

114學年度第2學期
數學教學專業知能增能工作坊

115/3/24(二)

時間：15:40~17:20

有趣數學到有效教學

講師：臺中市清水區東山國小

賴彥廷教務主任



本校數學樓2樓C205教室

指導單位：教育部

主辦單位：國立臺中教育大學數學學習領域教學中心

協辦單位：國立臺中教育大學數學教育學系

國立臺中教育大學師資培育暨就業輔導處



活動公告

國立臺中教育大學 數學學習領域教學中心 有趣數學到有效教學



分享者

臺中市東山國小
教務主任 賴彥廷



1

教育部專業師培人才資料庫

首頁

關於

各領域教學研究中心Q&A

領域教學研究中心-小學組

更多選項



臺中市清水區東山國民小學

《研究專長》

數學教材教法、數學教師專業學習社群、數學學習扶助、兒童數學
概念發展、數學課程設計

《聯絡方式》

電話: (04)26200517#211

電子信箱: yenting509@gmail.com

賴彥廷

教務主任



網站由教育部領域教學研究中心總召學校維護，將不定期新增優質師資



國立臺灣師範大學科技應用與人力資源發展學系
電話 / 02-77493462

About Me

• 學歷

1

- 博士：國立彰化師範大學 科學教育研究所 博士候選人
- 碩士：國立臺中教育大學 數學教育學系碩士在職專班
- 大學：國立臺中教育大學 數學教育學系

2

• 現職

- 臺中市清水區東山國小 教務主任(113學年度迄今)
- 臺中市清水區東山國小 學輔組長(111學年度至112學年度)
- 臺中市清水區東山國小 教務組長(107學年度至110學年度)

3

• 經歷

- 1. 數學學習扶助教師(2018~迄今)
- 2. 臺中教育大學兒童夏令營講師(2014~迄今)

4

• 特殊經歷

- 108年學習扶助教學評鑑特優、109年中區教甄數學審題委員
- 110、114年臺中市優良教育人員
- 111年臺中市學習扶助優良教育人員、優良行政人員
- 112年臺中市優秀社會青年
- 107至113學年度數學教師專業社群召集人

5

• 一起學數學吧~~

- 數學不可怕的~~

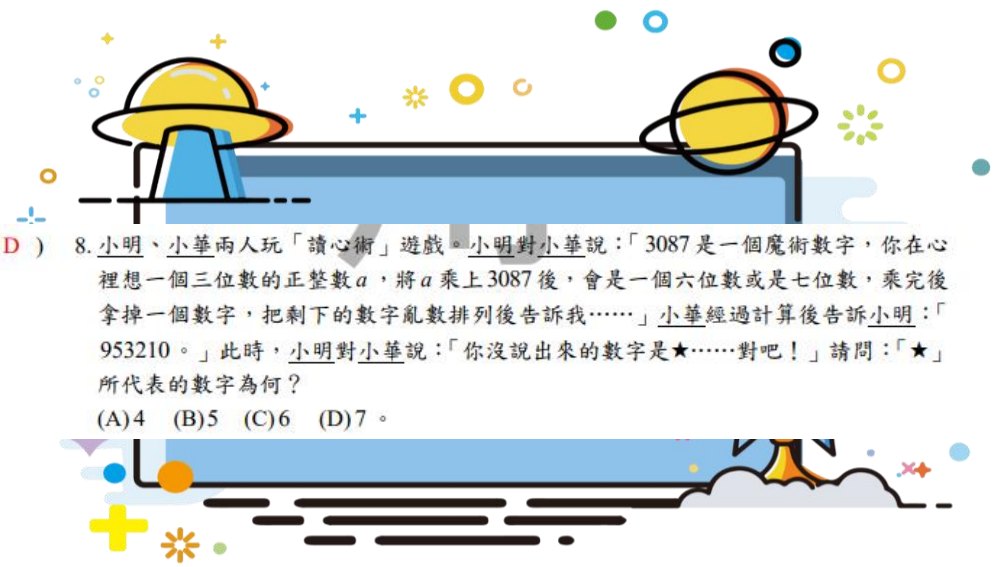
2

讀心術

- 3087是一個神奇的數
- 心想一個三位數，與3087相乘
- 把乘出來的數隨意重組
- 可以少唸一個數，我可以把你少唸的數猜出來

4

111年全國高中教甄數學科試題

- 
- (D) 8. 小明、小華兩人玩「讀心術」遊戲。小明對小華說：「3087是一個魔術數字，你在心裡想一個三位數的正整數 a ，將 a 乘上3087後，會是一個六位數或是七位數，乘完後拿掉一個數字，把剩下的數字亂數排列後告訴我……」小華經過計算後告訴小明：「953210。」此時，小明對小華說：「你沒說出來的數字是★……對吧！」請問：「★」所代表的數字為何？
- (A)4 (B)5 (C)6 (D)7。

數學領綱課程目標

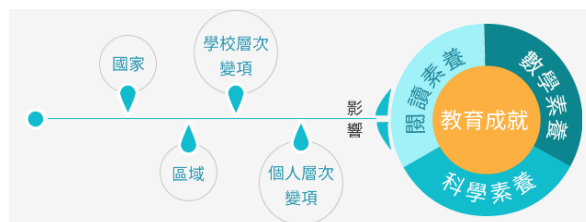
- 提供學生適性學習的機會，培育學生探索數學的信心與正向態度。
- 培養好奇心及觀察規律、演算、抽象、推論、溝通和數學表述等各項能力。
- 培養使用工具，運用於數學程序及解決問題的正確態度。
- 培養運用數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。
- 培養日常生活應用與學習其他領域/科目所需的數學知能。
- 培養學生欣賞數學以簡馭繁的精神與結構嚴謹完美的特質。

