

112 學年度數學教學演示競賽活動

比賽（教案）設計

壹、設計理念

本次教案設計的主題為「探索 30° - 60° - 90° 的直角三角形」。教師先假設「台中市政府的都市發展局計劃在某座公園中，預計建造兩座形狀的溜滑梯，其形狀呈現直角三角形」之情境，讓學生測量兩個相似直角三角形的角度與邊長，透過動手操作，使學生理解在直角三角形中，某一銳角的角度決定邊長比值，該比值為不變量，不因相似直角三角形的大小而改變，並理解在特殊直角三角形 30° - 60° - 90° 的邊長比為「 $1:\sqrt{3}:2$ 」。

貳、教學分析

一、教材分析

內容分析	這份教案參考翰林版的教材架構，本單元為相似三角形的應用與三角比，教學內容可細分為「相似三角形的比例關係」、「簡易測量」、「三角比」，而在「三角比」中，將探討「特殊直角三角形的邊長比」與「直角三角形的三角比」。
地位分析	這份教案參考翰林版的教材架構，本章節探討相似形與三角比，共分為四個主題，首先是「連比」，其次是「比例線段」，接著三是「相似多邊形」，最後則為「相似三角形的應用與三角比」。本課程的教材內容以最後為主，此部分結合先前的學習經驗。期望學生能理解在直角三角形中，某一銳角的角度決定邊長的比值，該比值為不變量，不因相似三角形的大小而改變。

二、學生分析

學生在國小時，已建立「角度與邊長」的概念；到八年級時，學生進一步學習「畢氏定理」的基礎，並理解畢氏定理僅適用在直角三角形。同時，學生已掌握「三角形的邊角關係」，理解大角對大邊，小角對小邊的概念。

在本課程設計，學生需理解「特殊的直角三角形的邊長比」，以「 30° - 60° - 90° 的直角三角形」為例，學生需要知道其邊長比為「 $1:\sqrt{3}:2$ 」，而非「 $1:2:\sqrt{3}$ 」。

