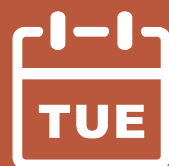


114學年度第1學期

數學教學專業知能增能工作坊

114/9/30



3:40PM - 5:30 PM

主題：

數學差異化教學

講師：南投縣政府教育處學務管理科

黃雅蘭主任

本校數學樓C205樓

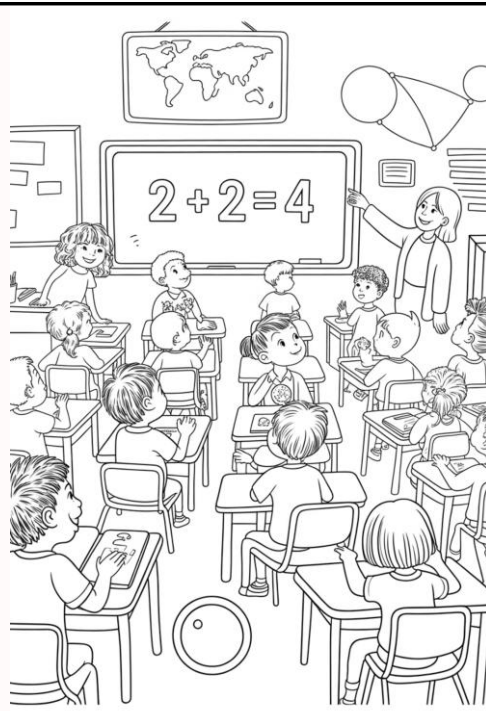


指導單位：教育部
主辦單位：國立臺中教育大學數學學習領域教學中心
協辦單位：國立臺中教育大學數學教育學系
國立臺中教育大學師資培育暨就業輔導處

數學差異化教學的理論與有效教學策略

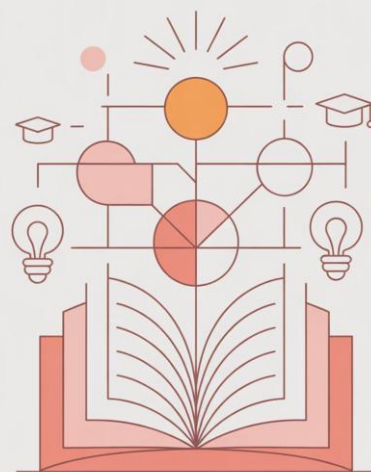
時間:114年9月30日

講師:南投縣教育處黃雅蘭博士



第一章：差異化教學的理論基礎

差異化教學不僅是一種教學方法，更是一種教育哲學，融合了建構主義、多元智能理論以及個別差異心理學等多個領域的研究成果。



Learning is a Journey

什麼是差異化教學？

個別化調整

根據每位學生的能力水平、學習興趣與認知風格，靈活調整教學內容、教學方法與教學節奏，確保每個學習者都能在最適合自己的環境中成長。

多元途徑

提供多種學習路徑和表達方式，讓學生透過視覺、聽覺、觸覺等不同感官管道接受和處理數學概念，增強學習效果。

核心目標

讓每位學生都能在適合自己的節奏與深度中學習數學，建立自信心，培養數學思維能力，最終達成學習目標。

差異化教學強調的不是降低標準或簡化內容，而是透過多元化的教學策略，讓所有學生都能達到相同的學習目標。這種教學方式認知到每個學生都是獨特的個體，擁有不同的學習偏好、能力水平和背景經驗。

差異化教學的核心理論

建構主義學習理論

學生主動建構知識，教師提供適當的鷹架支持，讓學習者在現有知識基礎上逐步建立新的概念理解。這要求教師深入了解每位學生的認知起點。

- 強調學生主動參與學習過程
- 重視先備知識與新知識的連結
- 鼓勵反思與後設認知能力發展

多元智能理論

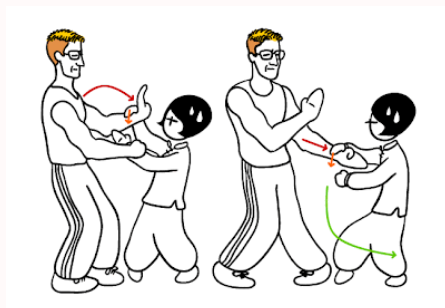
Howard Gardner提出的多元智能理論為差異化教學提供重要依據，認知到學生具有不同類型的智能優勢，數學教學應善用這些差異。

