

雙語數學《有多長》教學案例

一、教學設計理念

本教案的設計以繪本《How big is a foot?》開啟教學主軸，數學概念聚焦間接比較、個別單位的比較、長度合成與分解。學生學習前的先備知識包含已認識並能描述物件的長是從哪裡到哪裡，學會透過直接比較，判斷哪個物件比較長（短）、比較高（矮）、比較厚（薄），以及會分辨直線和曲線的不同，能比較直線和曲線的長度和能用直尺畫出直線。

以繪本開展本教案的教學原因在於，陳茗茵、張僑平（2021）對一年級做數學繪本教學的探索性研究後發現，數學繪本教學對一年級學生的數學概念的掌握程度能提高；數學課堂專注力能提升；數學學習興趣提升及對數學課堂有所期待。並且，數學繪本在數學教學上具有其價值與特質，包含具有親和力且輕鬆的數學教材；加強數學概念溝通討論的工具；連結數學概念和生活情境的教材；提供傾聽、寫作及討論數學概念的機會；在有意義的情境中運用數學知識；改變學童對數學的看法；擴展學童的數學知識（鐘靜，2012）。

再者，數學領綱提出：數學史能夠幫助理解數學發展在不同時期與不同文化的差異，更能協助教師釐清數學學習的主軸。適時地在數學教學中融入適當的數學史內容，可以提升數學教學品質與學生的學習成效（教育部，2018）。《How big is a foot?》繪本和數學史的關聯也能引發學生思考數學的歷史脈絡及文化背景。因為，FOOT（英尺），一英尺的測量起源可以追溯到古代文明，當時它被用作長度的標準測量單位。腳作為測量單位的確切起源尚不清楚，現今英尺是整個歐洲的通用測量單位，最常用的 FOOT 是國際腳，一碼為 3 英尺，一英尺為 12 英吋。普遍認為，人類的腳無疑是「英尺」測量單位的起源，並且在很長一段時間內也是其長度的定義。據說，1100 年開始統治的英國國王亨利一世決定以英尺標準化此計量單位，作為新的標準長度單位。國王亨利一世的英尺長為 12 英寸，他希望使英格蘭的計量單位標準化。但也有人認為這不太可能，因為有記錄表明英尺這個詞在亨利一世出生前約 70 年就被使用過。不過，也有人不排除亨利一世重新定義（校準）「英尺」的可能性。也就是說，一位新的統治者可能會嘗試為現有的單位更換一個新的標準，不過，也有人認為當年亨利一世國王的英尺可能不像現代測量的英尺單位一樣長。《How big is a foot?》繪本就是透過關於「英尺」所流傳的歷史加以改編而成。學生在學習有多長時，藉由相關數學史的繪本瞭解個別單位的測量以及引發學生思考標準測量單位的重要性、單位測量的自然演變、歷史脈絡等，在在提升學生數學學習的深度和廣度。

最後，選擇《How big is a foot?》繪本做教學的開啟，除了此繪本內容能引導學生思考本教案後續間接比較、個別單位的比較及未來單位（公分、公尺）教學的思考基礎外，也希冀藉由低年級學生喜歡圖文豐富的繪本讀物，以圖畫的吸引力與繪本的創意力，引發學生學習興趣、引入數學學習概念、引動數學思維動機，使學生徜徉於繪本故事時，不知不覺進入了數學「長度」的學習世界。並且，在長度間接比較、個別單位比較內容，重視讓學生經由實作、操作的機會，理解間接比較與個別單位比較的需求與解決問題的方法，以作為未來長度學習的奠基。

本教案的重要數學概念描述

(一)長度的間接比較

長度的間接比較需求，在於要比較的兩物品，無法使用直接比較時，選擇可複製的其中一物，複製其完整的長度，再與所要比較的另一物做直接比較。是學生此階段所應經由實作、操作學會的解決長度比較問題的方法之一。

(二)長度的個別單位比較

藉由相同物件（作為個別單位），進行累積複製所要測量的兩個比較物品至大約完整的情況後，再點數累積複製的數目，就是兩個比較物品大約（幾個個別單位）的長度，透過個別單位的測量，把長度量轉化為數量進行比較。因為使用個別單位測量長度時，經常無法剛好符合完整的個別單位量，故建議可用比幾個個別單位多一點，少一點及「大約」的用詞說明清楚即可。另外，為了避免浪費時間與精力，提醒學生勿用太小的單位量過大的物品；或用太大的單位量過小的物品，引導學生選擇恰當的個別單位，也是培養學生長度量感學習的重點。舉凡生活中或教室中適合的個別單位包含迴紋針、小白積木、橘色積木、相同大小橡皮擦、彩色筆或身體可使用的手指、手掌長、腳掌長等。

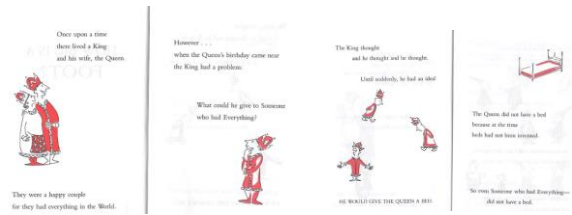
(三)長度的合成與分解

利用個別單位的測量，可以將長度的合成與分解，轉化成數的加減問題。例如：將一條紙帶剪成兩段，則兩小段紙帶接合的長度，會等於原紙帶的長度，表示「兩小段紙帶長度可合成原紙帶長度」或「原紙帶長度可分解成兩小段紙帶長」。

二、教學活動示例

單元名稱	有多長 How long is it ?	設計者	張雅文、石玫芳、孫德蘭、 陳蕙菁
適用年級	一下	總節數	5
核心素養	A1 身心素質與自我精進 具備身心健全發展的素質，擁有合宜 的人性觀與自我觀，同時透過選擇、分析與運用新知，有效規劃生涯發展，探尋生命意義，並不斷自我精進，追求至善。 B1 符號運用與溝通表達 具備理解及使用語言、文字、數理、肢體及藝術等各種符號進行表達、溝通及互動，並能了解與同理他人，應用在日常生活及工作上。 C2 人際關係與團隊合作 具備友善的人際情懷及與他人建立良好的互動關係，並發展與人溝通協調、包容異己、社會參與及服務等團隊合作的素養。		
數學領域 核心素養 具體內涵	數-E-A1 具備喜歡數學、對數學世界好奇、有積極主動 的學習態度，並能將數學語言運用於日常生活中。 數-E-B1 具備日常語言與數字及算術符號之間的轉換能 力，並能熟練操作日常使用之度量衡及時間，認識日常經驗中的幾何形體，並能以符號表示公式。 數-E-C2 樂於與他人合作解決問題並尊重不同的問題解決想法。		
學習重點	學習表現	n-I-7 理解長度及其常用單位，並做實測、估測與計算。	