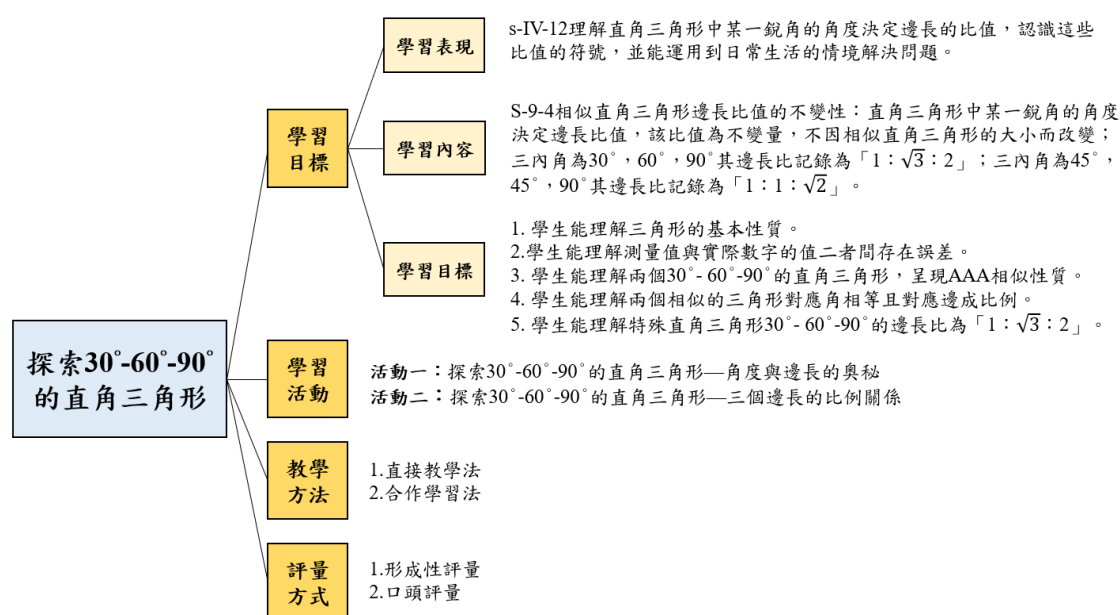
三、教學方法分析

本課程以「直接教學法」與「合作學習法」進行「特殊直角三角形的邊長比」的學習，二者教學方法分析，茲整理如表 1 所示：

表 1

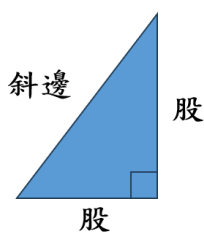
教學方法	內容分析
直接教學法	在本課程一開始，教師向學生說明學習目標—探索 30° - 60° - 90° 的直角三角形。教師以 <u>台中市政府</u> 規劃建造兩座相似的直角三角形形狀的溜滑梯為例，教師引導學生先測量兩個相似直角三角形的角度與邊長，進而深入理解 30° - 60° - 90° 的直角三角形邊長的比例關係。
合作學習法	在本課程的過程中，教師引導學生小組討論「為什麼用直尺測量 $\overline{BC}$ 與 $\overline{EF}$ 為近似值，而用畢氏定理計算是實際的值？」與「 $\sqrt{3}$ 和 2 哪一個數字比較大？」，教師讓學生們相互討論，鼓勵同儕間交換意見，達到合作互助的目的。

四、課程概念架構圖



參、教學活動設計

單元名稱	1-4 相似三角形的應用與三角比	適用年級	國中九年級		
課程名稱	探索 30°-60°-90°的直角三角形	教學時間	45 分鐘		
教材版本	自編教材為主，參考 112 年翰林版國中九年級數學課本				
教學準備	教師部分：自製三角形圖卡。 學生部分：課本、文具用品、量角器、直尺、計算機。				
能力指標/學習表現		分年細目/學習內容		單元教學目標	
s-IV-12 理解直角三角形中某一銳角的角度決定邊長的比值，認識這些比值的符號，並能運用到日常生活的情境解決問題。		S-9-4 相似直角三角形邊長比值的不變性：直角三角形中某一銳角的角度決定邊長比值，該比值為不變量，不因相似直角三角形的大小而改變；三內角為 30°，60°，90°其邊長比記錄為「1：√3：2」；三內角為 45°，45°，90°其邊長比記錄為「1：1：√2」。(備註：學生無使用計算機時，角度限於 30 度、45 度、60 度。)		1. 學生能理解三角形的基本性質。 2. 學生能理解測量值與實際數字的值二者間存在誤差。 3. 學生能理解兩個 30°- 60°- 90°的直角三角形，呈現 AAA 相似性質。 4. 學生能理解兩個相似的三角形對應角相等且對應邊成比例。 5. 學生能理解特殊直角三角形 30°- 60°-90°的邊長比為「1：√3：2」。	
單元教學目標		教學內容		時間	評量方式
		壹、引起動機與連結舊經驗 1. 教師向每位學生確認是否攜帶量角器、直尺、計算機，以及小老師所發下的兩張直角三角形圖卡。 2. 教師揭開本節課的學習內容——特殊直角三角形的邊長比。教師詢問學生何謂「特殊」？並複習直角三角形的兩股與斜邊。		5 分 (1 分) (2 分)	

	 3. 教師舉一個例子：「如果<u>台中市政府</u>的都市發展局計劃在某座公園的共融式遊樂場中，預計建造兩座形狀的溜滑梯，其形狀呈現直角三角形。請問：這兩個直角三角形內的角度分別為多少？邊長分別各為多少？」	(2 分)		
學生能理解三角形的基本性質。	貳、發展活動 【活動一】 (一) 活動名稱：探索 30°-60°-90° 的直角三角形—角度與邊長的奧秘 (二) 活動目的：藉由台中市政府都市發展局規劃在某座公園中，建造兩個直角三角形形狀的溜滑梯之情境，教師讓學生使用量角器和直尺，測量兩個直角三角形的度數及邊長，透過教師的引導，學生將理解兩個直角三角形皆為 30°-60°-90° 度，並認識其邊長之間存在著固定的比例關係。 (三) 活動內容與規劃： 1. 教師先請學生使用量角器測量 $\angle A$ 與 $\angle D$ 的度數，學生會發現其度數皆為 60° 度；接著，教師請學生測量 $\angle B$ 與 $\angle E$ 的度數，學生會發現其度數皆為 30° 度；教師請學生以「三角	15 分 (2 分)	形成性 評量	教師須下台巡視學生的學習狀況。必要時，提供其指導與協助。