目前的教學現況(困境)

- PISA(2018, 2022)結果顯示：臺灣學生整體教育成就名列前茅，但在學習興趣、學習自信心卻吊車尾。
- 由於我們現行課程大多將重心聚焦在知識層面的學習，缺少讓學生有進行自我反思的機會。
- 老師在教學的過程中，倘若也能同時提供學生有自我反思與統整的機會，學生是否就比較能夠更清楚知道為何要學數學呢？

PISA測驗簡介

- 「國際學生能力評量計畫」(Programme for International Student Assessment, 簡稱PISA)是由經濟合作暨發展組織(OECD)主辦的全球性學生評量。自2000年起，每3年舉辦一次，評量對象為15歲學生，內容涵蓋閱讀、數學、科學等三個領域的基本素養，以及問卷調查。



PISA評量架構

- 數學素養
- 定義：個體在各種**真實世界的情境脈絡中**，**進行數學推理**，並透過形成、應用、詮釋數學以解決問題的能力，包含運用數學概念、程序、事實與工具，來描述、解釋和預測現象。**數學素養**促進個體瞭解數學在世界中所扮演的角色，並**促使個體作出有根據的判斷與決策**，此乃成為具**建設性、投入性與反思力**的 21 世紀公民所需（OECD, 2018a）。

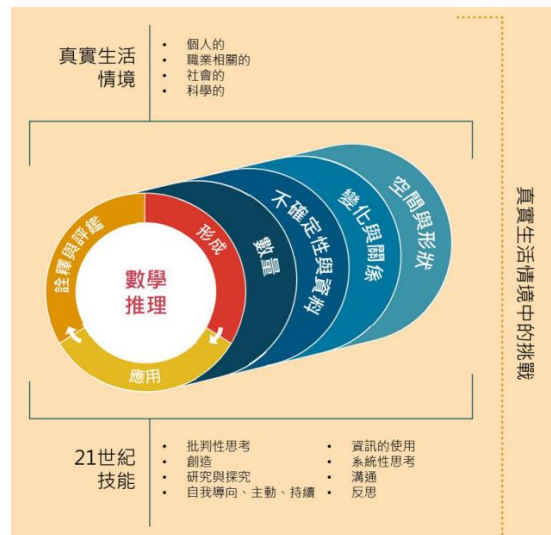
PISA評量架構

- 數學素養(白話一點的說)
- 在生活、學習、社會中**辨識問題與數學的關聯**，並懂得使用**工具或知識來解決問題**，嘗試運用不同的角度看事件，用不同的知識去分析。



PISA評量架構

- PISA2022數學評量架構
- 數學過程
- 數學內容
- 情境脈絡
- 21世紀技能



PISA2022與PISA2012~2018數學素養定義之差異

- PISA2022的五項特點
- **21世紀技能**：探究、歸納、批判、溝通等能力
- 歸納及演繹的**數學推理**成為評量的中心
- 因為問題題組涵蓋大量的資訊，需要強的**數學閱讀能力**
- 處理大數據、**數量探究與推理**、演算思考(computational thinking)
- 大量採用互動式的數位化評量，學生須**熟悉科技**的使用



13



第3回

一、分數與小數的計算

活動3 分數與小數的混合計算 活動4 簡化計算

得分

① 算算看。(每題5分，共20分)

(1) $5\frac{1}{6} \times 2.4$

(2) $2\frac{1}{2} \div 0.625$

(3) $4\frac{2}{7} \times 2.8 \div 5\frac{2}{3}$

(4) $(1\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \div (1.9 + 2\frac{3}{5})$

② 想想看，要怎麼算才會比較快算出答案？(每題5分，共20分)

(1) $0.89 + 0.22 - 0.09 - 0.02$

(2) $3\frac{1}{5} - 2\frac{9}{17} + 1\frac{4}{15}$

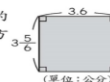
(3) $7.5 \times \frac{4}{5} + 7.5 \times \frac{3}{5}$

(4) $\frac{5}{8} \times 12.7 - 6.3 \times \frac{5}{8}$

③ 把做法和答案記下來。(每題12分，共60分)