- 邏輯-數學智能：抽象推理能力
- 空間智能：幾何圖形理解
- 語言智能：數學表達與溝通
- 肢體-動覺智能：操作式學習

這些理論共同指向一個重要結論：教師的角色必須從傳統的知識傳遞者轉變為學習促進者和引導者，創造豐富多元的學習環境，激發每位學生的潛能。

面對不同程度學生的處理方式

- 診斷問題
- 事出必有因
- 尋求資源
- 找出解決方法
- 見招拆招、持續抗戰

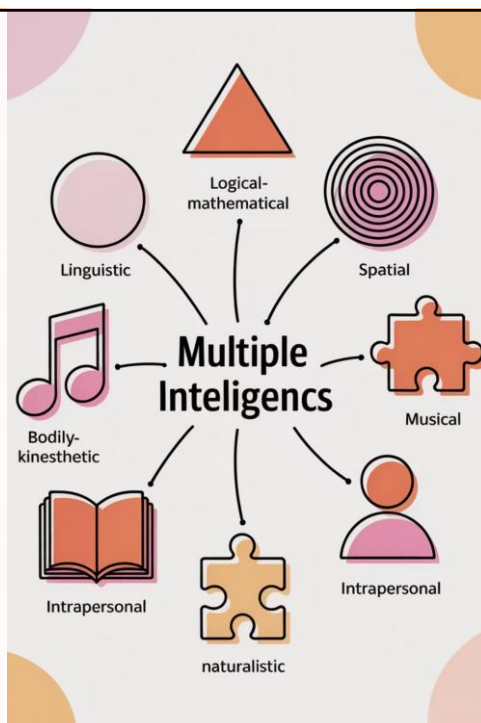


此相圖 (作者: 未知的作者) 已通過 CC BY-NC-ND 授權

5

多元智能理論為數學差異化教學提供了重要的理論框架，如圖示展現了不同智能類型如何在數學學習中發揮作用：

1. 語文智能幫助學生理解數學語言和應用題；
2. 數理邏輯智能支持抽象思維和推理能力；
3. 空間智能協助幾何概念的理解；
4. 肢體動覺智能透過操作和實驗加深概念理解；
5. 音樂智能可用於記憶數學規律；
6. 人際智能促進合作學習；
7. 內省智能幫助學生反思學習過程；
8. 自然觀察智能則協助發現數學模式和規律。



數學學習中的差異挑戰

01

基礎能力差異

學生在數學基礎知識、計算技能、概念理解等方面存在顯著差異，這些差異往往隨著年級增長而擴大，形成學習落差

03

動機與情意差異

學生對數學的態度、興趣、自我效能感和焦慮程度都不相同，這些情意因素深深影響著學習成效和參與度。

這些挑戰使得傳統的統一進度、統一內容、統一評量的教學模式顯得不足，迫切需要更靈活、更個別化的教學方法來回應學生的多元需求。

02

認知風格差異

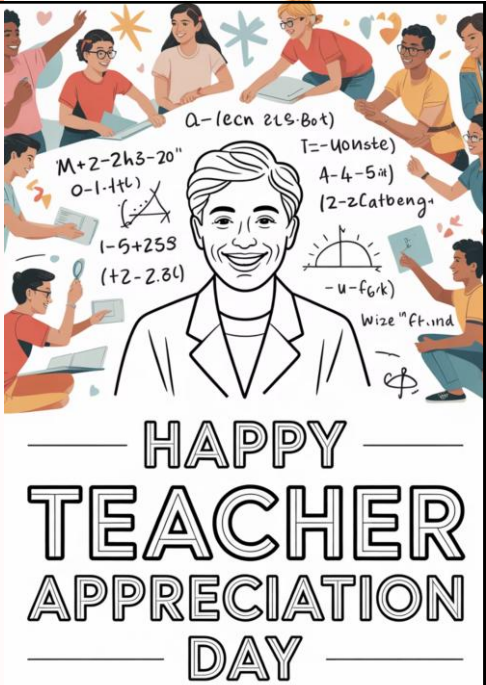
有些學生偏好視覺化學習，有些則更適合聽覺或動手操作。傳統教學往往無法兼顧這些不同的認知偏好。