	形的內角和」驗證這兩個三角形是否為直角三角形，並再測量$\angle C$與$\angle F$是否為90度？學生會發現這兩個直角三角形的度數皆為30-60-90度。			
學生能理解三角形的基本性質。	2. 教師請學生使用直尺分別測量$\overline{AC}$、$\overline{BC}$與$\overline{AB}$的邊長，學生會發現$\overline{AC}=1$、$\overline{BC}\approx 1.7\cdots$、$\overline{AB}=2$。 (1) 教師引導學生運用「畢氏定理」，觀察$\sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2}$的值沒有等於2；並引導學生運用，將$\sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2}$得到$\sqrt{3}$，發現$\overline{BC}$其實是一個近似值。 (2) 教師引導學生發現$\overline{AC}=1$、$\overline{BC}=\sqrt{3}$、$\overline{AB}=2$。	(4分)	形成性 評量	教師須下台巡視學生的學習狀況。必要時，提供其指導與協助。
學生能理解三角形的基本性質。	3. 教師再請學生使用直尺分別測量$\overline{DF}$、$\overline{EF}$與$\overline{DE}$的邊長，學生會發現$\overline{DF}=2$、$\overline{EF}$界在3.4與3.5之間、$\overline{DE}=4$。 (1) 教師引導學生運用「畢氏定理」，觀察$\sqrt{\overline{DF}^2 + \overline{EF}^2}$的值沒有等於4；並引導學生運用，將$\sqrt{\overline{DE}^2 - \overline{DF}^2}$得到$2\sqrt{3}$，發現$\overline{EF}$也是一個近似值。	(4分)	形成性 評量	教師須下台巡視學生的學習狀況。必要時，提供其指導與協助。

學生能理解兩個相似的三角形對應角相等且對應邊成比例。	2. 教師引導學生，理解兩個相似多邊形必須要對應角相等且對應邊成比例。此兩個相似的直角三角形的對應邊呈現什麼關係？	(2 分)	形成性評量	
學生能理解特殊直角三角形 30°-60°-90° 的邊長比為「$1:\sqrt{3}:2$」。	3. 教師引導學生發現，當圖形放大兩倍時，角度不會改變，但邊長會成比例增加 2 倍。教師引導學生理解特殊直角三角形 30°-60°-90° 的邊長比為「$1:\sqrt{3}:2$」。	(4 分)	形成性評量	
學生能理解特殊直角三角形 30°-60°-90° 的邊長比為「$1:\sqrt{3}:2$」。	4. 教師畫示意圖，並強調強調「1」為「1 份」，「$\sqrt{3}$」為「$\sqrt{3}$ 份」，「2」為「2 份」。教師引導學生理解 30° 的對應比例為 1；60° 的對應比例為 $\sqrt{3}$；90° 的對應比例為 2。	(3 分)	形成性評量	
學生能理解特殊直角三角形 30°-60°-90° 的邊長比為「$1:\sqrt{3}:2$」。	5. 教師請學生小組討論：「$\sqrt{3}$ 和 2 哪一個數字比較大？可以使用計算機驗證」，教師引導學生 2 比 1 大，2 可以寫成 $\sqrt{4}$，$\sqrt{3}$ 也可以表示為 $1.732\cdots$，因此 2 比 $\sqrt{3}$ 大。教師再次強調：「看到 30°-60°-90° 的直角三角形時，30° 所對的邊為 1，60° 所對的邊為 $\sqrt{3}$，90° 所對的邊為 2。」	(7 分)	口頭評量	學生進行互相討論時，教師下台巡視學生的討論情況，以提供其協助。

	(四) 活動總結與回饋：讓學生能理解特殊直角三角形 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ 的邊長比為「$1:\sqrt{3}:2$」，並理解 30° 所對的邊為 1，60° 所對的邊為 $\sqrt{3}$，90° 所對的邊為 2，也能清楚明白 2 比 $\sqrt{3}$ 大。			
	參、綜合活動 1. 教師請學生例題演練，並統整本節課的學習內容。例題： 「<u>當台中市政府都發局</u>注意到市民對於溜滑梯的熱烈反應時，局長決定興建一座直角三角形的溜滑梯，並選擇角度為 $30^\circ-60^\circ-90^\circ$。假定斜邊長 $\overline{AB}$ 為 10，那麼其餘兩邊 $\overline{AC}$、$\overline{BC}$ 的長度各為多少？」 Ans：$\overline{AC}=5$、$\overline{BC}=5\sqrt{3}$。 2. 教師指派回家作業，並預告下一節課的學習內容。 3. 教師請小老師統計本節課的小組加分分數。	5 分		

肆、教學評量

單元教學目標	評量方式	備註
學生能理解三角形的基本性質。	形成性評量	
學生能理解測量值與實際數字值二者間存在誤差。	口頭評量	小組討論
學生能理解兩個 30° - 60° - 90° 的直角三角形，呈現 AAA 相似性質。	形成性評量	
學生能理解兩個相似的三角形對應角相等且對應邊成比例。	形成性評量	
學生能理解特殊直角三角形 30° - 60° - 90° 的邊長比為「 $1:\sqrt{3}:2$ 」。	形成性評量、口頭評量	小組討論