(1) 有兩杯可樂，容量分別是0.75公升和 $\frac{6}{7}$ 公升，兩杯可樂相差多少公升？

(2) 右圖長方形的面積是幾平方公分？



(3) 老闆把32.4公斤的綠豆，每 $\frac{3}{5}$ 公斤裝成一袋出售，最多可以裝滿幾袋？

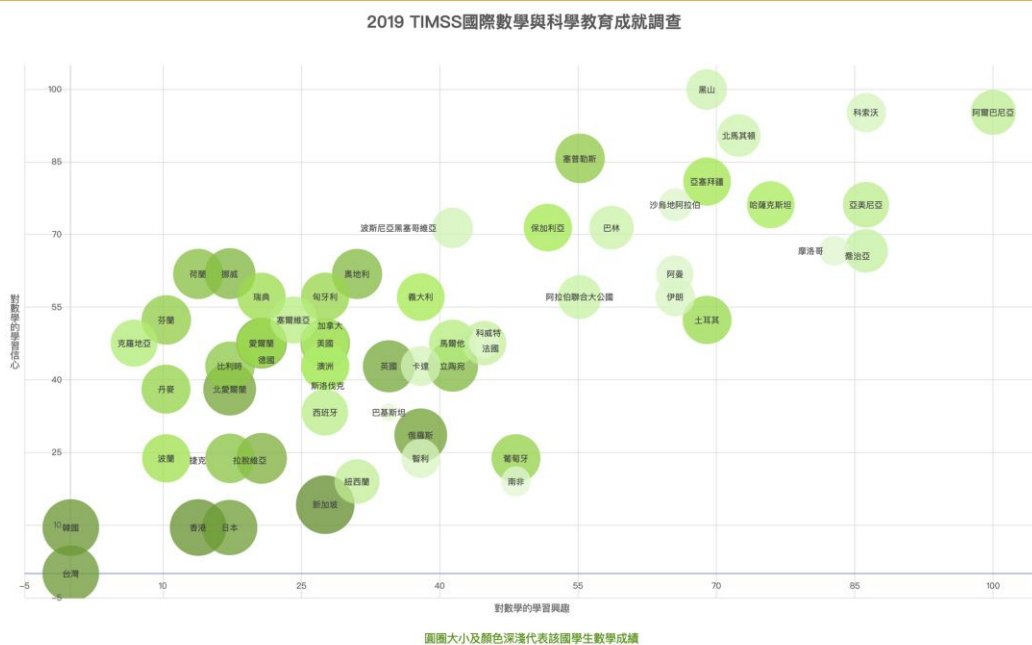
(4) 正三角形的周長是6.75公尺，正方形的邊長是 $1\frac{3}{4}$ 公尺，正三角形的邊長比正方形的邊長多幾公尺？

(5) 水壺裡有 $1\frac{4}{5}$ 公升的麥茶，哥哥喝了0.52公升，弟弟喝了 $\frac{1}{4}$ 公升，水壺裡還剩下幾公升的麥茶？

數學課不太好玩！！！！

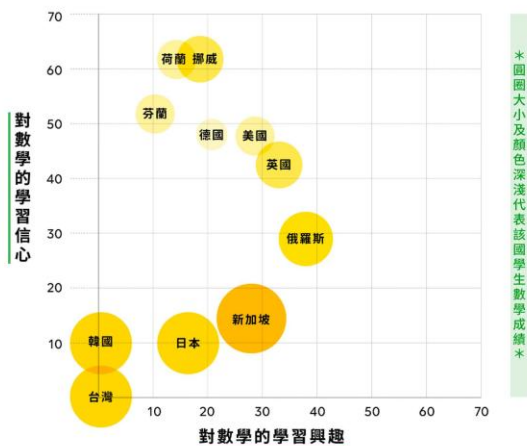


15



16

2019 TIMSS 國際數學與科學教育成就調查



數感實驗室
NUMERACY LAB

17

TIMSS對數學的態度調查

4年級	臺灣	全球
沒興趣	41%	20%
沒信心	44%	23%

資料來源：The Trends in international Mathematics and Science Study(TIMSS), 2019

18

· 透露教育現場的焦慮

商周 / 焦點 / 時事分析

台灣學生，是全球最害怕失敗的...PISA最新調查，透露教育現場的焦慮



(來源: Dreamstime, 示意圖, 非當事者)

相關文章



成年人的安全感，往往都是錢給的...月薪10萬女白領：經濟獨立才是真的愛自己



1/3的學生上課都在睡覺，韓國如何成為全球最聰明的國家之一？



為何「東大」讓男生引以為榮，女生卻羞於啟齒？一場最高學府新生演講，直戳日本殘酷現實

19

研究是用以下三道問題的同意程度，來計算害怕失敗指數：

1.當我失敗時，會擔心別人對我的看法。

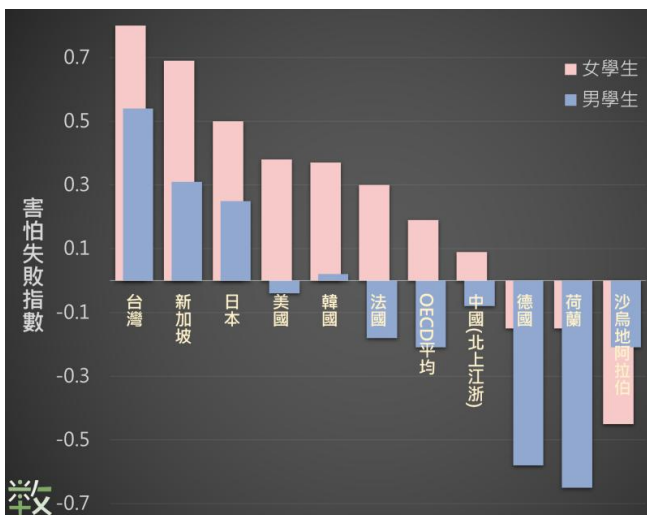
(When I am failing, I worry about what others think of me.)

2.當我失敗時，會害怕自己沒有足夠的天份。

(When I am failing, I am afraid that I might not have enough talent.)

3.當我失敗時，會對自己未來規畫產生質疑。

(When I am failing, this makes me doubt my plans for the future.)