04

學習節奏差異

每位學生的學習速度和理解深度都不同，需要個別化的時間安排和進度調整，以確保真正掌握概念。

第二章 數學差異化教學面臨的挑戰



一、教師常見困境

時間管理挑戰

在有限的課堂時間內，如何同時照顧不同程度的學生？如何設計多層次的教學活動？如何確保每位學生都能得到適當的關注和指導？這些都是教師面臨的現實困境。

- 課程進度壓力與個別化
- 教學的平衡
- 多層次活動設計的時間成本
- 個別指導時間的有效分配

教材設計困難

如何設計既符合課程標準又能滿足不同學習需求的教材？如何創建多元化的評量工具？這需要教師具備更高的專業能力和創新思維。

- 分層教材的開發與選擇
- 多元評量方式的設計
- 學習資源的整合與運用

技術與資源限制

許多學校缺乏足夠的數位設備、教學軟體或多媒體資源，限制了差異化教學策略的實施。此外，教師的資訊技術能力也需要持續提升。

- 硬體設備的不足
- 軟體工具的學習成本
- 技術支援的缺乏

二、學生學習障礙與誤解

概念抽象化困難

數學概念往往具有高度抽象性，特別是微積分中的導數概念。學生容易陷入機械式的公式記憶，而缺乏對概念本質的深度理解。這種表面學習導致知識無法靈活運用，遇到變化的題型就束手無策。

表徵轉換障礙

學生在圖形、代數、語言等不同數學表徵之間的轉換常遇困難。例如，無法將函數的代數表達式與其圖形表示相互對應，或者無法將文字敘述轉化為數學模型。

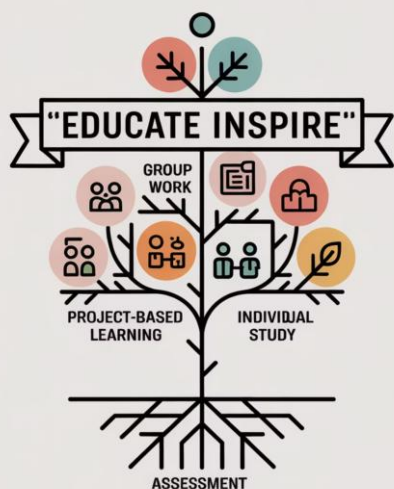
錯誤概念的持續影響

學生常帶著錯誤的數學概念進入新的學習階段，這些迷思概念不僅難以根除，還會干擾新概念的學習，形成學習障礙的惡性循環。

Equation Exploration



學習障礙往往源於概念理解不足、學習方法不當，以及缺乏適當的學習支持。差異化教學正是要針對這些問題，提供更有效的解決方案。



第三章 有效的數學差異化教學策略

1. 直接教學法



清晰講解

教師運用簡明扼要的語言，系統性地講解數學核心概念，確保邏輯清楚、層次分明，讓學生能夠跟上思路脈絡。



重點聚焦

特別適用於基礎知識傳授與關鍵概念強調，幫助學生建立穩固的數學基礎，為後續學習做好準備。



科技整合

在複合教學環境中，可結合平板、互動投影等數位工具，同步進行線上與實體教學，擴大教學影響力。

直接教學法雖然看似傳統，但在差異化教學中仍佔有重要地位。關鍵在於如何針對不同學生群體調整講解的深度、速度和方式，確保每位學生都能理解核心概念。

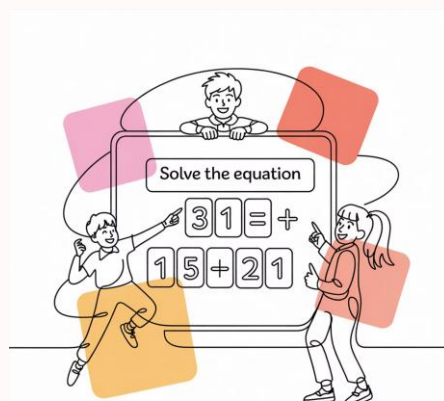
2. 活動式學習與遊戲化

數學遊戲的力量

透過精心設計的數學遊戲，可以有效培養學生的批判性思維、問題解決能力和團隊合作精神。遊戲化學習不僅增加趣味性，更重要的是讓學生在輕鬆的氛圍中自然地接觸和掌握數學概念。