	學習內容	N-1-5 長度（同 S-1-1）：以操作活動為主。初步認識、直接比較、間接比較（含個別單位）。 備註：活動內容含直線與曲線。本條目教學無常用單位（N-2-11）。		
教材來源	自編			
教學設備/ 資源	活動一	繪本 ppt、兩種顏色的繩子、床墊圖片、腳印圖片、緞帶、卡片。		
	活動二	繪本 ppt、紙張、筆、數學課本、數學習作、腳印圖片、古氏積木。		
單元教學 目標	學科 教學目標	1. 能複製和記錄物件的長度，並做間接比較。 2. 能利用個別單位實測物件的長度，並做間接比較。		
	語言 教學目標	句型： How long is it? It is ____  . How long is it? It is ____ blocks long. 單字： king、queen、foot、feet、block、three、six、four		
學生先備 經驗	學科先備 經驗	1. 認識並描述物件的長，並透過直接比較，知道哪個物件比較長。 2. 理解身高也是一種長度量，並做直接比較。 3. 理解厚度也是一種長度量，並做直接比較。 4. 認識直線和曲線，並能進行直線和曲線的長度比較。		
	語言先備 經驗	句型：Which one is longer/shorter ? It is longer/shorter. 單字：longer、shorter		
活動簡介	活動次序	活動名稱	教學目標	節數
	活動一	長度的間 接比較	1. 能複製物件的長度。 2. 能透過複製活動，間接比較物件的長短。 3. 能透過遞移，間接比較物件的長短。	2
	活動二	長度的個 別單位比 較	1. 能透過相同個物，進行長度的個別單位複製。 2. 能透過相同個物，進行長度的個別單位比較。 3. 透過繪本理解使用同一個個別單位測量的重要性。 4. 能察覺用不同個別單位測量同一長度時，其測量結果的單位數可能不同，並能說明原因。	3

故事簡介	此本書的書名是“How big is a foot ?”，作者為 Rolf Myller，出版社為 Yearling Books，出版日期是 1991/6/15。 國王想送給女王一個生日禮物，想來想去想送給女王一張床。 問題是：因為當時床還沒有被發明出來，王國里沒有人知道一張床有多大？ 故事內容說明他們如何想像床、測量床的長和寬、確定床的長和寬的尺寸。	
教學內容 學生可能反應 評量		
【活動一】長度的間接比較 一、準備活動 (一)引入繪本情境 1. 教師透過導讀繪本”How big is it ? ”簡報 p.1-4 的內容，敘述皇后的生日要到了，國王想要送她禮物，但皇后什麼都擁有了，到底要送皇后什麼禮物呢？ 2. 學生自由發表後，再公布國王的決定。 (繪本內容 p.1-4)  (二)認識床墊的尺寸 1. 國王最後決定要訂製皇后專屬的床，請學生想一想，床上要放置床墊，床墊依照大小有分哪些尺寸呢？ 2. 引導學生認識一般的床墊的尺寸可以分成單人床、雙人床和加大的床墊，加大的床墊又稱為 king size 床墊。 二、發展活動 (一)引入測量需求 國王自己睡的床墊尺寸是 king size，他想要知道 king size 的床墊，藍色和紅色哪一條直直的邊比較長？複習英語”Which one is longer ? ” 到底要怎麼比呢？ (二)討論與實作一	1-1 當學生回答不出來時 可以揭示事先準備好的圖片	能聽懂” Which one is longer ? ” 並回答問題。

1. 教師準備好國王 king 床墊的圖片，提問：床墊的藍邊和紅邊，哪一邊比較長？並用” Which one is longer?” 再問一次。簡報先呈現左方的立體圖，實測時要給學生右方的圖片。



2. 請學生兩人一組，先想一想要怎麼比，討論後再實作，實作後請學生發表。
3. 教師根據學生的發表再追問：
 - (1) 回答 2-2：為何要用 2 條繩子剪出和藍邊紅邊一樣長之後再比較長短？
 - (2) 回答 2-3 和 2-4：為何用 1 條繩子就可以比出紅邊比藍邊長，紅邊比較長？或者藍邊比紅邊短，藍邊比較短？
 - (3) 你認為什麼時候會需要使用另外的物品例如繩子，來比出兩物品的長短？
4. 師生歸納
 - (1) 當物品無法直接放在一起比長短的時候，可以用繩子等物品先剪出與其中一邊一樣長的繩子後，再拿來與另一邊相比。
 - (2) 藍邊與藍繩一樣長，紅邊比藍繩子長，所以紅邊比藍邊長，紅邊比較長。
 - (3) 教師再用” Which one is longer?” 提問，全班學生用” Red one is longer.” 回答。

(三)討論與實作二

1. 國王要做一張生日卡片送給皇后，想要將一條緞帶貼在卡片的一邊做裝飾，貼在哪一邊，緞帶才不會露出來？
2. 教師提問：「貼在哪一邊，緞帶才不會露

2-1 買兩個床墊來比

2-2 拿兩條藍、紅顏色的繩子，分別剪出和藍邊紅邊一樣長，再比較藍繩和紅繩，紅繩比藍繩長，所以紅邊比藍邊長。

2-3 拿紅繩子比出和紅邊一樣長後再剪掉，再拿紅繩和藍邊比長短，紅繩比藍邊短，所以紅邊比藍邊長。

2-4 拿藍繩子比出和藍邊一樣長後再剪掉，再拿藍繩和紅邊比長短，藍繩比紅邊短，所以藍邊比紅邊短，也就是紅邊比藍邊長。

Red one.

Red one is longer.

紅邊比較長。

要貼在比緞帶長的一邊，緞帶才不會露出來。

能用繩子做出和紅邊等長的長度並與藍邊比較長短。

能清楚說明因為繩子比藍邊長，所以紅邊比藍邊長。

能用繩子做出和藍邊等長的長度並與紅邊比較長短。

能清楚說明因為繩子比紅邊長，所以藍邊比紅邊長。

能聽懂” Which one is longer?” 並用” Red one is longer.” 回答問題。

出來」，意思是緞帶要跟什麼比長短？緞帶比卡片的邊長或短的時候，才不會露出來？



3. 教師準備好各組一張卡片(畫上紅邊和藍邊)和一條緞帶，請學生兩人一組，先想一想討論後再實作，實作後請學生發表比長短的方法和結果。

4. 教師提問：

(1)緞帶和藍邊比長短，哪一個比較長？

” Which one is longer ? ”

你是怎麼知道的？

(2)緞帶和紅邊比長短，哪一個比較長？

” Which one is longer ? ”