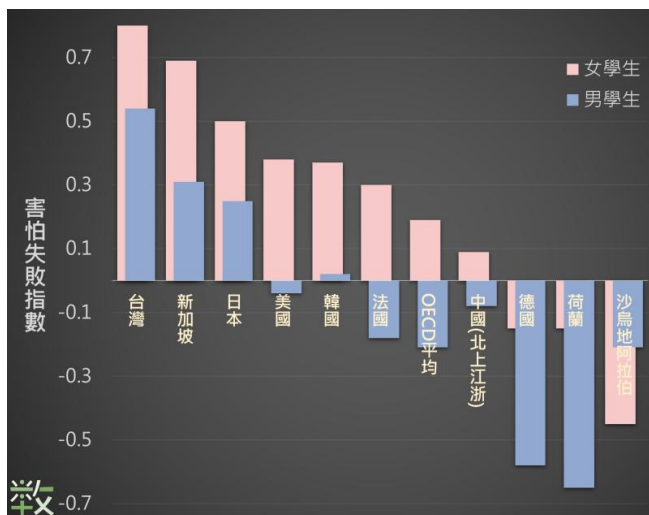
資料來源：Programme for International Student Assessment(PISA), 2019

20

根據學生的回答，再計算出「害怕失敗指數」指數平均值為0，標準差1。

結果顯示以下幾點：

1. 女同學比男同學更害怕失敗。
2. 台灣男女學生都是全世界最害怕失敗：
女生高達0.8，男生高達0.54。



資料來源：Programme for International Student Assessment(PISA), 2019

21

臺灣學生所付出的精熟數學代價



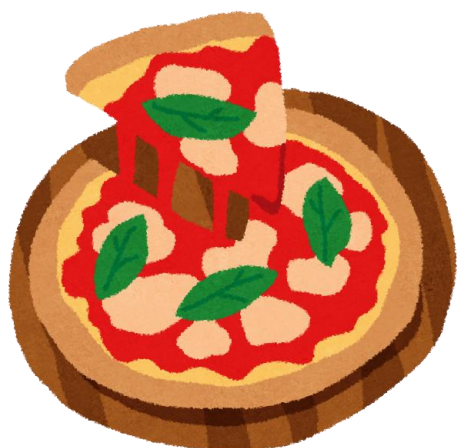
22

我們所期望的精熟數學學習



23

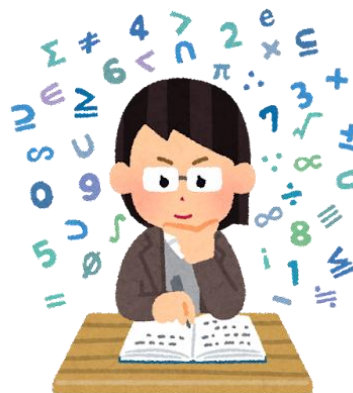
從pizza談絕妙定理



<https://www.youtube.com/watch?v=bpz3laBuYHI>

24

數學：好用、好玩、好學



25

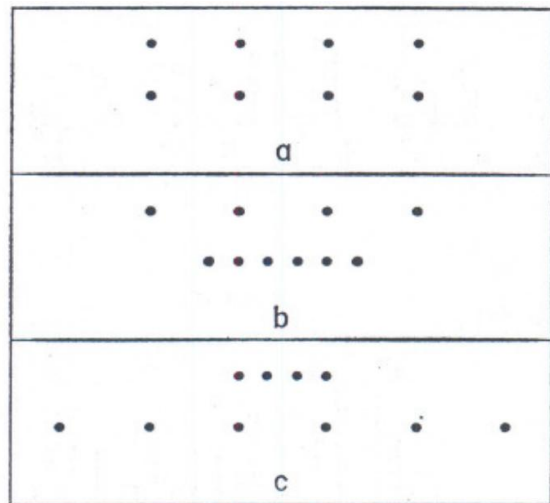
信心與興趣，到底有什麼意義？



26

Mehler, J., & Bever, T. G. (1967).
Cognitive capacity of very young
children. *Science*, 158(3797), 141-142.

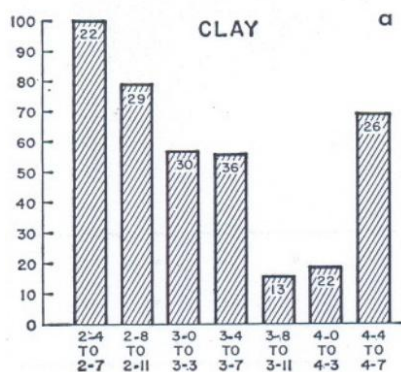
研究方法：比比看哪一排點比較多？



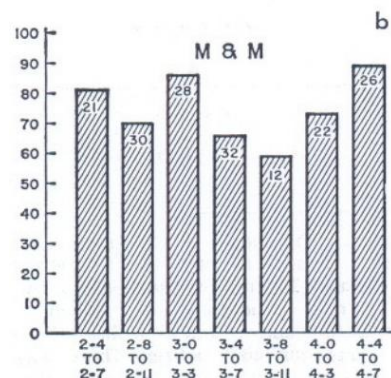
27

研究結果(橫軸為年齡、縱軸為答對率)

泥團子(clay)