互動科技應用

利用互動白板進行數學拼圖、策略遊戲或即時競答，可以大大提升學生的參與度和學習動機。這些工具讓抽象的數學概念變得具體可見，幫助學生建立更深刻的理解。



遊戲化學習創造了一個安全的學習環境，學生可以在其中自由探索、嘗試錯誤，而不必擔心犯錯的後果。這種學習方式特別適合那些對傳統教學方式反應較差的學生。

3. 提示教學法

1

引導性提問

透過精心設計的問題序列，逐步引導學生思考，讓他們自己發現解題思路和數學規律，培養獨立思考能力。

2

同儕互助

鼓勵學生之間相互提示與合作解題，創造合作學習的氛圍，讓學習成為社群互動的過程。

3

混合教學適用

特別適合遠距與面授混合教學模式，可透過線上討論區、即時聊天等工具實施，打破時空限制。

提示教學法的核心在於「教學相長」，學生在給予或接受提示的過程中，都能加深對概念的理解。這種方法特別有助於發展學生的後設認知能力。

4. 示範教學法

01

分步驟示範

教師清楚地展示數學問題的解題步驟，讓學生看到完整的思考過程，理解每一步的邏輯和必要性。

02

數位工具應用

利用數位工具製作動態教學影片、互動圖形或步驟動畫，讓抽象概念變得具體可見，增強學習效果。

03

視覺化呈現

透過圖形、圖表、動畫等視覺化方式，幫助學生理解抽象的數學概念，特別適合視覺學習型學生。

示範教學法的成功關鍵在於示範的清晰度和學生的參與度。教師需要確保示範過程中每個步驟都被學生理解，並提供足夠的練習機會讓學生模仿和內化。

5. 合作學習法

異質性分組

將不同能力、背景和學習風格的學生編成小組，透過小組合作共同解決數學問題，促進同儕學習和社交互動技能發展。

混合模式組隊

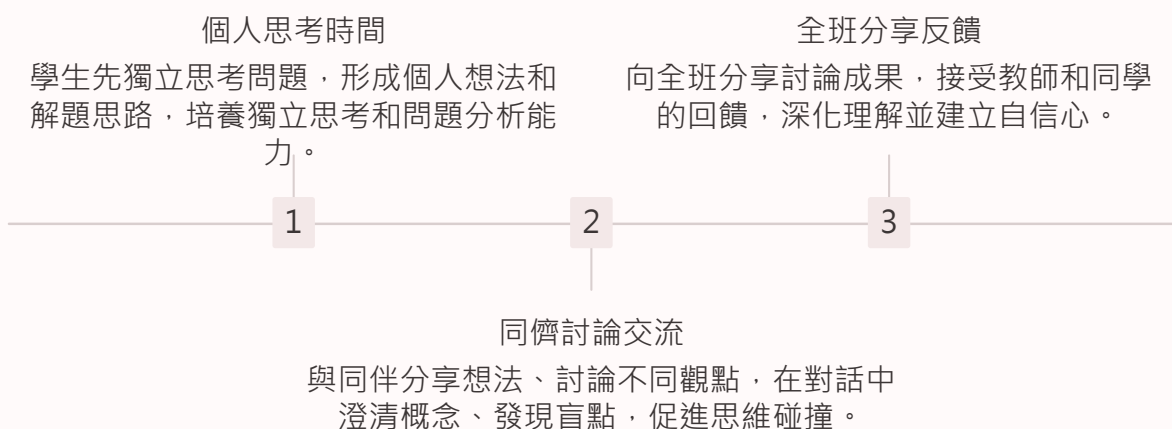
在混合教學環境中，可讓遠距學生與現場學生組成混合團隊，打破地理限制，創造更豐富的合作學習體驗。