你是怎麼知道的？

5. 教師追問：

(1)藍邊和緞帶比，藍邊比緞帶長；

緞帶和紅邊比，緞帶比紅邊長；

藍邊和紅邊，哪一個比較長？

比出結果後再用英語” Which one is longer ? ” 提問，學生用” Blue one ? or Red one ? ” 回答。

(2)紅邊和緞帶比，紅邊比緞帶短；

緞帶和藍邊比，緞帶比藍邊短；

紅邊和藍邊，哪一個比較短？比出結果後再用英語” Which one is shorter ? ” 提問，學生用” Red one ? or Blue one ? ” 回答。

6. 師生歸納

● 先比藍邊比緞帶長，緞帶比紅邊長：

(1) 緞帶和藍邊比(將緞帶和藍邊對齊)，教師用” Which one is longer ? ” 提問，全班用” Blue one is longer. ” 回答。

4-1 拿緞帶先跟藍邊比，藍邊比緞帶長(或緞帶比藍邊短)，所以貼在藍邊。

4-2 拿緞帶再跟紅邊比，緞帶比紅邊長(或紅邊比緞帶短)，所以不能貼在紅邊；再跟藍邊比，緞帶比藍邊短，所以貼在藍邊。

5-1 因為藍邊比緞帶長、緞帶又比紅邊長，所以藍邊比紅邊長。

5-2 因為紅邊比緞帶短，緞帶又比藍邊短，所以紅邊比藍邊短。

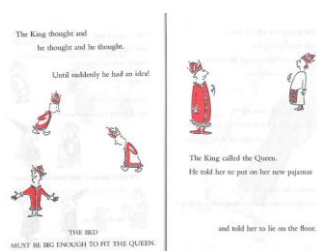
能聽懂” Which one is longer ? ” 並用清楚說明理由。

能聽懂” Which one is longer ? ” 並用” Red one 或 Red one ” 回答。

能聽懂” Which one is longer ? ” 並用” Red one 或 Red one ” 回答。

(2) 緞帶和紅邊比(將緞帶和紅邊對齊)，教師用” Which one is longer?” 提問，全班回答緞帶。 (3) 三種物品比長短時，可以先比出藍邊比緞帶長，緞帶又比紅邊長，就可以知道藍邊比紅邊長。 ● 先比緞帶比藍邊短，紅邊比緞帶短： (1) 藍邊和緞帶比(將藍邊和緞帶對齊)，教師用” Which one is shorter?” 提問，全班用回答緞帶。 (2) 紅邊和緞帶比(將紅邊和緞帶對齊)，教師用” Which one is shorter?” 提問，全班用” Red one is shorter.” 回答。 (3) 三種物品比長短時，可以先比出緞帶比藍邊短，紅邊又比緞帶短，就可以知道紅邊比藍邊短。 三、綜合活動 (一)老師在黑板上貼許多文具的圖片，老師找出鉛筆的圖片貼在黑板中間，並說：全部圖片只有鉛筆圖片可以移動，齊他都要乖乖地不能移動或拿走。 (二)老師指著水彩筆和鉛筆盒圖片(散在黑斑的兩個地方，無法直觀比較)問：水彩筆和鉛筆盒，哪一個比較長？請自願的學生上台拿著鉛筆圖片比一比。 (三)教師提問：你是怎麼比出來的？		能聽懂” Which one is shorter?” 並用” Red one 或 Red one” 回答。
教學內容	學生可能的反應	評量
一、準備活動：快速複習故事內容（繪本 p. 1~6） 教師邀請學生說明繪本 p. 1~6 的故事內容，以引入情境，如果學生無法完整說完故事，教師可以引導學生接龍完成故事大意。 二、發展活動： (一)生活物品跟長的關聯 1. 教師說明故事內容 教師引入繪本 p. 7-8 的圖片或簡報，並說		能說出故事大意

明故事內容：

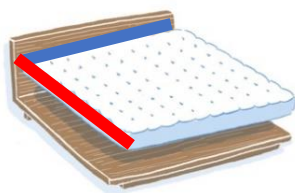


p. 7-8

於是，國王叫來大臣，要求他做出一張床。做出一張床的命令一層一層地從大臣到木匠再到學徒。他們向國王提出疑問：「床要多大呢？」國王想了想，決定床一定要夠大讓皇后睡。於是，國王請皇后穿上她的睡衣，再躺在地上。