M&M巧克力



28

張鐵懷、陳斐卿（2016）。小學生玩家展現的電玩實踐社群知識—以數學自由擬題為例。*科學教育學刊*，24(1)，31-55。（TSSCI）

研究對象：北臺灣某國小(約50班)之國小四五年級學生。

研究方法：研究者教學生約10堂課的一題多磨課程，確保出題品質。

研究結果：

1. 多數題目超出年齡層所學到的知識。
2. 電玩世代的「學校」是不分齡的。

表2：電玩題之出題者電玩年資與學科內外部連結情況

編號	出題者 電玩年資	自由擬題題目	學科內部連結情況	
			單元／概念	課綱規範
01	4年	光量戰記有很多武器，我在遊戲中有5,000元(不是真錢)，我買了飛彈2,500元，然後買了生命之水2,500元，我去戰場打50場，一場會賺20元，請問我得了幾元？最後我又把所有錢拿去買50元的武器，買到沒有錢，請問我一共花了多少元？買了多少把武器？(只能用心算，不用能算式)	乘法對加法的分配律	小五數學 5-a-01
02	3年	榮鑫玩跑跑卡丁車，他有1,000個樂豆點，他想買車子，可是他買錯買到鞋子，而且樂豆點也花光，他用鞋子抽到4臺Z7的車，抽到2臺SR的車(永久)，抽到3種寵物(30天)，抽到25種氣球100顆，抽到6種頭飾(30天)，請問他剩下幾個樂豆點？Z7系列...429點/SR...195點/寵物...85點/氣球...20點/頭飾...35點	常用導出量單位用法	小六數學 6-a-11
03	7年	小白、牙風、阿嘉，他們在玩創世神，他們蓋了一座房子，用了2組木頭，他們剩下了3組木頭，三人平分，小白從山上摔了下來，有一組木頭被魔術拿走了，牙風被岩樂燒死了，東西都被燒掉了，阿嘉睡覺起不來死掉了，東西都沒有不見，他們剩下多少組木頭？多少棵木頭？(一組有64棵，要換算成一組，死掉後東西會留在原地，復活是沒有東西要自己去撿)	分母歸零的意義特性 10以外的進位法	小三數學 3-a-11 高一數學 1-a-1
04	4年	一般毒香菸有40%的毒藥，姐姐在不知所措的情況下吃了4種香菸，人體只能承受2000000%的毒藥，大香菸一個有290%的毒藥，小香菸有120%的毒藥，復原香菸一個可以復原20%，姐姐吃了50個大香菸，60個小香菸，180個復原香菸，姐姐一共吃了幾個？姐姐死了嗎？姐一共中毒了幾%？(一共中毒幾%不算復原香菸)	超過100%的百分比 百分率 涉入毒藥量多寡將致死	高二數學 II-3-2 小五數學 5-a-12 高一化學 實驗室守則

29

106年國中教育會考 數學非選擇題第一題

- 一起看看問題(1)，你覺得這是幾年級的問題？
- 你覺得問題(1)，在全臺灣的國三考生中，空白的人數佔全體考生幾成？

22%

1. 今有甲、乙、丙三名候選人參與某村村長選舉，共發出 1800 張選票，得票數最高者為當選人，且廢票不計入任何一位候選人之得票數內。全村設有四個投開票所，目前第一、第二、第三投開票所已開完所有選票，剩下第四投開票所尚未開票，結果如表（一）所示：

表（一）

投開票所	候選人			廢票	合計
	甲	乙	丙		
一	200	211	147	12	570
二	286	85	244	15	630
三	97	41	205	7	350
四					250

(單位：票)

請回答下列問題：

- (1) 請分別寫出目前甲、乙、丙三名候選人的得票數。
- (2) 承 (1)，請分別判斷甲、乙兩名候選人是否還有機會當選村長，並詳細解釋或完整寫出你的解題過程。

30

111年國中教育會考 數學選擇題倒數兩題

- 題目並不難
- 大量的閱讀
- 生活情境應用
- 素養試題模式

請閱讀下列敘述後，回答 24～25 題。

表(一)、表(二)呈現 PA、PB 兩種日光燈管的相關數據，其中光通量用來衡量日光燈管的明亮程度。

表(一)

PA燈管類別	直徑(毫米)	長度(毫米)	功率(瓦)	光通量(流明)
PA-20	25.4	580	20	1440
PA-30	25.4	895	30	2340
PA-40	25.4	1198	40	3360

表(二)

PB燈管類別	直徑(毫米)	長度(毫米)	功率(瓦)	光通量(流明)
PB-14	15.8	549	14	1200
PB-28	15.8	1149	28	2600

24. 已知日光燈管的發光效率為光通量與功率的比值，甲、乙兩人根據表(一)、

表(二)的資訊提出以下看法：

- (甲) PA-20 日光燈管的發光效率比 PB-14 日光燈管高
(乙) PA 日光燈管中，功率較大的燈管其發光效率較高

關於甲、乙兩人的看法，下列敘述何者正確？

- (A) 甲、乙皆正確
(B) 甲、乙皆錯誤
(C) 甲正確、乙錯誤
(D) 甲錯誤、乙正確

25. 有一間公司請水電工程廠商安裝日光燈管，廠商提供兩種方案如表(三)所示。

表(三)

方案	施工內容	施工費用(含材料費)
基本方案	安裝90支PA-40日光燈管	45000元
省電方案	安裝120支PB-28日光燈管	60000元

已知 n 支功率皆為 w 瓦的燈管都使用 t 小時後消耗的電能(度) $= \frac{n}{1000} \times w \times t$ ，若每支燈管使用時間皆相同，且只考慮燈管消耗的電能並以每度 5 元計算電費，則兩種方案相比，燈管使用時間至少要超過多少小時，採用省電方案所節省

- 的電費才會高於兩者相差的施工費用？
(A) 12200
(B) 12300
(C) 12400
(D) 12500

9

請翻頁繼續作答

31

13. 有一款線上遊戲推出「十連抽」的抽卡機制，「十連抽」意思為系統自動做十次的抽卡動作。若每次「十連抽」需用 1500 枚代幣，抽中金卡的機率在前九次皆為 2%，在第十次為 10%。今某生有代幣 23000 枚，且不斷使用「十連抽」，抽到不能再抽為止。則某生抽到金卡張數的期望值為 $\frac{(13-1)}{2} \cdot (13-2)$ 張。

▲111年學測數學A選填題第一題

2. 一副完整的撲克牌有 4 種花色，且每種花色皆有 13 種點數，分別為 2、3、4、5、6、7、8、9、10、J、Q、K、A，共 52 張。
某撲克牌遊戲中，玩家可以利用「牌值」來評估尚未發出的牌之點數大小。「牌值」的計算方式為：未發牌時先設「牌值」為 0；若發出的牌點數為 2 至 9 時，表示發出點數小的牌，則「牌值」加 1；若發出的牌點數為 10、J、Q、K、A 時，表示發出點數大的牌，則「牌值」減 1。