數位協作工具

透過共筆系統、線上討論平台、協作軟體等工具，支持學生進行即時協作，記錄思考過程，分享學習成果。

合作學習不僅能提升學習成效，更重要的是培養學生的溝通能力、領導能力和團隊精神。教師需要設計結構化的合作活動，確保每位學生都能積極參與。

6. 思考、配對、分享



這種策略特別適合促進深度學習和多角度思考，也是形成性評量的好工具。教師可以透過觀察學生的討論過程，及時了解學習狀況並調整教學。

7. 兩分鐘簡報法

簡潔表達訓練

學生需要在短時間內清楚表達自己的學習心得或解題思路，這要求他們必須抓住重點、邏輯清晰，有效訓練表達能力和思維組織能力。

自信心建立

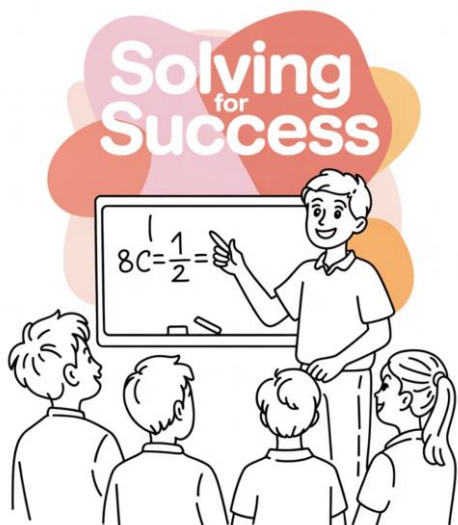
透過公開發表，學生可以展示自己的學習成果，獲得成就感和自信心，同時也能接受同儕的正面回饋和建設性建議。

數位工具應用

在教學中，可利用數位工具如padlet、loilonote，讓學生輪流進行簡短報告，維持課堂互動和參與度。

即時評量工具

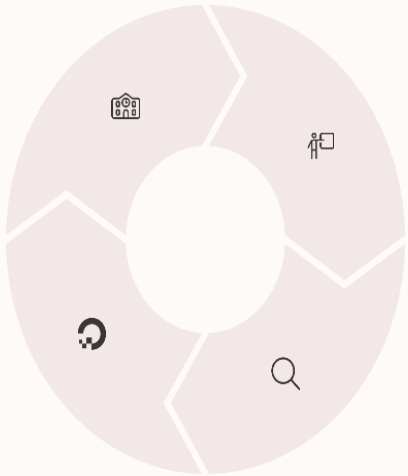
教師可以透過學生的簡報內容，快速了解學習狀況，識別需要加強的概念或技能。



8. 同儕協助學習

學生互教
讓學習能力較強的學生擔任小老師，協助同儕學習，在教學過程中深化自己的理解。

數位支援
結合數位工具、即時通訊工具，讓同儕協助不受時空限制，隨時提供學習支援。



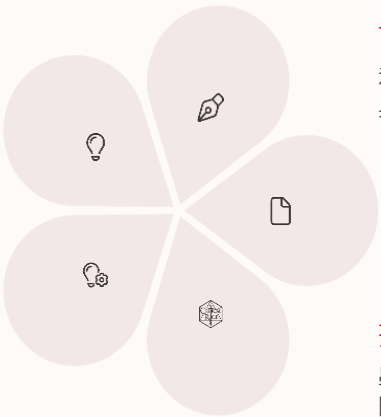
教師輔導
教師退居輔助角色，提供必要的指導和支持，讓學生成為學習的主體。

責任培養
學生在協助他人的過程中，培養責任感和自主學習能力，建立正向的學習態度。

9. 腦力激盪法

創意發想
鼓勵學生自由發想不同的解題方法和創新思路

創新解題
探索多元化的數學表達和問題解決途徑



協作軟體
利用心智圖、協作平台等工具共建知識地圖

創造力培養
培養學生的創造性思維和問題解決能力

批判思維
學會評估和改進不同的解題策略和想法

腦力激盪法能夠激發學生的創造潛能，讓他們敢於提出不同的想法和解法。這種開放性的學習環境特別有利於培養數學創新思維和解決複雜問題的能力。



第四章

數學差異化教學的實務案例與工具

一、結合放聲思考、數學閱讀的差異化數學教學策略

1. 在「內容 (Content)」上的差異化策略

- 分層次的閱讀材料：針對同一數學概念，提供不同複雜度的文本。

低分群學生

- 提供圖文並茂、生活化情境的閱讀材料，引導他們用「放聲思考」的方式，大聲讀出題目、說出關鍵字詞的意義，並嘗試用自己的話重述題意。這有助於教師即時掌握他們的理解瓶頸。

中分群學生

- 提供標準的課本內容或補充講義，鼓勵他們在閱讀時，放聲思考解題步驟之間的邏輯關聯，例如「因為題目說...所以我下一步應該要...」。

高分群學生

- 提供更抽象、更具挑戰性的延伸閱讀材料，例如數學史故事或概念的嚴謹證明，要求他們放聲思考，提出批判性問題或比較不同解法的優劣。

二、在「過程 (Process)」上的差異化策略

教師示範放聲思考

教師在講解例題時，應刻意放慢速度，示範如何「閱讀」題目並「放聲思考」。

邊讀題目邊畫線、圈關鍵字，同時說出自己的思考過程：「看到『等差級數』，我腦中浮現了三個公式...題目給了首項和末項，所以用梯形公式可能最快...」。

• 同儕互助的放聲思考 (Reciprocal Teaching)