2. 教師引發數學內容討論

(1) 教師出示床的圖片，並帶領全班討論：



①國王跟大臣和學徒說：「床一定要夠大讓皇后睡。」為題目，詢問學生是否知道為什麼床要夠大嗎？

②生活中，床夠大要讓大家能躺著舒服些，一般來說，紅色線跟身長有關，這床要給皇后使用，紅色線跟皇后的身長有什麼關係？

(2) 教師將學生分成兩人一組，由學生分組討論出生活中什麼東西也要夠長，才可以使用？

(3) 學生分享討論結果。

①學生可能指出床夠大才能打滾、人才能睡得進去…。

②-1 能指出床不夠長，睡覺的人的腳會在床的床沿或是懸空在半空中。

②-2 床的長要比皇后的身長還要長一點點。

鞋子要比腳的長再多一點點，如果跟腳的長一樣，會緊緊卡卡的，有的還穿不進呢！

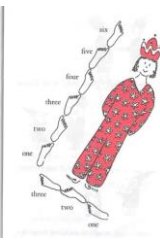
媽媽買褲子給我會買長一些、衣服會買大一些，怕我成長太快…

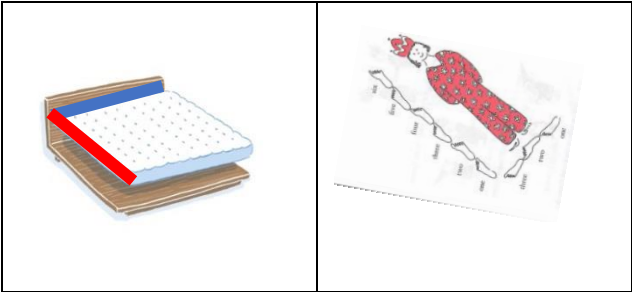
能聆聽故事，並理解故事的意義。

能說出床要夠大的理由

能理解身高也是長

能舉例說明生活中物品要夠大的例子和原因

(4) 教師帶領全班討論：國王請皇后躺在地上的目的是什麼？猜猜看。 3. 師生總結 (1) 之前學過身高也是長的一種，所以床跟人的身長有關係，會比人的身長多一些。 (2) 生活中有許多與長有關的例子，如床的長、鞋子的長，這些在生活中使用，一般都會比身長、腳長還要長。 (二)個別單位引入 1. 教師說明故事內容 教師引入繪本 p. 9-10 的圖片或簡報，並說明故事內容：  The King took off his shoes and with his big feet walked carefully around the Queen. He counted that the bed must be THIRTEEN FEET WIDE AND SIX FEET LONG to be big enough to fit the Queen. (including the covers which the Queen sometimes liked to wear to sleep) p. 9~10 國王脫下了鞋子，很小心地在皇后的身邊踩著步伐，算出床的這邊是 6 個腳印長，床的這邊是 3 個腳印長。（教師邊說邊比著圖說明） 2. 教師引發數學內容討論 (1) 教師帶領全班討論： 國王請皇后躺在地上再來量，是在量皇后的身高有多長，還是床應該有多長？ (2) 教師將學生分成兩人一組，由學生分組討論： ① 國王脫下鞋子，用他的腳來量。量出來的是國王的腳印，國王可以穿著	國王要知道皇后的身長，皇后站著不好測量，才請皇后躺在地上。 (1)-1 說明皇后要躺在床上，所以床會比皇后的身長再長一點點。 (1)-2 少數學生能說出家裡夠大，床可以更大，如果家裡不大，床會接近身長。 國王脫下鞋子用腳印來量，要穿鞋子來量也可以，	能勇於猜想 能察覺生活物品與長度的關聯 能聆聽故事，並理解故事的意義。 能理解身長是長的一種 能理解生活中物品要夠大的原因 能察覺腳印和鞋子都可以做
---	--	--

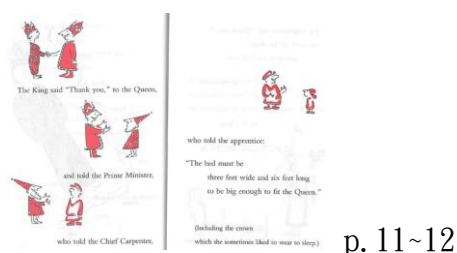
鞋子量嗎？為什麼？ ②你仔細觀察國王的腳印，你發現了什麼？ ③為什麼腳印和腳印之間不能有空隙？ ④曉華想知道他家的桌子有多長，你會建議他用什麼來量？你也會告訴他量的時候要注意什麼？	只要這個東西可以拿來量東西都可以。 全部都是腳印，都是國王的腳印，沒有大臣的腳印。腳印要接著腳印 腳印必須和腳印連接，不可以有空隙，有空隙時，算幾個時會不準。 桌子很高不能用腳印，可以選別的東西。書包裡的書本、鉛筆盒都可以拿來量，也可以用手來量。	為測量的單位 能察覺個別單位都是同一種 能察覺使用個別單位測量不可有空隙 能舉出生活中的物品作為個別單位
3. 師生總結 (1) 教師出示床的圖片和國王測量的結果圖片。  (2) 再用手指著床的長度，詢問學生：國王量了以後，床的這裡到這裡和國王的幾個腳印一樣長？How long is it? It is ____  . (3) 教師指著床的寬度，詢問學生：國王量了以後，床的這裡到這裡和國王的幾個腳印一樣長？How long is it? It is ____  . (4) 身邊的物品都可以拿來當測量的東	依據教師比的動作和對照圖片，用中文六或英語 six 來說明。 依據教師比的動作和對照圖片，用中文三或英語 three 來說明。	能理解腳印是個別單位，再數出有幾個腳印就是物件的長 能聽懂” How long is it? ” 並用” 數字或 six” 回答。 能聽懂” How long is it? ” 並用” 數字或 three”

西，但是在量的時候，要使用同一個東西，緊連著不可以有空隙，再數出有幾個東西，就是你要測的物品是幾個東西長。

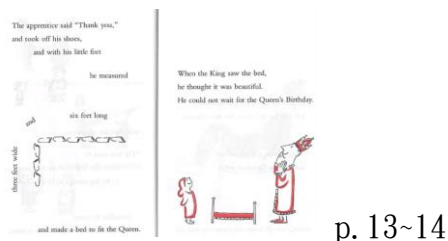
(三)個別單位的重要

1. 教師說明故事內容

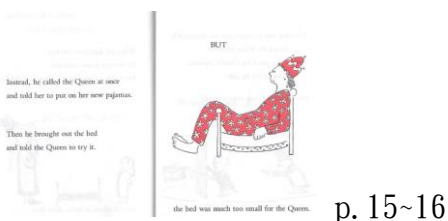
教師引入繪本 p. 11-16 的圖片或簡報，並說明故事內容：



國王把這個數字傳遞下去。每個人都被告知床的這邊是 6 個腳印長，床的這邊是 3 個腳印長。



學徒說了聲謝謝，脫下自己的鞋子，並用自己的腳做出了符合 6 個腳印長與 3 個腳印長的精美小床。國王也很期待皇后生日的到來。



但是，這張床對皇后來說太小了！

2. 教師引發數學內容討論

(1) 教師帶領全班同學討論「為什麼這張床對皇后來說太小了？」，教師鼓勵學生可以發揮想像力，提出床的大小變得不一樣的原因。如果學生提出皇后長胖或長高，教師宜說明皇后沒有

學徒的腳印比國王小(短)學徒用學徒自己的腳印長來做，數符合 6 個腳印長

回答。

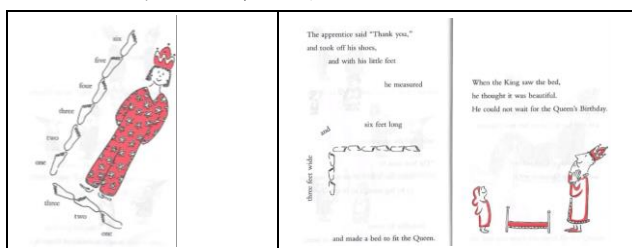
能察覺以個別單位複製和測量的重點

能察覺個別單位不同

數字相同，但使用的腳印不同，測出來會不

改變，把焦點轉移到測量上，另外，如果學生提出學徒故意做錯和材料不足，教師宜說明學徒不敢得罪國王，學徒很仔細和用心的做，把焦點聚焦在測量單位上。

- (2) 教師詢問學生國王用他的腳印去量，用手指著下圖說明這一邊是 6 個國王的腳印，量這一邊是 3 個國王的腳印，學徒就用自己的腳印，也用 6 個腳印和 3 個腳印，數字沒用錯，怎麼做出來的床太小？



