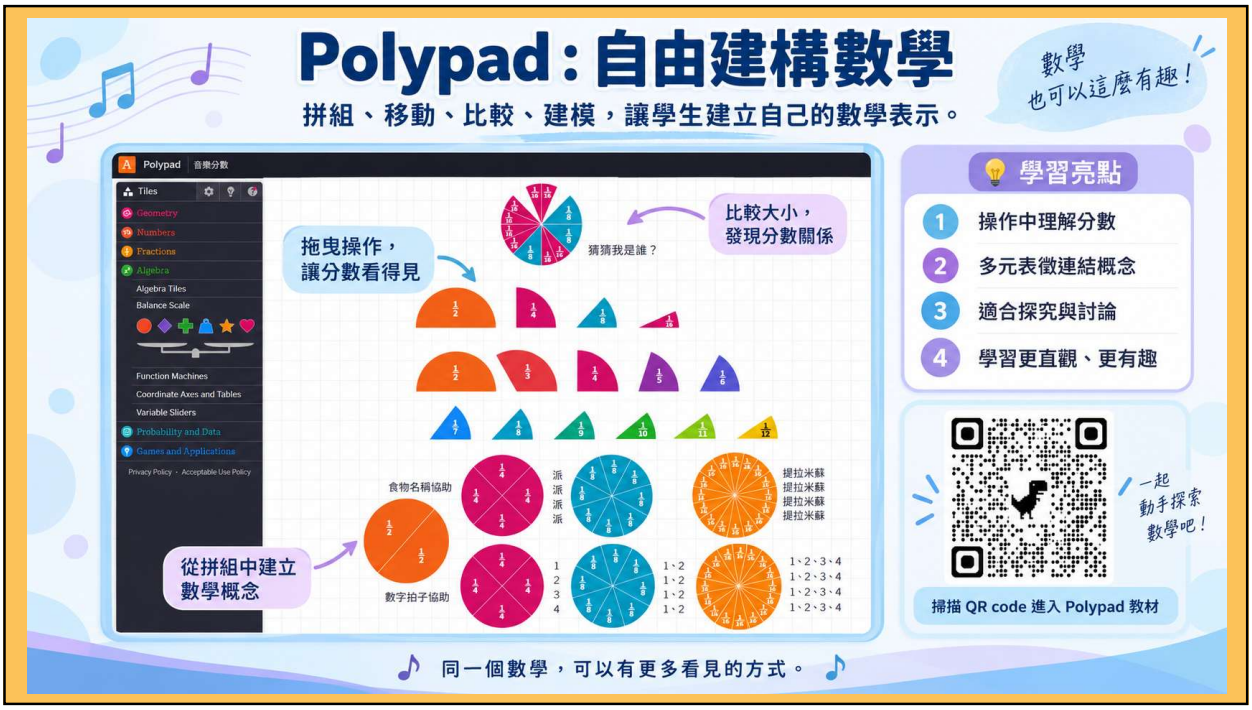
數學 × 科技 × 更寬廣的未來


課前設計~運用Canva生成互動遊戲
模型可展開、旋轉
表面積學習遊戲
點擊「展開」按鈕，將盒子展開成平面圖，
然後計算每個面的面積和總表面積。
長：4 單位, 寬：4 單位, 高：3 單位
展開
檢查答案
新盒子
計算每個面的面積：
面 1 (前/後)
面 2 (左/右)
面 3 (上/下)
面積
總表面積
總面積
4x4
4x3
4x3
4
4x4
收回
20分鐘 建立表面積解題模型


3 x 2
表面積學習遊戲
點擊「展開」按鈕，將盒子展開成平面圖，然後計算每個面
的面積和總表面積。
長：3 單位, 寬：4 單位, 高：2 單位
展開
檢查答案
新盒子
計算每個面的面積：
面 1 (前/後)
面 2 (左/右)
面 3 (上/下)
6
8
12
總表面積
52
太棒了！所有答案都正確！


AI時代下的教育轉型
同一間教室，不同程度、速度與理解方式
AI 讓個人化學習不再只是理想，也帶來新的機會與挑戰。
科技讓學習更個人，也讓未來更寬廣
更好的教育從看見每一個孩子開始
轉機
善用 AI，讓每個孩子都有發光的機會
適性任務
依學生需求提供合適的學習內容
即時回饋
快速掌握學習狀況並調整方向
學習節奏更彈性
依個人速度安排學習進度
多元理解路徑
透過文字、圖像、影音等多方式學習
從因材施教走向精準支持
AI
不同的起點同樣重要的未來
不同程度
不同速度
不同理解方式
基礎練習打好基礎！
慢一點沒關係我可以自己掌握學習節奏。
我用圖像更容易理解！
我喜歡看影片學習！
個人化學習 Personalized Learning
適性任務
AI 依需求生成學習內容
即時回饋
立即掌握學習表現
自學節奏
依個人速度前進
多元表徵
文字、圖像、影音多元學習方式
挑戰
面對挑戰，才能走向更好的教育未來
教師角色重塑
從知識傳授者轉為學習引導者與支持者
數位落差
不同地區與家庭的資源不均
判斷與陪伴更重要
AI 提供資訊，但仍需要教師的專業判斷與情感支持
科技使用的平衡
避免過度依賴，維持真實互動與人際連結
不同的學習
同樣的希望
AI 不能取代教育現場的人，但能幫助教師更看見每一位學生。
因為每一個孩子都值得被看見都有無限可能