在異質分組中，程度較好的學生可以向同儕示範如何閱讀題目並放聲思考解題過程。

充當「小老師」的角色，這也符合維高斯基的鷹架理論。

在同質分組

學生可以一起閱讀題目，輪流說出自己的想法與困惑點。

教師進行診斷，能讓同儕與教師清楚地看到每個人的思考盲點。

結構化的閱讀與思考任務：教師可以設計學習單，引導學生進行數學閱讀與思考。

第一步

- 請大聲朗讀題目。

第二步

- 用自己的話說出題目的要求是什麼？（數學閱讀的理解）

第三步

- 說出你認為解題需要用到哪些舊知識？（放聲思考的連結）

第四步

- 說出你的第一個解題步驟，以及為什麼？（放聲思考的計畫）。

三、在「成果 (Product)」上的差異化策略

- 學生的學習成果不應只有紙筆測驗，更應包含他們思考與表達的過程。

錄製解題影片

- 鼓勵學生（特別是中高分群）錄製自己「放聲思考」解題的短片。
- 此可作為評量工具，也能成為同儕學習的寶貴資源。

口頭報告與解釋

- 要求學生上台時，不僅僅是寫出答案，更要能口頭說明自己是如何「閱讀」並「理解」題目，以及如何一步步思考出解法的。
- 有效評估他們高層次的認知與後設認知能力。

概念圖或心智圖

- 讓學生透過閱讀單元內容後，繪製概念圖
- 口頭解釋圖中各個概念之間的連結，這是一種將內在思考可視化的有效方式。

四、促進數學理解的解題歷程

1. 了解問題意義 (問題轉譯)

讀懂每個句子的意思，將文字轉譯為內在表徵。這需要良好的語言知識和閱讀能力。

2. 問題整合

將題目中所有陳述句整合成一個具體的數學問題類型。

3. 擬定解題策略

根據所學的數學方法，規劃解決問題的策略。

4. 執行與評估

執行計算，得出答案，並評估結果是否合理。

閱讀
理解
關鍵

4-1-讀-畫-寫 (Read-Draw-Write) 策略：視覺化數學問題



閱讀 (Read)

完整而仔細地閱讀問題，不急於尋找數字或開始計算。重點在於理解問題的完整情境和故事脈絡，建立問題的整體印象。



繪圖 (Draw)

運用圖像來表示問題中的數量關係。可以使用線段圖、數量圈、表格或簡單的示意圖，將抽象的數學關係具象化。



書寫 (Write)

清楚地寫出解題步驟、計算過程和最終答案。透過文字表達強化邏輯思維，確保解題過程的合理性和完整性。

讀-畫-寫策略結合了文字理解、視覺表徵和邏輯表達三個層面，幫助學生建立多元化的問題理解途徑。特別適合空間視覺型學習者。

實例演示：公園裡的狗狗問題

「公園裡有9隻狗在玩耍，其中3隻跑回家了，之後又來了2隻新的狗。現在公園裡有幾隻狗？」

常見錯誤思維：學生可能會將所有數字相加（ $9+3+2=14$ ），而忽略了「跑回家」意味著減少。

正確的讀-畫-寫過程：

- 讀：理解這是狗隻數量變化的問題
- 畫：畫出9個圖圈代表狗，劃掉3個，再加上2個
- 寫： $9 - 3 + 2 = 8$ (隻)



4-2-RUCSAC解題策略：系統化問題解決流程

RUCSAC是一個完整的六步驟解題框架，每個字母代表一個關鍵步驟。這個策略幫助學生建立結構化的思維模式，減少解題過程中的混亂和焦慮。

R - 閱讀 (Read)

仔細閱讀整個問題，確理解每個詞彙和句子的含義。不要急於開始計算，先建立對問題的整體理解。

U - 劃線 (Underline)

劃出關鍵的數字、單位、條件和問題要求。避免劃太多內容，只標記真正重要的資訊。

C - 選擇 (Choose)

根據問題類型選擇適當的解題策略或方法。考慮是否需要畫圖、列表或使用特定的數學概念。

S - 解題 (Solve)

按照選定的策略進行計算和推理。注意每個步驟的邏輯性和正確性，保持計算的準確度。

A - 回答 (Answer)

寫出完整的答案，包括適當的單位和表達方式。確保答案直接回應了原問題的要求。

C - 檢查 (Check)