3. 師生總結

- (1) 國王的身高比學徒高，國王的腳印長也比學徒的腳印長。
(2) 學徒用同樣的數字，但因為不是國王的腳印，做出來的床就太小。

(四) 個別單位的實測活動

1. 實測活動

- (1) 學生兩人一組進行以古氏積木測量數學習作的寬(21cm)。古氏積木如下圖：



- (2) 一個學生拿咖啡色積木，一個學生拿淺綠色進行測量數學習作活動。

與 3 個腳印長的床，但會比較小。

數字相同，但使用的腳印不同，測出來會不一樣長做出來的床就會不同。

一樣長做出來的床就會不同。

能察覺測量同一物件，個別單位的長度短，所使用的數量要多才會做出來的成品一樣。

能排出 3 個咖啡色積木來描述數學習作的寬
能排出 7 個淺綠色積木來

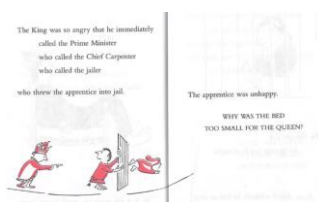
能以古氏積木作為個別單位進行長度複製

2. 學生分享和全班討論 (1) 教師拿著咖啡色積木，以英文「How long is it? It is ___ blocks long.」詢問學生。 (2) 教師拿著淺綠色積木，以英文「How long is it? It is ___ blocks long.」詢問學生。 (3) 教師拿著咖啡色和淺綠色積木，以英文「Which one is longer?」、「Which one is shorter?」分別詢問學生。 (4) 教師拿著咖啡色和淺綠色積木，詢問學生在測量數學習作有多長，是咖啡色積木用得最多？還是淺綠色積木？ (5) 小朋友拿著不同顏色的積木測量數學習作有多長，為什麼淺綠色積木用得比咖啡色積木多？ 3. 師生總結 (1) 教師稱讚學生拿著咖啡色和淺綠色積木量數學習作有多長能做到用同一種積木，拼排無空隙，且能正確數出數量，表現得很棒！ (2) 用不同顏色的積木測量數學習作的同一邊，因為淺綠色積木比較短，用的數量就比較多；因為咖啡色積木比較長，用的數量就比較少。	描述數學習作的寬 用中文三或英語 three 來說明。 用中文七或英語 seven 來說明。 說出咖啡色積木比淺綠色積木長 說出淺綠色積木比咖啡色積木短 淺綠色積木用得最多 咖啡色積木比白色積木長，所以需要比較少個來排用淺綠色積木可以少排幾次，比較快完成。 因為咖啡色積木有 7 格，淺綠色積木有 3 格，咖啡色比較長，所以就用得少。	能聽懂「How long is it?」並用中文或英文(number)回答積木的數量 能聽懂「Which one is longer?」、「Which one is shorter?」 能察覺測量同一物件，個別單位的長度短，所使用的數量會多。 能察覺測量同一物件，個別單位的長度長，所使用的數量會少。 能察覺測量同一物件，個別單位的長度短，所使用的數量會多。 能察覺測量同一物件，個別單位的長度長，所使用的數量會少。
---	---	--

(3) 如果學徒堅持用自己的腳印做出 6 個國王腳印這一邊，數量是 6 個？還是比 6 個多？還是比 6 個少？

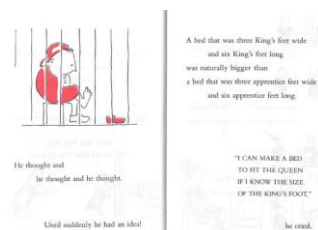
(五) 個別單位中單位量與單位數的重要

1. 教師說明故事內容



p. 17~18

國王為此非常地生氣，於是，學徒就被關進牢裡。他非常不開心，而且一直思考著：為什麼床會太小呢？



p. 19~20

學徒想到原因，並大喊著要為自己伸冤。



p. 21~22

經過一番說明，大家終於知道問題出來在哪邊。所以，國王找來了雕刻家，請他雕了一個與國王的腳一模一樣的模型，並送到牢裡去。

用學徒自己的腳印長來做，數量要比 6 多。學徒的腳印比國王的腳印小，國王的腳印要排 6 個，拿學徒的腳印來排，會比 6 個多才能排的跟 6 個國王的腳印一樣長。

能察覺測量同一物件，個別單位的長度短，所使用的數量會多。

這個床是用國王腳尺寸的數字測量，學徒用他的腳印和國王腳印相同的數字來製作。

能察覺個別單位不同，即使數量相同，測出來的長也會不一樣長。

學徒比國王矮，腳印會比較小。

學徒的腳印小，使用 6 個腳印，還是太短了，所以做出來的床太小。

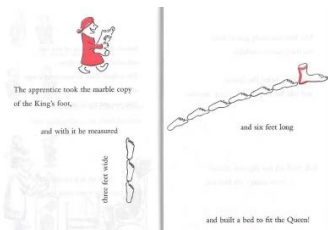
能察覺使用相同個別單位很重要

能察覺用相同的個別單位和相同的數量，做出來的長度才會一樣。

感到很無辜

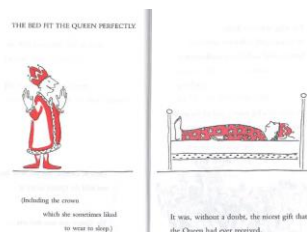
感到很高興，終於想到辦法好做出與國王的腳一模一樣的模型，再用國王的尺寸做一張床。

能察覺相同個別單位才會用相同的數量



p. 23~24

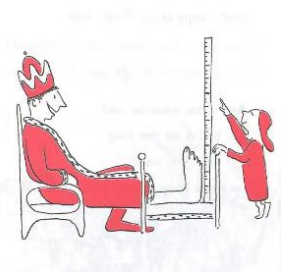
學徒拿到國王腳的模型，終於打造出一張適合皇后且尺寸正確的床，在皇后的生日時給皇后。



p. 27~28

國王很開心，將學徒從牢中釋放，並讓他成為王子。

替學徒感到高興覺得當國王真好



p. 31

至於國王的腳印長就被大家拿來當成公認的長度單位，再也不會弄錯大小尺寸了

2. 教師引發數學內容討論

(1) 大家終於知道問題出來在哪邊。究竟問題是什麼？

用了哪個東西來測量，就要用這個東西測完，數量也是以這個東西來說，如果換別的不一樣長的東西來量，數量不會相同。

能理解個別單位的測量要用數個同一個個別單位

(2) 學徒用什麼方法來解決問題？為什麼要用這個方法？

一開始說明的數量是6個國王的腳印長和3個國王的腳印長，所以用國王的腳印再製作就能解決問題。

3. 師生總結

(1) 做出與國王的腳一模一樣的模型，再用國王的尺寸做一張床。所以用不一樣長

的東西測量，數量不會一樣。 (2) 生活中，人們常常要溝通什麼東西有多長，如果沒有統一的標準，往往會出錯或製造出很多麻煩，像故事中的學徒和國王的腳印一樣。 (3) 十三世紀初期，英國尺度紊亂，全國沒有統一的標準，為全國貿易（trade）往來帶來了很多麻煩。僅尺度上帶來的民事糾紛就使英國皇室大為苦惱，他們先後召開了 10 余次大臣會議商討此事，商量來討論去始終確定不下來一個統一的標準，曾在大憲章上籤字的約翰王便憤怒地（angrily）在地上踩了一腳，然後指著凹陷下去的腳印對大臣們莊嚴宣布：“There is a foot, let it be the measure from this day forward.（這個腳印讓它永遠作為丈量的標準吧！）”現在的大英博物館中還珍藏著用膨脹係數很小的合金製成的長方形框子、空心部分即為英王御足（The Imperial Foot）的標準長度。因為英王穿著鞋，所以，一英尺大約是三十厘米，標準長度為：30.48 厘米。（資料引自 https://www.jendow.com.tw/wiki/%E8%8B%B1%E5%B0%BA） 三、綜合活動 引導學生做學習心得總結：鼓勵學生說明從這活動學到的概念和方法。 (一)故事內容 教師請學生提出他最喜歡的一段來分享。 (二)數學內容 1. 教師利用故事中國王用自己的腳印長測量是用數個自己的腳印長，引導學生說出要使用同一個個別單位來量，而且不能有空隙。	反應故事有趣，說出學徒很聰明、有禮物真好…。 量的時候要用同一個東西量很多次 排的時候要注意不能有空隙	能說出故事內容大意 能說出個別單位複製要使用數個同一個別單位，且要無空隙拼排。
---	--	---