Polypad：自由建構數學
拼組、移動、比較、建模
"動手探索，讓數學看得見！
讓學生建立自己的數學表示。
傳統數學學習
以教師講授與課本為主
只是看公式…答案是什麼？
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$
$A=\frac{bh}{2}$
較被動、單一解題方式
較難看見數學的多種可能
使用 Polypad 進行數學探索
透過操作、比較與建模，主動建構數學意義
Polypad
用圖形思考，發現數學的更多可能！
1 操作拼組
拖曳圖形，自由組合
2 移動調整
改變位置、大小、方向
3 比較發現
觀察異同，發現關係
4 建立模型
表達想法，解決問題
"從操作中思考，讓數學不只是一個答案，而是無限的可能！
探索・操作・發現・建構・數學更有趣


Polypad：自由建構數學
拼組、移動、比較、建模，讓學生建立自己的數學表示。
數學
也可以這麼有趣！
Polypad
音樂分數
Tiles
Geometry
Numbers
Fractions
Algebra
Algebra Tiles
Balance Scale
Function Machines
Coordinate Axes and Tables
Variable Sliders
Probability and Data
Games and Applications
Privacy Policy · Acceptable Use Policy
拖曳操作，
讓分數看得見
猜猜我是誰？
比較大小，
發現分數關係
從拼組中建立
數學概念
食物名稱協助
數字拍子協助
派
派
派
派
提拉米蘇
提拉米蘇
提拉米蘇
提拉米蘇
1
2
3
4
1、2
1、2
1、2
1、2
1、2、3、4
1、2、3、4
1、2、3、4
1、2、3、4
學習亮點
1 操作中理解分數
2 多元表徵連結概念
3 適合探究與討論
4 學習更直觀、更有趣
一起
動手探索
數學吧！
掃描 QR code 進入 Polypad 教材
同一個數學，可以有更多看見的方式。


每個學生
都有屬於自己的
學習路徑
AI支持差異化學習
AI提供可能性，教師引導思考，學生形成理解
科技點亮學習
人點亮未來
AI支持差異化學習
教師：設計多層次任務
學生：獲得適性提示與回饋
基礎任務
進階任務
挑戰任務
多層次任務
適性提示
即時回饋
AI不是取代教師
AI
AI提供可能性
教師引導思考
學生形成理解
教師仍是關鍵
陪伴與判斷更重要
科技輔助學習
好的教育
始終以人為本
AI不是答案本身，而是幫助每一位學生找到更適合自己的學習路徑。


更好的工具
為了更好的學習
工具會進化，人本核心不變
科技在前進
教育始終以人為本
從教具、電腦到 AI
改變的是工具，不變的是思考與對話。
實體教具
動手操作，建立概念
電腦
數位資源
拓展學習可能
AI
個人化學習
即時回饋
拓展思維
改變的是工具
不同時代，有不同的學習工具，
讓學習更豐富、更有效。
教具
電腦
AI
思考
對話
理解
陪伴
探索
不變的是核心
無論工具如何進化，
教育始終關注的是人。
思考
對話
理解
人本關懷
Better
Learning
Brighter Futures
科技可以更新，教育的本質始終是陪伴孩子思考、表達與理解。
好的教育
讓每個孩子
走得更遠


數學，
可以不只是一個答案，
而是無限的可能！
創藝人文・AI賦能教室
從理解出發，讓每個孩子找到自己的數學世界
工具會進化，
人本核心不變。
——以學生為中心
找到數學入口
從生活情境出發，引發好奇
這個
是什麼意思？
數學不是從公式開始，
而是從理解開始。
1 實體教具
建立概念
分數板
積木
幾何教具
動手操作，
看見數學的具體樣貌。
2 GeoGebra、Canva
探索發現
GeoGebra
Canva
動態操作
觀察變化
提出猜想
拖曳、比較、嘗試，
發現數學的規律。
3 Polypad
個別支持
Polypad
自由拼組
多元表徵
個別學習
建立屬於自己的
數學表示方式。
AI陪伴・更好的學習
教師引導思考，AI提供即時回饋
AI
提供可能性，
但真正的思考
來自你們！
不同的路徑，
通往同一個更大的數學世界。
動手做
探索發現
建構理解
自信表達
數學×科技×人文
讓學習更有溫度


Thanks

NOTES

NOTES

NOTES

滿意度調查問卷

請於工作坊結束後，掃描下方 QRCode 填寫滿意度調查問卷，將提交完成的畫面交給工作人員確認，並進行簽退，中心將於一週內發送電子研習證明至報名之信箱。