例如：從一副完整的撲克牌發出了 6 張牌，點數依序為 3、A、8、9、Q、5，則此時的「牌值」為 $0+1-1+1+1-1+1=2$ 。

請根據上述資訊回答下列問題，完整寫出你的解題過程並詳細解釋：

- (1) 若一副完整的撲克牌發出了 11 張點數小的牌及 4 張點數大的牌，則此時的「牌值」為何？
(2) 已知一副完整的撲克牌已發出 28 張牌，且此時的「牌值」為 10。若剩下的牌中每一張牌被發出的機會皆相等，則下一張發出的牌是點數大的牌的機率是多少？

越來越多的生活情境入題

17. 有三女三男共六位在校時和老師常有互動的同學，畢業後老師邀聚餐，餐後七人站一橫排照相留念。已知同學中有一女一男兩位曾有過不愉快，照相時不想相鄰，而老師站在正中間且三位男生不完全站在老師的同一側，則可能的排列方式共有 $\frac{(7-1)}{2} \cdot (7-2) \cdot (7-3)$ 種。

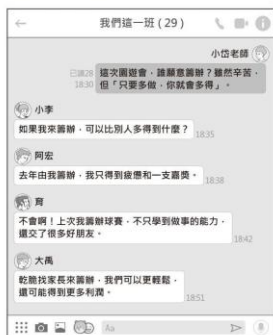
▲111年學測數學B選填題第五題

←111年會考數學非選擇題第二題

32

111年國中教育會考作文—**多做多得**

線上班級群組裡，師生正在討論圓週率：



日常生活中，你可能常會聽到「多做多得」的勉勵，你或許認同，或許感到困惑，也或許有其他體會，請結合自己的經驗或見聞，寫下你對「多做多得」的感受或想法。

111年寫作測驗級分分佈(共192240人應試)

級分	人數	占比
六級分	1973	1.02%
五級分	36669	19.07%
四級分	123550	64.28%
三級分	17201	8.95%
二級分	5736	2.98%
一級分	3096	1.61%
零級分	4015	2.09%

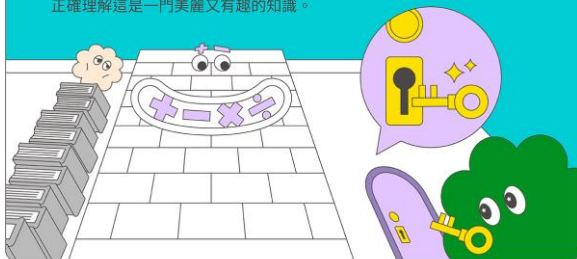
33

探索數學

「探索」是打開數學之門的鑰匙

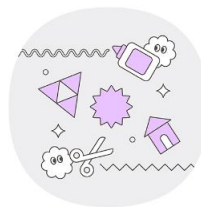
願意探索才能喜歡數學，學好數學

只要我們讓數學課更豐富，讓孩子多一些探索，就能因此發掘數學的趣味，正確理解這是一門美麗又有趣的知識。



具體

將抽象的數學，用圖像化、動手玩的形式呈現。



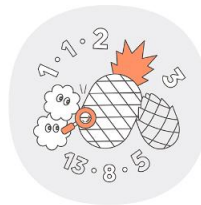
手作

孩子動手做，完成富數學意義及個人創意的作品。



跨域

數學融入藝術、科技等跨域知識，激發好奇心。



情境

從日常生活情境取材，拉近數學與孩子的距離。

34

生活中處處充滿數學



35



“Children learn as they play. Most importantly, in play children learn how to learn.” – O. Fred Donaldson

36



Game Implementation

• 獾鷲派對

遊戲介紹

- 遊戲人數3~5人。
- 準備卡牌：
- 數字卡1~15
- 加分卡+1~+10、扣分卡-1~-5。
- (可用名片卡製作)