2. 教師利用故事中國王的腳印和學徒的腳印做出的床，引導學生說出使用不同的個別單位複製，同樣的數量，結果會不一樣長。	國王的腳印比較長，學徒的腳印比較短 量的時候不能只注意數量，也要注意使用的東西。 用不同的東西量同一個物件，數量會不同。	能說出個別單位測量的要點 能察覺測量同一物件，個別單位的長度短，所使用的數量會多。 能察覺測量同一物件，個別單位的長度長，所使用的數量會少。
---	---	---

三、教學提醒與建議

(一)數學知識

1. 長度的複製活動

- (1)長度複製的需求：長度的複製活動是由於兩個同類的量無法進行直接比較時才產生的，例如：桌面的兩邊長，因無法直接將兩邊重疊進行比較，所以透過「複製一個等量的長度」為媒介再進行比較，即用繩子或其他測量的工具，否則不屬於複製活動的真正意涵。
- (2)完整複製：複製活動是長度教學很重要的操作行為，其中，「完整複製」是最基本的長度複製，「完整」二字是指將一物的長度仿製到另一物上，藉由直接比較，知道兩物等長。例如：用繩子複製桌面其中一邊的邊長，並剪下來。
- (3)累積複製：與「完整複製」不同的是利用長度的合成性質，將不同物件頭尾相接成一線，此線長度與被複製物等長。這時，使用多個全等物件(如：迴紋針、等長的繩子…)累積複製待測物的長度，累積複製是建立個別單位比較的基礎。

2. 長度的個別單位測量

- (1)透過直接或間接比較可以確定被測量的物件長度，如果需透過另一熟悉且易取得的量來加以描述，方便進行溝通，此時用來描述被測量量的單位即稱為「個別單位」，如：課本大約和9根迴紋針一樣長，迴紋針即是「個別單位」。所以，「個別單位」指的是從等量的合成或複製的結果來描述一個給定的量。因此，對個別單位的選擇與應用，會因人、時、地、物的不同而有差異。如果為取得一個共同可以了解與溝通的量，即是「普遍單位」，普遍單位也是一種個別單位，然而，其測量的量經約定俗成取得共識後，做為溝通的標準，例如長度量中，像手指的寬度約1公分，直尺上的1公分或1釐米長度就是約定的結果。
- (2)單位量間的轉換與最小單位量的需求感：單位量間的關係是建立在豐富的實作經驗中，可透過操作、觀察、比較的活動，讓兒童察覺被測量的量與測量時的不同單位量間的

關係，例如：一個橘色積木可以用兩個黃色積木拼成一樣的長度，也可用一個黃色積木、一個紅色積木與一個草綠色積木拼成，此時兩個量間的關係，可以是相同單位量的累積，也可以是不同單位量的累積。相同單位量的累積活動，可建立因數概念的先備知識，這也是不同單位間的合成與分解關係。

(二)數學繪本教學

1. 數學繪本的定義和特點

繪本(Picture book)一詞源自於日本，又稱圖畫書、圖畫故事書、兒童故事書，是以「圖畫」為表現主體的書。整本書以圖畫為主，可以連貫成為單一完整故事的稱為繪本。簡而言之，只要把整本書的文字全部拿掉，讀者光靠整本書的圖還可以知道整本書的故事內容在說什麼，才可以被稱做為繪本(維基百科，2023)。

這就說明了，數學繪本結合了「數學」和「繪本」兩個元素，「繪本」有豐富且簡明的圖和文，「數學」就在情境中呈現，可以讓學生感受到數學在生活中出現。以繪本來教數學的優點很多，在實務教學經驗中發現：可以讓學生以有趣的方式學習數學概念和技能，可以提高兒童對學習數學的興趣，並減少負面觀感，也可以幫助孩子們學習解題、推理和思考技能；由於繪本有故事情節，學生易將數學所學與日常生活相結合，有助於形成對數學更豐富、更真實的觀點；透過故事、圖畫和熟悉的語言，學生可以更好地發展數學語言和溝通技能；數學繪本教學可將數學與其他領域結合，跨域的學習方式很自然。鍾靜(2012)也提到了好的數學繪本具備以下幾個特點：(1)是輕鬆且具親和力的數學教材；(2)有助於加強數學概念的溝通與討論；(3)能將數學概念與現實生活情境相結合；(4)提供聆聽、寫作和討論數學概念的機會；(5)能在有意義的情境中應用數學知識；(6)改變學生對數學的看法；(7)擴展學童的數學知識。

數學繪本具備上述特點，對學生的學習上提供很大的助力，因此，只要選擇適合的繪本，就可以激發兒童學習的興趣，並且取得良好的教學成效。

2. 數學繪本的選用

圖畫故事書對學生是很有吸引力的，通常學生不會認為那是課本，所以與學課本時的表現相比會較有興趣，也比較投入。Whitin & Whitin (2004)認為選用與數學學習有關的圖畫故事書應該要考慮下列四個重要因素：(1)數學內容的真確性(mathematical integrity)：即數學內容是正確的、數學概念能為讀者所接受，及在可信的情境中自然且有用的反映數學概念。(2)引發讀者不同的回響(potential for varied response)：如果圖畫故事書要能符合此一標準，則這些書或多或少要能提供不同年齡學生豐富的探索之路。(3)圖文吸引讀者(an aesthetic dimension)：即圖畫故事書具有用語優雅、圖表說明及圖片等具吸引力及讓讀者想進一步探究的設計。(4)考量種族、性別及文化的議題(ethnic, gender, and culture inclusiveness)：即圖畫故事書的內容顯示對種族、性別及文化沒有偏見，能提供健全的角色示範，及有機會讓讀者欣賞人類在歷史與文化上的貢獻。