檢驗答案的合理性，可以用不同方法驗算或估算來確認結果的正確性。



教學提示：RUCSAC策略特別適合數學焦慮較高的學生，因為它提供了清晰的步驟指引，讓學生知道「下一步該做什麼」，從而降低解題時的不確定感和壓力。

4-3- 有效的診斷學生解題困難的策略

- 紐曼錯誤分析法 (Newman Error Analysis)：這是一個用來診斷學生解題困難點的分析框架，包含五個層次，能幫助教師了解學生是在哪個環節出錯，研究顯示，學生通常在理解、轉換和後續步驟中面臨的挑戰最大。



1. 教師運用互動式科技工具，引導不同背景和能力的學生共同參與數學學習。
2. 透過大型觸控螢幕，抽象的數學概念變得具體可見，學生可以直接操作、實驗和探索。這種教學方式不僅照顧到視覺學習者的需求，也為動覺學習者提供了動手操作的機會。
3. 提供協作式的學習環境讓學生之間可以相互學習、共同成長。這正是差異化教學追求的目標。
4. 利用多元化的教學工具和方法，讓每位學生都能在最適合自己的方式中學習數學。



第五章 差異化教學的評量與反饋

多元評量設計

形成性評量

透過課堂觀察、口頭報告、同儕互評、即時回饋等方式，持續監控學生的學習進展，及時發現問題並調整教學策略。

- 即時問答與課堂討論
- 學習日誌與反思報告
- 同儕評鑑與互助學習
- 數位工具即時回饋

總結性評量

設計分層測驗、開放性問題、專題報告等多元化的評量方式，全面評估學生的數學能力和學習成果。

- 分層次測驗卷設計
- 開放性問題解決
- 數學專題研究
- 實作評量與表現任務

歷程評量

重視學習過程中的思考歷程、問題解決策略和概念理解發展，而非僅注重最終答案的正確性。

- 解題過程分析
- 錯誤類型診斷
- 學習策略評估
- 概念理解深度

多元評量的目標是為每位學生提供展現能力的機會，讓不同學習風格和能力的學生都能透過適合自己的方式展現學習成果。

利用數據分析支持教學調整

數據收集
透過學習管理系統收集學生的學習行為、作業表現、測驗結果等多維度數據。

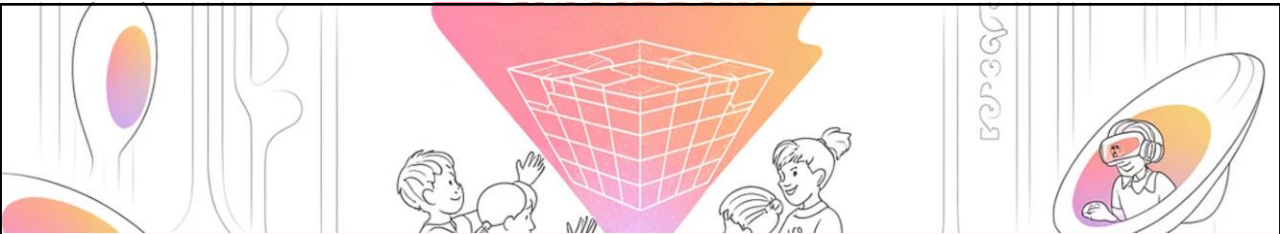
個別化學習
為每位學生提供個別化的學習建議和輔導方案，促進個人成長。



數據分析
運用統計工具分析學習數據，識別學習模式、問題點和成長趨勢。

策略調整
根據數據分析結果，調整教學策略、內容難度和學習活動設計。

數據驅動的教學決策可以讓差異化教學更加精準和有效。透過客觀的數據分析，教師能夠更好地理解每位學生的學習狀況，提供適切的支持和挑戰。



第六章 未來展望與持續發展

一、數學差異化教學趨勢



AI個性化學習

人工智慧可以即時分析學生的學習表現，自動調整教學內容的難度和節奏，提供真正個別化的學習路徑。AI導師系統能夠24小時提供學習支持，回答問題並提供個別化的練習建議。