HOL'S DER GEIER 獾鷲派對 | 天鵝快上手

遊戲進行

1



從牌庫頂翻開一張牌

2



所有玩家根據該牌選擇出一張手牌，覆蓋放在自己面前，所有玩家準備好時，一起翻開。

若為狐獾牌(得分牌)
由打出數值牌最大者
獲得。



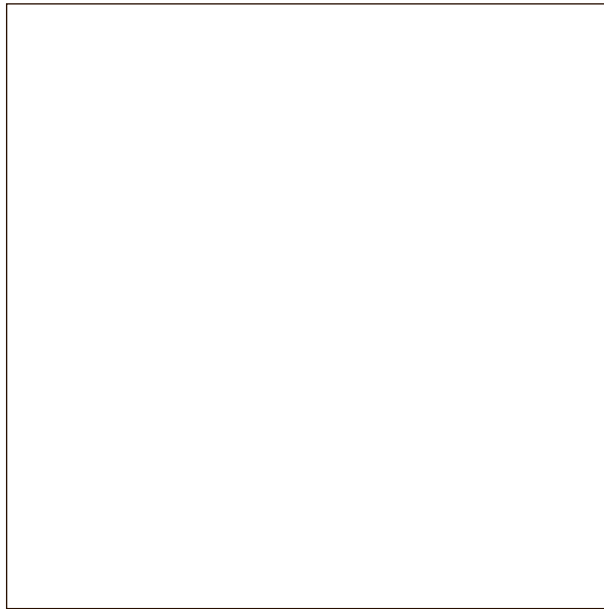
3

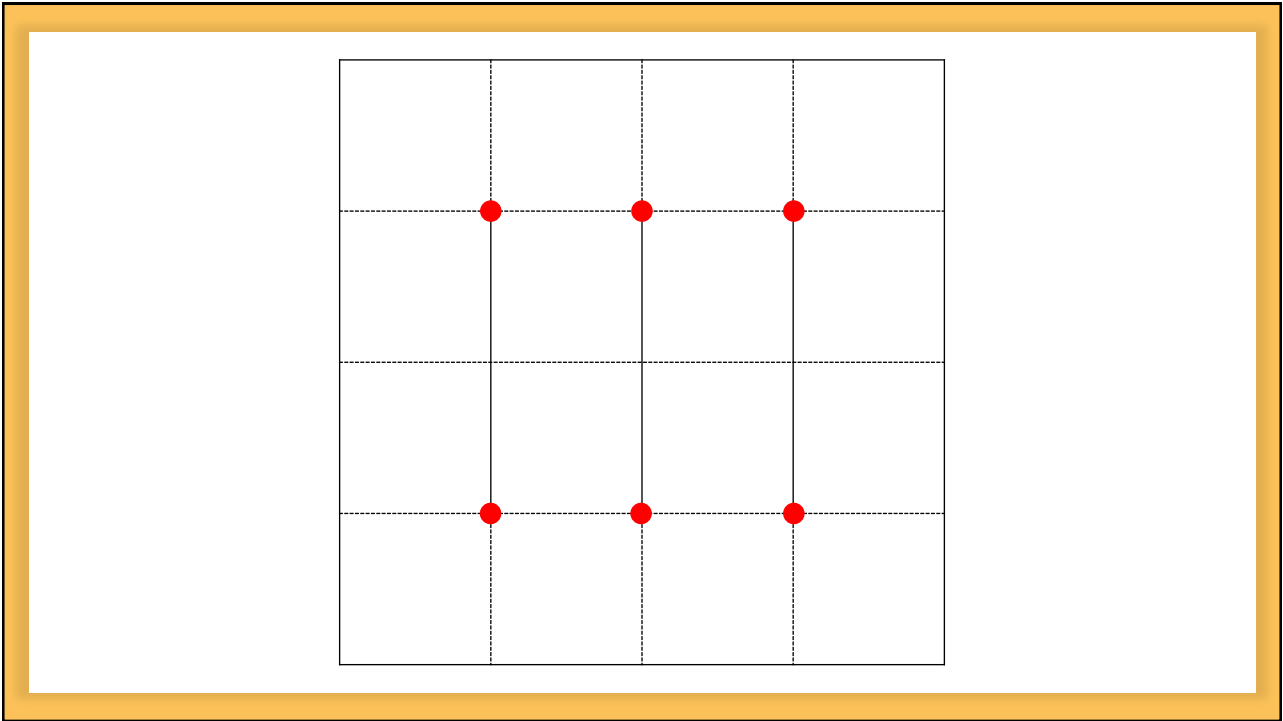
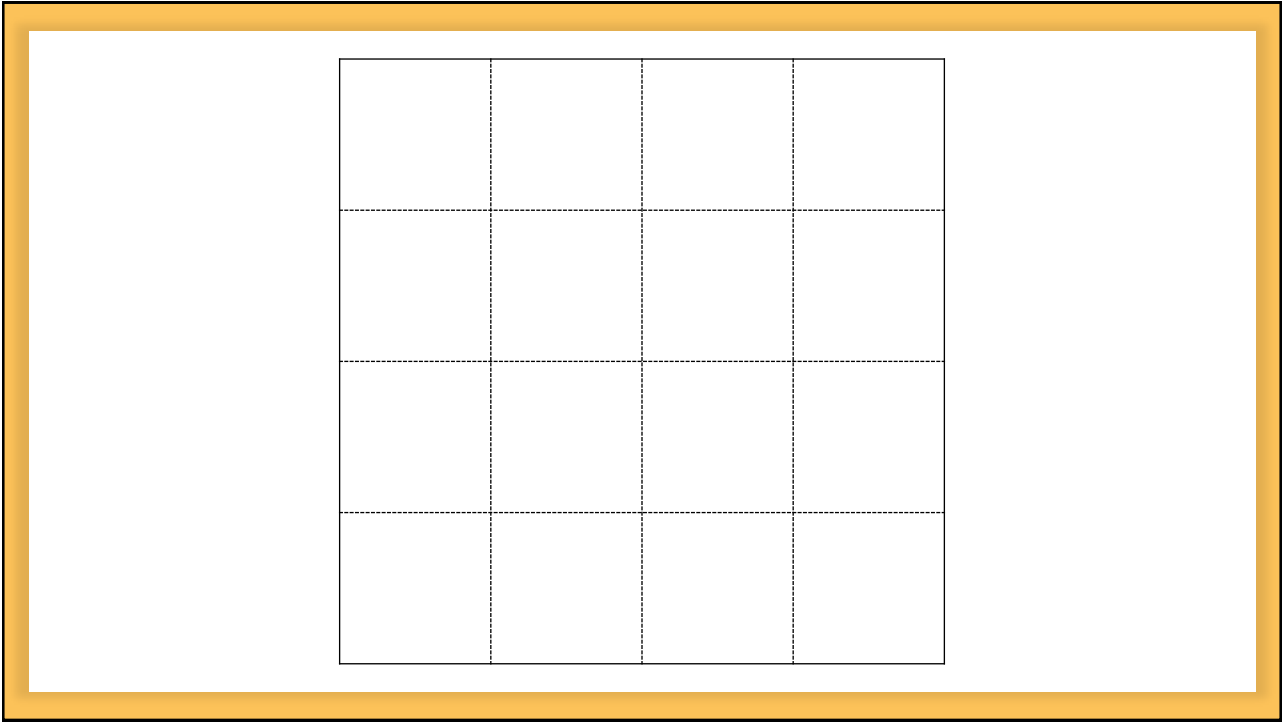
根據翻開來的是
狐獾牌或禿鷹牌
決定由牌大或牌
小的玩家得分。