因此，我們選用“*How big is a foot?*”教學數學是我們讀起來都覺得有趣，我

們可以直接利用書中的故事情節發展數學概念，由於課堂中以中文呈現故事內容，此本書的圖畫可清楚地呈現數學概念及引起學生學習的動機，同時我們可利用書的內容作為數學布題，以及故事內容可以提供一年級學生進一步探究以個別單位測量相關問題。雖然一年級認識的英文字有限，但若學生想自行探究“foot”，學生在閱讀過程中必充實豐富的數學學習經驗和文化的議題學習。

3. 教學重點

相同的數學繪本，因教學對象不同、年級不同、教學目標不同…，應有不同的教學重點和教學設計。繪本中「圖畫」的定位不僅僅是「輔助文字的插圖」，繪本中的文字在說話，圖畫也在說話，兩者透過不同媒介傳遞訊息，藉由彼此呼應，可帶來相乘的強大影響力與獨特魅力。因此，文字和圖畫共同建構了繪本中的故事意義，如果教師僅著重文字解說，即只閱讀文字不讀圖畫，可能會讓故事不夠完整，易使學生誤解為上語文課，使學生感到困惑。

Martinez 和 Martinez (2001)在其書中提到，兒童圖畫故事書教學受到學生的年齡、學生的學習形態、教師的教學形態與學生的成就表現等因素的影響，下表為其建議的方法

教學方法	幼稚園-二年級
呈現	老師大聲唸出故事，在黑板上畫圖說明或展示圖片。
討論	這個故事在講什麼？ 你喜歡這個故事嗎？ 這個故事中的人物發生了什麼事？ 你最喜歡哪一個人物？ 最不喜歡哪一個人物？
評量	把故事講完，要學生畫圖說明故事。 操弄具體實物解故事中的數學問題。

本教學設計以繪本開展因為繪本內容是測量概念和生活情境的教材，雖然故事以英語呈現，教師以簡報展示圖片，透過圖片呈現和教師以國語的解釋，讓學生在閱讀過程中，透過自己的經驗和情感，跟故事產生某種看不見的互動，而主動建構出個人對測量的意義。

以繪本融入數學領域教學的活動設計，採取由教師藉由數學繪本中的關鍵「圖」「文」提出關鍵問話，引導學生進行思考和討論，讓每個學生在聽完故事後，不是只在抓住作者的心意或回答老師根據故事內容所問的一些問題，能提高一年級學生的長度個別單位測量的掌握程度，並且繪本故事內容可以加強個別單位使用、個別單位累積複製、個別單位測量時的單位量和單位數等數學概念溝通討論的題材；學生徜徉於繪本故事時，不知不覺進入了數學「長度」的學習世界。以連結而言，可分為內部連結與外部連結。內部連結係指數學概念之間的連結、先備知識與新知識之間的連結；外部連結係指生活與數學之間的連結、跨領域學科之間的連結。如長的意義、長度的複製、生活物品與長的關聯；以解題而言，學生會根據個人過去的經驗，描繪出故事的景象和解釋意會的內容，經由全班或小組的討論，如此學生可分享彼此的看法和經

驗，這是只有一個人讀繪本、聽故事、解決數學問題所無法產生的領悟和經驗。

因此，本活動設計建議教師可運用「繪本閱讀策略」和「數學解題策略」進行教學，並以逐步建立和提升學生獨立閱讀時應用閱讀策略和解題策略的能力為目標。

本單元是長度的複製和間接比較，以及使用個別單位測量。當學生使用個別測量單位時，必須不留空隙且不重疊地複製測量單位，也就是將被測的物件進行等量切割，再運用加法計數單位數量得知測量結果。因此，認識並熟悉測量單位是本節課的測量活動與教學的核心，此具體操作活動也是發展量感的重要基礎，教師不可以故事代替而不進行操作活動。

(三)教學策略建議

1. 長度的複製活動

- (1) 學生在學習本活動前，已學過「比長短」，學生應具備「能直接比較兩物件的長度」、「認識直線與曲線」以及「知道兩點間的連線，以直線為最短」等相關概念，教師在本活動教學前，建議先行檢視學生是否具備「長度的直接比較」概念。
- (2) 教學進行時，宜指導兒童複製直線或彎曲物件的長(如腰圍)，以確認「長」是從一端到另一端點之間所有點的集合，亦即表示該物件的長度。
- (3) 長度的複製應檢驗起始點與終點的位置，再讓學生彼此將複製的長度進行直接比較，同時可以進行檢驗。

2. 長度的個別單位測量

- (1) 課前教師宜指導兒童準備上課要用的個別單位物件，但須注意同類個物的物件皆須等長。
- (2) 本教案設計藉由個別單位的累計來描述物件的長度，讓學生察覺長度的測量可用個別單位來表示。教學時先引導學生操作「用不同個物累積複製物件的長度」，再逐步引導學生「用相同個物累積複製物件的長度」，以建立長度個別單位的需求感，並察覺個別單位的意義。
- (3) 使用個別單位測量長度時，若無法剛好量完、出現了一些或多一些的情況，基於學生經驗尚不足，教師可以「大約」的用語帶過。
- (4) 本教學利用繪本中，國王的腳印長和學徒的腳印長不同(個別單位不同)，量測出來的結果不同，引導學生發現「用不同個別單位，累積複製同次數後，總長度會不同」，進而導出「測量同一物件的長度時，使用的個別單位較小，累積複製的次數較多；反之則反」的概念。

3. 活動內容建議

(1) 活動一

- ①本活動利用床墊無法進行「直接比較」時來進行「長度的複製活動」，是因為床墊相鄰的兩邊，無法直接將這相鄰的兩邊重疊並進行長度的直接比較，因此，學生需要利用繩子或其他工具「複製一個和床墊其中一邊等長的線段」，再以這個「複製的

長」為媒介，與床墊的另一個邊長進行「直接比較」，這是為營造「長度的複製活動」真正意涵，也為營造間接比較的需求。

②教師可以繪本的情境引起學習動機，之後也可以使用生活中許多例子來豐富學生間接比較的實際操作經驗。例如比較家中桌子的長，建議活動一定要讓學生無法以直接觀察的方法比較長短時，能透過實際操作的方式學會以複製長來間接比較長短的方法。如果教學進行中，部分學生可能會不了解兩邊長對齊的現象已經發生，建議教師應在此與學生物件兩邊的長在哪裡。

③有關 king size 教學部分，由於 Queensize 和 Kingsize 的床墊，因國家不同，尺寸也會有些續差異。本教學設計採用台灣的床墊尺寸，所以在教學時，給予的床墊照片也需按照台灣的尺寸。我們知道台灣床墊的尺寸有單人、雙人、雙人加大 (Queensize)，也有雙人特大 (Kingsize) 等尺寸，Queensize (182cm*188cm) 和 Kingsize (182cm*212cm) 這兩種床墊尺寸的寬度是一樣的，差異在於長度的不同，而 Kingsize 床墊會比 Queensize 床墊稍微長一些，本教學設計採用 Kingsize (182cm*212cm) 的床墊照片，讓學生測量床墊的哪一邊比較長。