沉浸式學習體驗

虛擬實境和擴增實境技術讓學生能夠在三維空間中探索數學概念，例如在虛擬環境中「走進」幾何圖形內部，或是視覺化複雜的數學函數關係，創造前所未有的學習體驗。



跨領域整合

未來的數學教育將更加強調與科學、工程、藝術等領域的整合，培養學生的STEAM能力，讓數學學習更具實用性和創造性，符合21世紀人才培育的需求。

這些趨勢不僅改變了教學方式，更重新定義了數學學習的可能性。教師需要積極擁抱這些變化，同時思考如何在技術創新中保持教育的人文關懷。

二、教師專業成長

持續學習的必要性

面對快速變化的教育環境，教師需要持續更新差異化教學的理論知識和實務技能。這包括學習新的教學策略、掌握數位工具的使用，以及理解最新的學習科學研究成果。

專業社群的力量

透過教師專業學習社群，分享教學經驗、交流最佳實務、共同解決教學挑戰。這種協作式的專業成長模式能夠加速教師的成長，並建立支持性的教學環境。

研究與實務的結合

鼓勵教師參與行動研究，在實際教學中驗證理論，並將研究結果反饋到教學實務中，形成理論與實務相互促進的良性循環。

Professional Development



三、持續創新與反思

勇於嘗試多元策略

鼓勵教師保持開放的心態，積極嘗試新的教學方法和工具。創新並不意味著完全拋棄傳統，而是在傳承中求發展，在實驗中求進步。

重視教學反思

定期反思教學成效，收集學生反饋，分析教學過程中的成功與不足。透過系統性的反思，不斷改進教學方法，提升教學品質。

學生需求為中心

始終以學生的學習需求和發展為中心，根據學生的回饋和表現調整教學策略。教學的目標是促進學生的學習和成長，而非展示教師的知識或技能。

創新和反思應該成為教師專業生活的常態。透過持續的創新嘗試和深度反思，教師能夠不斷提升自己的專業能力，為學生提供更好的教育服務。

Collaborative Learning Journey



小結:

- 差異化教學的核心精神：「教學是一場共同的旅程」。在這個旅程中，教師不再是高高在上的知識傳授者，而是與學生並肩前行的夥伴和引導者。
- 因材施教-每位學生都帶著獨特的天賦、興趣和挑戰來到這個學習共同體，而教師的任務就是幫助每個人找到屬於自己的成長道路。這種共同成長的理念體現了差異化教學的人文關懷：我們不僅要關注學生的學術成就，更要關心他們的全人發展。

在這個過程中，教師也在學習，也在成長，師生之間形成了互相學習、互相啟發的美好關係。

結語：
讓每個孩子都能在數學中找到屬於自己的光芒

教育公平與卓越的實現

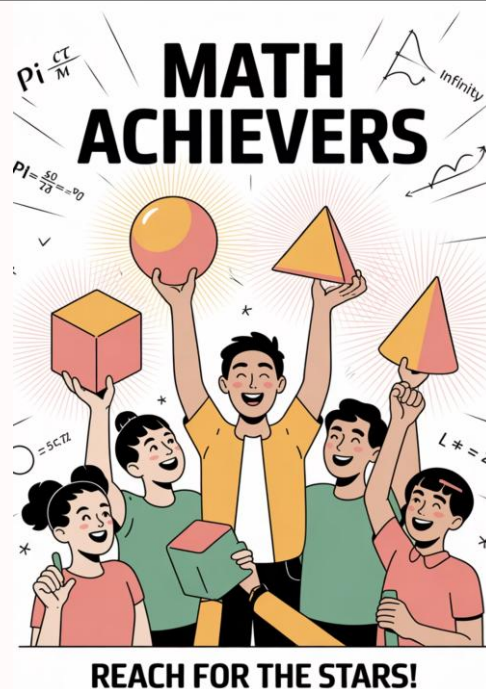
差異化教學是實現教育公平與卓越的重要途徑。它承認並尊重每位學生的獨特性，為每個人提供適合的學習機會，讓所有學生都能在數學學習中獲得成功體驗。

數學教育的美好願景

讓數學成為激發學生潛能與創造力的舞台，而不是製造挫折和焦慮的場域。每位學生都應該有機會體驗數學的美妙、發現數學的價值、享受數學的樂趣。

教師使命的重新定義

每位教師都有機會成為學生學習旅程中的重要引路人。透過差異化教學，我們不僅傳授知識，更啟發思維、培養能力、點燃夢想。



NOTES

NOTES

SCAN ME!



請於工作坊結束後，掃描左方QRCode 填寫滿意度調查問卷，將提交完成的畫面交給工作人員確認，並進行簽退，中心將於一週內發送電子研習證明至報名之信箱