若為禿鷹牌(扣分牌)
由打出數值牌最小者
獲得。





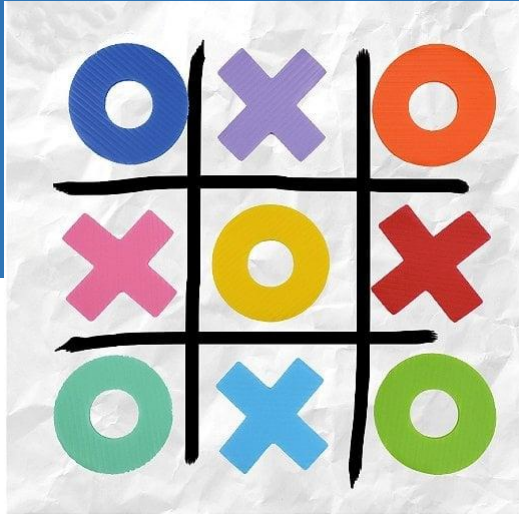


1	1	7	5
8	8	7	6
7	7	8	8
1	1	6	5

2	4	3	2
2	4	3	2
4	3	5	6
4	3	5	6

2	4	3	2
2	4	3	2
4	3	5	6
4	3	5	6

1	1	7	5
8	8	7	6
7	7	8	8
1	1	6	5



Game Implementation

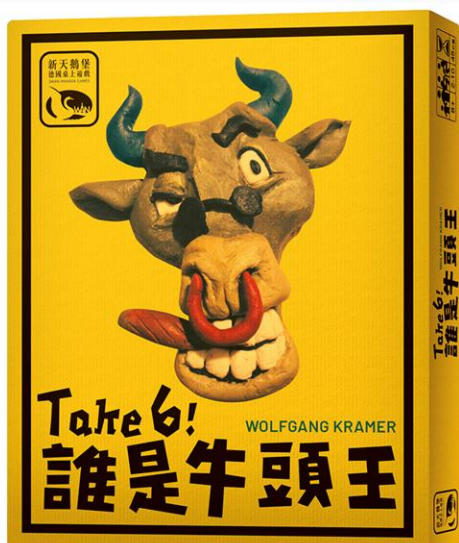
- 終極井字棋

遊戲介紹

- 棋盤是把原本圈圈叉叉的九個小方格再細分成3x3，形成一個9x9的大方格。
- 先手可以隨便下在任意一個格子內。
- 接下來的每一步需要下在小方格對應的大方格內。如果大方格中3x3的格子被填滿，則可以隨便下任一小方格。
- 遊戲剩一個小方格的時候結束。
- 在大方格內的3x3小方格，無論是直、橫、斜皆可連線。
- 比賽誰的連線數較多的獲勝。

小組討論

- 先手跟後手誰的優勢大？
- 在操作的時候，用了哪些策略？



Game Implementation

- 誰是牛頭王

遊戲介紹

- 遊戲人數2~10人。
- 發下1到100的數字卡。(可用名片卡製作)
- 在5結尾的數打兩個X。
- 在0結尾的數打三個X。
- 在11的倍數數字打五個X。(所以55要打七個X)
- 在其他沒打X的卡上都打一個X。
- 遊戲開始時每人發10張牌，接著大家同時打出一張牌並蓋著。
- 所有人蓋好後翻開，從最小的號碼開始接牌。
- <https://reurl.cc/7p8eay>
- 最多X的即為輸家。

小組討論

- 在操作的時候，用了哪些策略？
- 有什麼可以陷害別人的方式？
- 有什麼可以讓自己更好預測的方式？
- 玩遊戲的時候，你都在想什麼？



我們所期望的精熟數學學習



53

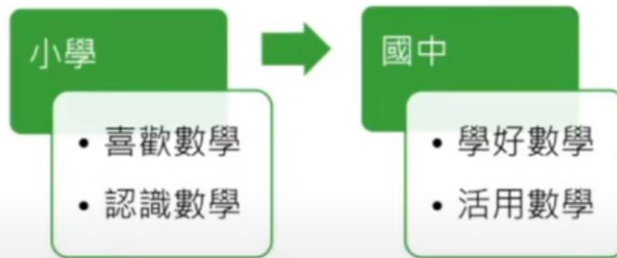
勉強中です



素養不僅是精熟，還包括
活用與**正向面對知識**的心態。

54

不同階段，不同重點



55

數學好？學好數學？

「數學好」的價值



探索數學世界新知



解決現實世界問題

「誰能學好數學」的新定義



少數數理天賦
性別刻板印象



具備正確心態
懂得學習方法

56

惠斯勒《黑色和金色的夜曲：降落的煙火》

- 王爾德：「倫敦沒有霧，因為惠斯勒畫出了霧，倫敦才有霧。」
- 之後，泰晤士河畔、大笨鐘起了霧，越來越多人駐足觀看，藝術家投入創作，倫敦就有了「霧都」的封號。
- 數學也是這樣子，生活中處處都是



NOTES

滿意度調查問卷

請於工作坊結束後，掃描下方 QRCode 填寫滿意度調查問卷，將提交完成的畫面交給工作人員確認，並進行簽退，中心將於一週內發送電子研習證明至報名之信箱。