(2) 活動二

①學生透過長度的「直接比較」或「間接比較」可以確定兩個「被測量的量」之間的大小關係，本活動二的教學重點是「描述一個量的多少」，讓學生感受需要透過另外一個熟悉且容易取得的量(例如：橡皮擦、迴紋針……)來加以描述物件有多長，方便與其他人溝通。這個被用來描述「被測量的量」的單位即稱為「個別單位」。因此，個別單位的認識和以個別單位測量一個物件有多長是本活動的重點。

②繪本內容提及床夠大，也許學生會提到床的面積，由於這是生活素材，因此，本活動設計希望讓學生感受床的面和床的邊的不同，教學進行時，教師可讓學生開放性的說明，再以床的圖片聚焦在床的邊來討論。

③「桌子的長度大約是 6 枝鉛筆的長度這麼長」這句話中，「鉛筆」即是用來描述「桌子長度」的「個別單位」。雖然「個別單位測量」所指的意思是「透過一個『熟悉且容易取得的量』的複製與合成的結果，來描述一個『被測量的量』」，然而，「個別單位」選擇與使用會因人、時、地、物的不同而有所差異。因此，為了取得一個大家共同都可以理解與溝通的「單位」，這就是「普遍單位」，以長度量來說，公分、公尺……是經過普羅大眾約定俗成並取得共識後，做為溝通的「標準單位」。本活動中使用國王的腳印和學徒的腳印，就是為普遍單位的需求做奠基。

④運用「個別單位」測量與比較時，引導學生發現「個別單位」長度與數量間的關係也是本活動教學的重點，也就是讓學生藉由「個別單位」的累計，來描述物件的長度；換言之，長度的測量可以用「個別單位」的數量來表示。雖然在進行「個別單位測量與比較」時，可操作「不同的個物」來複製物件的長度，再引導學生使用「相同的個物」來複製物件的長度，察覺長度的「個別單位測量與比較」之意義，但本活動有意讓學生發現複製床的長的策略可以用同物或異物累積，在描述床的長有多長時，讓學生發現用同物累積的描述會比較容易且清楚。如果教師覺得學生此方面經驗不足，可製造活動機會，讓學生比較用同物累積的描述和不同物累積的描

述。

⑤以古氏積木測量數學習作有多長，提醒教師可以讓學生觀察同顏色的「個別單位」物件均具備相等的長度。由於數學習作的寬為 21cm，所以選擇咖啡色和淺綠色的積木為個別單位，教師可視教學時數再做別的顏色積木的測量活動。另外，教師在活動進行時，要讓學生討論，使用咖啡色積木和淺綠色色積木量同一條彩帶，為什麼個數會不同？例如：淺綠色積木比咖啡色積木短，所以需要的個數比較多。

⑥用積木複製數學習作的長時，由於測量的結果不一定剛剛好，建議教師可引導學生說出「比誰長一點」、「比誰短一點」、或「大約(概)」、「接近」的語言來描述測量結果。

4. 英語詞彙的使用

本繪本名稱是“*How big is a foot?*”，*foot* 和 *feet* 都會是學習重點，對大人而言或是有英語學習基礎的人來說，*feet* 是腳，是複數形式，它的原型是 *foot*，但為顧及一年級學生尚未有單、複數的概念，所以學生回答時以圖片代替單字呈現，以免造成學習者困惑。

四、省思

(一)走進繪本世界，Fun 輕鬆學數學

本教案教學設計，利用孩子喜歡聽故事的天性，藉由《*How big is a foot?*》一書為「長度個別單位」提供的絕佳故事情節，引領孩子走進饒富趣味的繪本情境中。看到小讀者們一個個變成了想送皇后一張床的國王，或成為一直在思考「*How big is a foot?*」並嘗試解決問題的學徒，隨著故事情節的起伏跌宕，時而輕鬆聽故事，時而陷入苦思，大家沉浸在繪本故事的氛圍中、師生一來一往的問答討論中、操作教具的樂趣中…。瞧！繪本的世界真是充滿了意外和驚喜。數學繪本的魅力，就在於故事淺顯易懂卻張力十足，是數學卻不僅僅是數學，是繪本也不僅僅是繪本。

(二)兼顧「繪本故事流暢性」與「數學學習份量」

進行數學繪本教學時，應在「繪本故事流暢性」與「數學學習份量」之間有所取捨並取得平衡，亦即數學的學習成份無需過多，不宜貪多或企圖取代正式課程的學習，而是考量如何引導學生既能將目光和思緒聚焦於數學的思考和討論，又能不影響故事閱讀的流暢性，因此，教師針對繪本圖文所設計的關鍵提問，絕對是繪本教學成功的「關鍵」。

(三)個別單位的選擇

用太小的個別單位測量很長的物品，或是用太大的個別單位測量很短的物品，都可能造成耗力費時且無法精準的測得物品長度，因此，如何選擇恰當的個別單位，亦是學習長度的重要內涵。教師不妨利用本教案使用的繪本中，所呈現的「用腳量長度」的情境，引導學生從身邊常見物品或身體部位中，選擇適當的長度測量工具和單位，例如：指幅、手肘、前臂長、雙臂張開的長、迴紋針、小白積木…等。

(四)個別單位無縫排接的累積複製方式

有部分學生一開始對於繪本中，圖片呈現國王腳印和腳印以沒有空隙、一個接著一個的方式測量床的長度，感到有點疑惑，因為這與學生平時的生活經驗中所認知的腳印有衝突。學生認為的腳印，並非呈直線排列，且腳印和腳印之間會有因步幅大小而有點距離。此時，教師可以實際示範，左右腳交替以鞋跟接另一腳鞋尖的方式，累積複製鞋子的大小，讓學生理解國王是如何以沒穿鞋的腳測量床的長度。再示範累積複製步幅的大小，讓學生感受到兩種測量方式的不同，並察覺國王以無縫接排的方式累積複製腳印長度的原因。

五、參考文獻

陳茗茵、張僑平 (2021)。數學繪本教學對一年級小學生數學學習的影響：一項探索性研究。臺灣數學教師，42 (2)，31-55

鍾靜 (2012)。數學繪本的閱讀與教學。國民教育，52 (3)，39-48。

Martinez, J. & Martinez, N. C. (2001). Reading and writing to learn mathematics: a guide book and a resource book. Needham Height, MA: Allyn & Bacon.

Whitin, D. J. & Whitin, P. (2004). New visions for linking literature and mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

The History of Measurement. The New School Montessori. Retrieved October 11, 2023, from <https://newschoolmontessori.com/history-of-measurement/>

The Origin of 'Foot' For Measurement. (+ Why 12 Inches?). Spark Files. Retrieved October 11, 2023, from <https://sparkfiles.net/foot-whats-special-12-inches/>